

05

## Диссипативная функция в магнитном поле (Обзор)

© В.Л. Гуревич

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,  
Санкт-Петербург, Россия

E-mail: Vadim.Gurevich@mail.ioffe.ru, VadimLVO@hotmail.com

(Поступил в Редакцию 8 октября 2014 г.

В окончательной редакции 26 января 2015 г.)

Диссипативная функция вводится, чтобы описать поведение системы гармонических колебаний, взаимодействующих со своим окружением (термостатом). Это квадратичная функция обобщенных скоростей, определяющая скорость диссипации механической энергии системы. Считалось (Ландау, Лифшиц), что диссипативную функцию можно ввести только в отсутствие магнитного поля. В настоящем обзоре, основанном на работах автора, показывается, каким образом можно ввести диссипативную функцию при наличии магнитного поля  $\mathbf{B}$ .

В магнитном поле в качестве реакции на возмущение возникают как диссипативный, так и недиссипативный отклик, причем и тот и другой выражаются через кинетические коэффициенты. Матрицу недиссипативных коэффициентов можно выделить и определить с помощью нее добавочное слагаемое, формально включив его в уравнения движения, которые по-прежнему удовлетворяют закону сохранения энергии. Тогда диссипативную часть матрицы можно рассматривать таким же образом, как и в отсутствие магнитного поля, т.е. она определяет диссипативные потери.

В качестве примеров рассмотрены распространение и поглощение ультразвука в металле или полупроводнике в магнитном поле. Рассмотрение осуществлено с помощью двух методов: 1) на основе феноменологической теории, базирующейся на уравнениях теории упругости; 2) на основе микроскопического подхода путем анализа и решения кинетического уравнения. Оба примера использованы для иллюстрации подхода с диссипативной функцией.

### 1. Диссипативная функция

В настоящей работе, представляющей собой обзор публикаций автора [1–3], рассмотрена система гармонических колебаний, взаимодействующих со своим макроскопическим окружением, под которым понимается система с очень большим числом степеней свободы (будем кратко называть ее термостатом).

Средняя энергия степеней свободы термостата обычно характеризуется его температурой. Термостат также ответствен за флуктуации упругих напряжений, электрического тока и прочих степеней свободы в рассматриваемой механической системе. Учет влияния термостата представляет собой важную задачу физической кинетики. В общем случае это сложная задача. Однако в ряде случаев простым и эффективным методом расчета такого влияния служит феноменологический подход, основанный на введении диссипативной функции системы (см. [4], § 121). Этот подход позволяет достаточно легко оценить роль диссипации в физической картине явления, т.е. роль таких процессов, в результате которых амплитуда колебаний убывает, а механическая энергия колебаний переходит в тепло. Специально подчеркнем следующее обстоятельство. Особенно полезным подобный подход может оказаться для расчета потерь механической энергии в таких системах, где кинетические коэффициенты можно ве-

сти феноменологически и определить в эксперименте, но трудно рассчитать аналитически со сколько-нибудь удовлетворительной степенью точности. Хорошим примером таковых могут служить различные типы неупорядоченных систем, где и спектры элементарных возбуждений, и их взаимодействия известны с недостаточной точностью.

Будем описывать систему колебаний обобщенными координатами  $Q_i$  и сопряженными им обобщенными импульсами  $P_j = \partial K / \partial \dot{Q}_j$ , где  $K$  — кинетическая энергия,  $Q_j$  обозначает производную от координаты по времени. Как показано в [4], в отсутствие магнитного поля процесс диссипации можно описать, включив в уравнения движения силы трения  $g_j$ , определив их как производные от диссипативной функции  $f$  по обобщенным скоростям  $\dot{Q}_j$  и добавив их к действующим силам, связанным с потенциальной энергией  $U$ , которую запишем в виде

$$U = \frac{1}{2} \sum_i \omega_i^2 Q_i^2. \quad (1)$$

В результате имеем

$$\dot{P}_j = -\frac{\partial U}{\partial Q_j} + g_j, \quad (2)$$

$$g_j = -\frac{\partial f}{\partial \dot{Q}_j}. \quad (3)$$

Диссипативная функция имеет вид квадратичной формы по скоростям  $\dot{Q}_j$ :

$$j = \frac{1}{2} \sum_{jl} \gamma_{jl} \dot{Q}_j \dot{Q}_l, \quad (4)$$

где  $\gamma_{il}$  — матрица кинетических коэффициентов. Согласно соотношениям Онсагера, она симметрична:

$$\gamma_{il} = \gamma_{li}. \quad (5)$$

Выражение (4) должно быть существенно положительным.

Уравнения (2) удобно записать, вводя функцию Лагранжа [4]  $L = K - U$ ,

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{Q}_i} - \frac{\partial L}{\partial Q_i} = - \frac{\partial f}{\partial \dot{Q}_i}. \quad (6)$$

Диссипативную функцию  $f$  можно ввести, если движения, описываемые уравнениями (2), настолько медленны, что удовлетворяют условию

$$\omega \tau \ll 1. \quad (7)$$

Здесь  $\omega$  — характерные частоты колебаний, а  $\tau$  — характерное время установления равновесия между системой колебаний и термостатом. Оно зависит от рассматриваемой системы. Последний член в правой части (2) фактически является первым членом разложения по малому параметру, пропорциональному  $\omega \tau$ . В итоге в правой части (2) появляется производная по времени от координаты  $Q_i$ . Для электрона в проводнике, например, термостатом является совокупность рассеивателей (например, фононов), сталкиваясь с которыми электрон теряет приобретенный от внешнего поля квазиимпульс. Во избежание недоразумений укажем, что время  $\tau$  не имеет непосредственного отношения ко времени затухания колебаний. Прежде чем амплитуда колебаний претерпит заметное убывание, колебательная система может проколебаться много периодов.

Член  $\dot{P}$  инвариантен относительно обращения времени. Первый член в правой части уравнения (2) также инвариантен, в то время как второй член неинвариантен. Он описывает необратимый процесс диссипации механической энергии и сохраняет физический смысл, пока является небольшим линейным членом в уравнениях движения.

Скорость диссипации механической энергии  $E = K + U$  дается выражением [4]

$$\frac{dE}{dt} = -2f. \quad (8)$$

Таким образом, величина  $-dE/dt$  оказывается существенно положительной, как и должно быть. Иными словами, положительны все собственные значения матрицы  $\gamma_{jl}$ .

## 2. Диссипативная функция в магнитном поле

2.1. Симметрия кинетических коэффициентов. В присутствии магнитного поля вместо соотношения (4) имеем

$$\gamma_{il}(\mathbf{B}) = \gamma_{li}(-\mathbf{B}), \quad (9)$$

т.е. матрица  $\gamma_{il}(\mathbf{B})$  отнюдь не симметрична, а ее собственные значения, вообще говоря, не положительны и даже не вещественны. Соответственно авторы книги [4] высказали точку зрения, что диссипативной функции в этом случае не существует. В настоящем обзоре обсудим, как можно обойти эту трудность и ввести диссипативную функцию в магнитном поле  $\mathbf{B}$ .

Начнем с того, что разделим матрицу  $\gamma_{il}(\mathbf{B})$  на две части: симметричную и антисимметричную. Одна из них будет описывать диссипацию (как и в случае  $B = 0$ ); другую, недиