

09

Особенности отображения каустик при рефракции структурированного лазерного излучения в стратифицированных средах

© И.Л. Расковская

Национальный исследовательский университет „МЭИ“,
111250 Москва, Россия
email: Raskovskall@mail.ru

(Поступило в Редакцию 4 августа 2014 г.)

Исследованы условия возникновения каустик при продольном зондировании стратифицированных оптически неоднородных сред структурированными лазерными пучками, визуализирующимися в сечении как семейство геометрических фигур. Показано, что в плоскости наблюдения на выходе из среды проекция каустической поверхности отображается как огибающая экстремумов рефракционного смещения элементов структуры пучка. Данный факт позволяет экспериментально определять положение каустики без регистрации распределения интенсивности в рефракционном изображении. Регистрируемые геометрические параметры каустики используются для решения обратной задачи рефракции в целях реконструкции физических характеристик среды, обуславливающих неоднородность показателя преломления.

Введение

В работе [1] было отмечено, что при применении лазерных методов для реконструкции физических характеристик среды, обуславливающих неоднородность показателя преломления, в условиях существенной рефракции [2,3] для зондирования целесообразно использовать структурированные пучки, формируемые на основе дифракционных оптических элементов (ДОЭ) [4]. Структурированные пучки визуализируются в сечении как семейство геометрических фигур, например окружностей, отрезков или как матрица точек. При рефракции в неоднородной среде происходит искажение элементов структуры пучка, возникающее из-за рефракционного смещения, которое является информативным фактором при решении обратной задачи определения физических параметров среды. На рис. 1 показаны прямотеневые изображения, полученные при зондировании диффузионного слоя в жидкости расфокусированным и структурированным пучками. До входа в неоднородность структурированный пучок визуализировался в сечении как семейство окружностей.

Использование структурированных лазерных пучков хорошо зарекомендовало себя при количественной диагностике температурных и плотностных стратификаций в жидкостях [5,6]. В дальнейшем изложении под стратифицированной средой в общем случае будем понимать двумерно-неоднородную среду, в которой составляющая градиента показателя преломления по одной из координат существенно превышает составляющую по другой координате. В этом случае при продольном (или касательном в радиальных и сферических неоднородностях) зондировании стратификации (рис. 2), когда семейство лучей в пучке на входе параллельно слою, каустики могут наблюдаться, как внутри, так и на выходе из среды, где лучи являются уже прямыми линиями [7].

Поскольку в экспериментальных исследованиях плоскость наблюдения располагается преимущественно вне среды, в настоящей работе акцент будет сделан на рассмотрении формирования каустик в этой области.

Продольное зондирование стратификаций при проведении оптических и радиоизмерений из-за естественных ограничений в натурном эксперименте используется реже по сравнению с традиционными нормальным или наклонным зондированием, поэтому в литературе преимущественно описываются каустики, возникающие в последних случаях [8]. Тем не менее при изучении и мониторинге теплофизических, гидродинамических и химических процессов в лабораторных условиях на границах раздела сред часто имеют место условия воз-

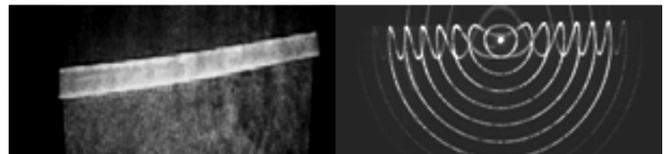


Рис. 1. Экспериментальная визуализация колебаний диффузионного слоя стратифицированной по плотности жидкости в расфокусированном и структурированном пучках.

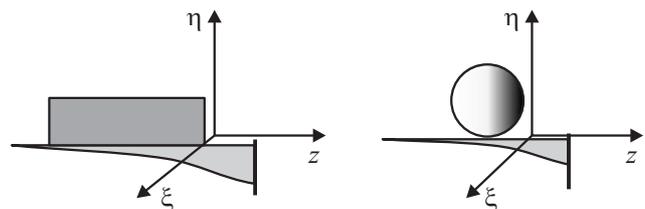


Рис. 2. Рефракция при продольном и касательном зондировании соответственно плоской и радиальной стратификаций (пограничного слоя у нагретого тела в воде).

никновения стратификаций различной природы [9–12], сопровождающихся существенными градиентами показателя преломления. В этом случае продольное зондирование оказывается весьма информативным и позволяет осуществлять восстановление параметров среды, в том числе и при использовании геометрических характеристик образующихся при этом каустик.

В связи с вышесказанным целью работы является исследование условий возникновения каустик при продольном зондировании стратифицированной среды, отображение их при рефракции структурированных пучков и применение полученных результатов для восстановления параметров стратификаций.

Условия возникновения каустик вне стратифицированной среды при ее продольном зондировании

Пусть лазерный пучок распространяется вдоль оси z в двумерно-неоднородной среде с показателем преломления $n(\xi, \eta)$ (рис. 1). Предположим, что известен эйконал $L(\xi, \eta)$ непосредственно на выходе из среды при $z = 0$, который связан с фазой пучка $\varphi(\xi, \eta)$ известным соотношением [8]:

$$\varphi(\xi, \eta) = kL(\xi, \eta), \quad (1)$$

где k — волновое число.

Геометрооптический луч вне среды является прямой линией с направляющими косинусами $\cos \alpha$ и $\cos \beta$, определяемыми из соотношений

$$\cos \alpha = \frac{\partial \varphi(\xi, \eta)}{k \partial \xi} = \frac{\partial L(\xi, \eta)}{\partial \xi}, \quad (2)$$

$$\cos \beta = \frac{\partial \varphi(\xi, \eta)}{k \partial \eta} = \frac{\partial L(\xi, \eta)}{\partial \eta}. \quad (3)$$

Тогда параметрические уравнения луча, с лучевыми координатами (φ, η, τ) имеют вид

$$x = \xi + \tau \frac{\partial L(\xi, \eta)}{\partial \xi}, \quad (4)$$

$$y = \eta + \tau \frac{\partial L(\xi, \eta)}{\partial \eta}, \quad (5)$$

$$z = \tau \sqrt{1 - \left(\frac{\partial L(\xi, \eta)}{\partial \xi} \right)^2 - \left(\frac{\partial L(\xi, \eta)}{\partial \eta} \right)^2}. \quad (6)$$

Условие возникновения каустики определяется равенством нулю якобиана D [8], определяемого как

$$D = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial x}{\partial \tau} \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \tau} \\ \frac{\partial z}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \tau} \end{vmatrix}. \quad (7)$$

При выполнении соотношений

$$\left(\frac{\partial L(\xi, \eta)}{\partial \xi} \right)^2 \ll 1, \quad (8)$$

$$\left(\frac{\partial L(\xi, \eta)}{\partial \eta} \right)^2 \ll 1, \quad (9)$$

которые часто имеют место на практике, параметрические уравнения луча упрощаются и принимают вид

$$x = \xi + z \frac{\partial L(\xi, \eta)}{\partial \xi}, \quad (10)$$

$$y = \eta + z \frac{\partial L(\xi, \eta)}{\partial \eta}, \quad (11)$$

$$z = \tau, \quad (12)$$

а из равенства

$$D = 0 \quad (13)$$

следует условие возникновения каустики вне среды

$$1 + z \left(\frac{\partial^2 L(\xi, \eta)}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 L(\xi, \eta)}{\partial \eta^2} \right) + z^2 \left(\frac{\partial^2 L(\xi, \eta)}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 L(\xi, \eta)}{\partial \eta^2} - \left(\frac{\partial L(\xi, \eta)}{\partial \xi \partial \eta} \right)^2 \right) = 0. \quad (14)$$

Для плоскостройной стратификации с показателем преломления $n(\eta)$ (14) принимает вид

$$1 + z \frac{\partial^2 L(\eta)}{\partial \eta^2} = 0. \quad (15)$$

В этом случае $x = \xi$, и уравнение каустической поверхности в явном виде может быть получено при определении из (15) функциональной зависимости $\eta_c(z)$ и подстановке ее в (11):

$$y_c(x, z) = \eta_c(z) + z \frac{\partial L(x, \eta_c)}{\partial \eta_c}. \quad (16)$$

Отображение каустик в рефракционных изображениях сечений структурированных пучков

Вясним, каким образом отображаются каустики в плоскости наблюдения рефракционного изображения при $z = \text{const}$, если среда зондируется структурированным пучком.

Зададим математическую модель элемента структуры пучка при $z = 0$:

$$\eta = \eta_s(\xi) \quad (17)$$

и исследуем поведение функции, отображающей рефракционное изображение (рефрактограмму) $y(x)$ этого элемента при наличии каустики в плоскости наблюдения. Как следует из (10), (11), рефракционное изображение

рассматриваемого элемента описывается параметрической зависимостью $x(\xi, \eta)$, $y(\xi, \eta)$. Найдем возможные экстремумы функции $y(x)$, определив полные дифференциалы dx и dy :

$$dx = \frac{\partial x}{\partial \xi} d\xi + \frac{\partial x}{\partial \eta} d\eta, \quad (18)$$

$$dy = \frac{\partial y}{\partial \xi} d\xi + \frac{\partial y}{\partial \eta} d\eta. \quad (19)$$

Определим дифференциал $d\eta$, задаваемый функциональной связью (17):

$$d\eta = \frac{d\eta_s(\xi)}{d\xi} d\xi, \quad (20)$$

и воспользуемся тем, что на каустической поверхности при $z = \text{const}$ выполняется

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial x}{\partial \eta} \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{vmatrix} = 0. \quad (21)$$

Тогда из (21) следует

$$\frac{dx}{d\eta} = \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} \right) / \frac{\partial y}{\partial \xi}, \quad (22)$$

и при подстановке (20) и (22) в систему уравнений (18–19) получаем

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\partial y}{\partial \xi} / \frac{\partial x}{\partial \xi}. \quad (23)$$

Откуда следует, что для стратифицированной среды при $\partial y / \partial \xi = 0$ в плоскости наблюдения на проекции каустической поверхности, определяемой (21), имеют место локальные экстремумы рефрактограммы $y(x)$. То есть каустики, в случае структурированного излучения представляют собой огибающие точек экстремумов, возникающих при рефракционном искажении структурных элементов пучка (рис. 1). При отсутствии каустик экстремумы на изображении не наблюдаются.

На рис. 3 представлены изображения каустических поверхностей и поверхности, образуемой геометрооптическими лучами при рефракции элемента структурированного пучка в неоднородности вида, в которой вертикальный градиент показателя преломления существенно больше горизонтального:

$$\eta(\xi, \eta) = 1 - \Delta n \exp\left(-\frac{\eta^2}{a + \Delta a \xi}\right), \quad (24)$$

где $\Delta n = 0.01$ — максимальное изменение показателя преломления, $a = 1$ — характерная средняя толщина слоя, $\Delta a = 0.003$ — коэффициент, характеризующий изменение толщины слоя в зависимости от горизонтальной координаты ξ .

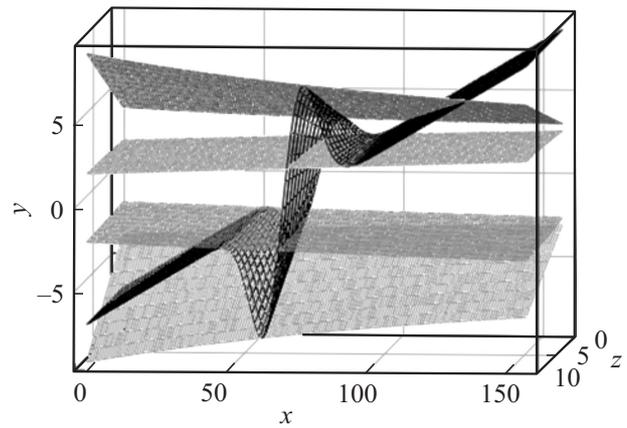


Рис. 3. Положение экстремумов отклонения лучей в пучке относительно каустических поверхностей (дистанции по осям указаны в относительных единицах).

Элемент пучка на входе в среду визуализируется в сечении как отрезок прямой, тангенс угла наклона которой к оси Ox равен 0.1. Каустика может иметь несколько ветвей в зависимости от того, сколько решений η_c имеет (15). Например, для неоднородности вида (24) уравнение (15) имеет четыре решения, соответственно существуют четыре каустические поверхности, которые касаются поверхности, образованной семейством лучей, в области ее локальных экстремумов.

Аналогичные результаты получаются для радиально-неоднородных и сферически-неоднородных сред, а именно проекция каустической поверхности является огибающей экстремумов рефрактограммы $r_i(\psi)$ пучка, состоящего из i структурных элементов, где r и ψ — радиальная и угловая координаты соответственно, т.е. на каустике при $n = n(r)$ выполняется соотношение

$$\frac{dr_i}{d\psi} = 0. \quad (25)$$

Сделанные выводы были подтверждены результатами компьютерного моделирования на основе решения волнового уравнения в квазиоптическом приближении [13,14] и экспериментально (рис. 1, 4).

Для получения прямотеневых изображений стратификаций пучок лазера с длиной волны излучения $0.532 \mu\text{m}$ и мощностью излучения 100 mW с помощью телескопической системы трансформировался в широкий (100 mm

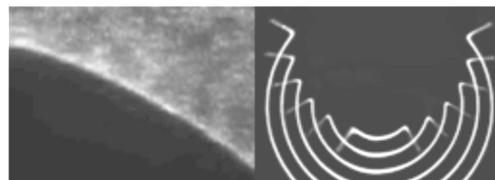


Рис. 4. Экспериментальные изображения каустики в расфокусированном и структурированном пучках, полученные при визуализации температурного слоя у поверхности нагретого шара в воде.

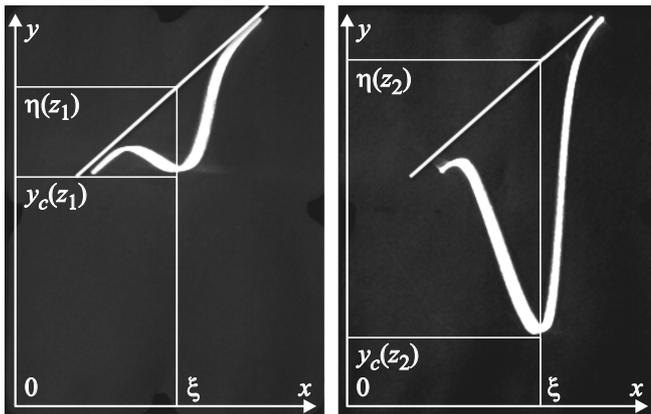


Рис. 5. Иллюстрация методики определения угла наклона касательной к каустике при зондировании плотностной стратификации пучком, визуализирующимся в сечении как отрезок прямой.

в диаметре) пучок, которым зондировался исследуемый слой. Изображения каустик в таком расфокусированном пучке, которые визуализируются как более яркие области, получались на матовом экране, находящемся вне исследуемой неоднородности.

Для получения изображений в структурированном излучении использовался полупроводниковый лазерный модуль с длиной волны излучения $0.658 \mu\text{m}$, мощностью излучения 20 mW и специальной насадкой ДОЭ, формирующей пучок, который в сечении визуализируется как набор концентрических окружностей. Каустика в этом случае отображается как огибающая локальных экстремумов, образующихся при рефракционном искажении структурных элементов пучка. Экспериментальные изображения, представленные на рис. 1, 4, 5, получены Толкачевым А.В.

Решение обратной задачи рефракции для плоскослоистой среды на основе определения геометрических параметров каустики

Представляет интерес решение обратной задачи рефракции на основе использования геометрических характеристик каустики в качестве исходных, так как в соответствии с [8] каустическая поверхность содержит информацию о лучевом поле в целом и обратная задача [15] может быть решена без применения параметрической модели среды.

Для примера рассмотрим задачу восстановления показателя преломления в плоскослоистой неоднородности с показателем преломления $n(\eta)$ при условии образования каустики, определяемой уравнением (16).

Зависимость $y_c(z)$ и тангенс угла наклона $dy_c(z)/dz$ касательной к каустике могут быть определены экспериментально (см. далее рис. 5 и комментарий к нему).

Так как по определению [8] каустика является огибающей семейства лучей, то в точке с координатами $(y_c(z), z)$ луч имеет тот же угол наклона к оси OZ , что и касательная к каустике. Поскольку вне среды лучи являются прямыми линиями, будет выполняться соотношение

$$\frac{dy_c(z)}{dz} = \frac{\partial L(\eta)}{\partial \eta}, \quad (26)$$

где $y = \eta$ — координата луча на выходе из среды при $z = 0$, которая может быть найдена с использованием уравнения луча с известным углом наклона, проходящим через заданную точку с координатами $(y_c(z), z)$:

$$\eta(z) = y_c(z) - z \frac{dy_c(z)}{dz}. \quad (27)$$

В предположении $L(\eta) = n(\eta)l$, где l — протяженность среды, получаем параметрическую зависимость вертикального градиента показателя преломления от координаты $\eta(z)$:

$$\frac{\partial n(\eta(z))}{\partial \eta(z)} = \frac{dy_c(z)}{dz}, \quad (28)$$

где $\eta(z)$ определяется соотношением (27).

Рис. 5 иллюстрирует пример экспериментального определения геометрических параметров каустики на основе положения экстремумов наклонного элемента структурированного пучка, распространяющегося в плоскослоистой среде с вертикальным градиентом показателя преломления $n(\eta)$.

Координаты $y_c(z)$ нижней ветви каустики могут быть измерены непосредственно, тангенс угла наклона $dy_c(z)/dz$ касательной к каустике на дистанции $z = (z_1 + z_2)/2$ определяется как

$$\frac{dy_c(z)}{dz} = \frac{y(z_1) - y(z_2)}{z_1 - z_2}. \quad (29)$$

Параметры верхней ветви каустики, соответствующей второму экстремуму на изображениях рис. 5, определяются аналогично.

Для выявления ограничений и точности описанного алгоритма восстановления градиента показателя преломления было выполнено численное моделирование эксперимента, условия которого описаны в [6].

Модель изменения показателя преломления в диффузионном слое жидкости описывалась соотношением

$$n(\eta) = n_m - \Delta n \tanh\left(-\frac{\eta - \eta_m}{a}\right), \quad (30)$$

где $n_m = 1.3335$ — значение показателя преломления в центре слоя, положение которого определяется координатой η_m , которая в расчетах принята равной нулю. Максимальное отклонение показателя преломления от среднего значения принято равным $\Delta n = 0.0015$, характерный размер слоя $a = 4.2 \text{ mm}$, протяженность слоя 200 mm . Моделирование рефракционных изображений

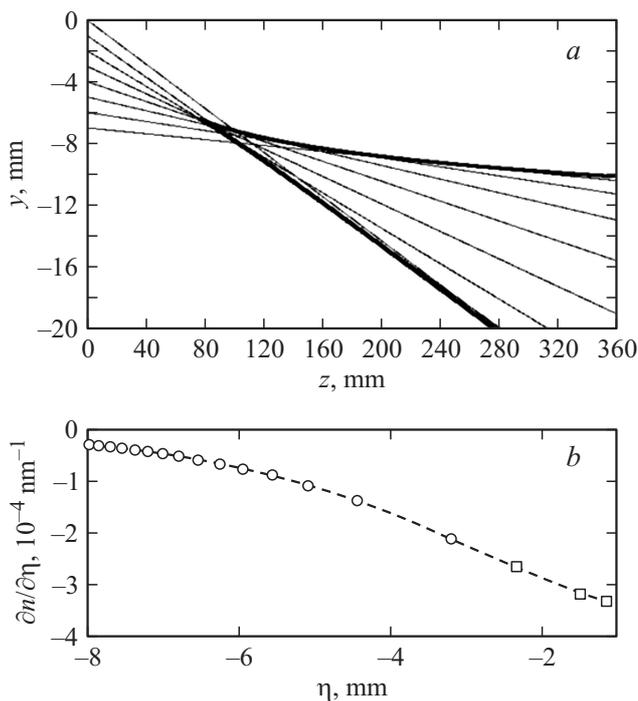


Рис. 6. Изображение каустики на выходе из диффузионного слоя (*a*) и восстановление градиента показателя преломления по известным геометрическим параметрам каустики штриховая кривая — непосредственное использование (1), $\circ\circ\circ$ — значения, восстановленные по параметрам верхней ветви, $\square\square\square$ — по параметрам нижней ветви каустики (*b*).

проведено в 15 сечениях с шагом 20 mm от 80 до 360 mm. Характерный вид каустики в плоскости YOZ представлен на рис. 6, *a*. На рис. 6, *b* восстановленные на основе соотношений (27), (28) значения градиента показателя преломления сравниваются с значениями, непосредственно рассчитанными на основе (30). При практических измерениях погрешность собственно вычислительного алгоритма пренебрежимо мала и основной вклад будет давать погрешность измерения угла наклона касательной к каустике. В связи с этим применимость алгоритма будет ограничена в непосредственной окрестности „клюва“ каустики и на больших дистанциях от неоднородности. Рис. 6, *b* демонстрирует реализуемый на практике диапазон применения рассмотренного метода восстановления градиента показателя преломления.

Определение температуры поверхности тела по положению особых точек каустики

При исследовании конвективных процессов у поверхности нагретых или охлажденных тел в жидкости корреляционная обработка рефракционных изображений структурированных пучков позволяет восстанавливать

распределение температуры в пограничном слое [16]. Однако в ряде практических приложений [17] требуется только знание собственно температуры поверхности тела. В этом случае для проведения бесконтактного контроля теплофизических характеристик процесса целесообразно использовать эмпирические зависимости температуры поверхности от положения особых точек наблюдаемых каустик. Для определения положения особых точек каустики используется структурированное лазерное излучение.

Например, при зондировании пограничного слоя у охлажденного шара горизонтальным элементом структурированного пучка на дистанции, где располагается „клюв“ каустики (рис. 6, *a*) возникает особая точка (острие) на рефрактограмме (рис. 7, *a*). На рис. 7, *b* показаны зависимости температуры поверхности шара радиуса $r = 25.4 \text{ mm}$ от дистанции z mm (относительно центра шара), на которой фиксируется особая точка. Фактически положение особой точки определяется разностью температуры поверхности и жидкости, поэтому эмпирические кривые построены для трех разных значений температуры окружающей среды. Контроль температуры поверхности шара с помощью термопары показал, что относительная погрешность измерения разности температур поверхности и жидкости не превышает 7% (при минимальной разности температур 25°C).

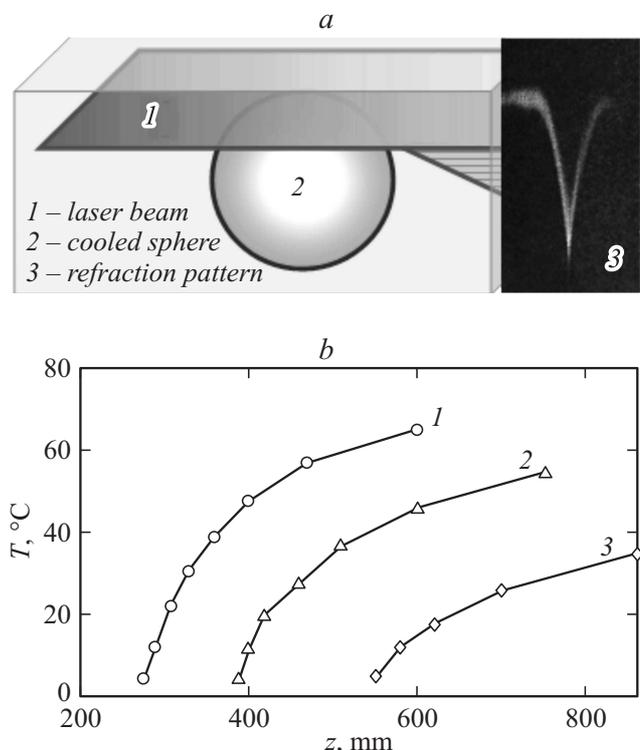


Рис. 7. Определение температуры сферической поверхности по положению особой точки каустики: *a* — схема зондирования и характерный вид рефракционного изображения, *b* — эмпирические зависимости температуры поверхности от положения особой точки каустики при температуре окружающей жидкости. $T_0, ^\circ\text{C}$: 1 — 90, 2 — 75, 3 — 75.

Заключение

На основе полученных в работе соотношений и экспериментальных данных можно утверждать, что при продольном зондировании стратифицированных сред структурированными пучками образующаяся при этом каустика в плоскости наблюдения отображается как огибающая локальных экстремумов, соответствующих максимальному отклонению лучей в структурных элементах пучка. Экспериментально визуализируемое положение экстремумов может быть использовано для определения геометрических параметров каустики без привлечения методов измерения интенсивности рефракционного поля. В свою очередь знание параметров каустики позволяет в ряде случаев восстанавливать физические характеристики среды, приводящие к неоднородности показателя преломления. Дополнительным достоинством указанного подхода при практических измерениях является отсутствие необходимости задания параметрической модели среды.

Результаты работы могут быть использованы при экспериментальном изучении и мониторинге природных и возникающих в технологических процессах стратификаций в ситуациях, когда требуется невозмущающий контроль полей плотности, давления и температуры.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 14-08-00948а).

Список литературы

- [1] Расковская И.Л. // Квант. электрон. 2013. Т. 43. Вып. 8. С. 554–562.
- [2] Зимин В.Д., Фрик П.Г. // ЖТФ. 1976 Т. 46. Вып. 2. С. 408–411.
- [3] Гинзбург В.М., Филенко Ю.И. // ЖТФ. 1970 Т. 40. Вып. 10. С. 2217–2220.
- [4] Дифракционная компьютерная оптика / Под ред. В.А. Сойфера. М.: Физматлит, 2007. 736 с.
- [5] Евтихиева О.А., Расковская И.Л., Ринкевичюс Б.С. Лазерная рефрактография. М.: Физматлит, 2008. 176 с.
- [6] Расковская И.Л., Сергеев Д.А., Ширинская Е.С. // Измерительная техника. 2010. Вып. 10. С. 36–38
- [7] Ведяшкина А.В. // Тр. XII Междунар. научно-техн. конф. „Оптические методы исследования потоков“. М.: НИУ „МЭИ“. 2013. CD-ROM ISBN 978-5-91940-663-1—№ гос. регистрации 0321302584.
- [8] Кравцов Ю.А., Орлов Ю.И. Геометрическая оптика неоднородных сред. М.: Наука, 1980. 304 с.
- [9] Волков В.Г., Лебедев В.В., Ширяева С.О. // Письма в ЖТФ. 2002. Т. 28. Вып. 4. С. 87–94.
- [10] Григорьев А.И., Ширяева С.О., Федоров М.С. // ЖТФ. 2010. Т. 80. Вып. 7. С. 8–16.
- [11] Белоножко Д.Ф., Козин А.Ф. // ЖТФ. 2009. Т. 79. Вып. 7. С. 37–47.
- [12] Дружинин О.А., Сергеев Д.А., Троицкая Ю.И. // Изв. РАН. ФАО. 2006. Т. 42. Вып. 5. С. 1–18.
- [13] Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория волн. М.: Наука, 1979. 383 с.
- [14] Расковская И.Л. // РиЭ. 2004. Т. 49. Вып. 11. С. 1382–1389.
- [15] Микаэлян А.Л. Оптические методы в информатике. М.: Наука, 1990. 229 с.
- [16] Пудовиков Д.Е., Расковская И.Л., Ринкевичюс Б.С., Толкачев А.В. // Инженерно-физический журнал. 2010. Т. 83. Вып. 6. С. 1149–1156.
- [17] Свободноконвективные течения, тепло- и массообмен. Б. Гербхарт, Й. Джалурия, Р. Махаджан, Б. Саммакин. М.: Мир, 1991. 678 с.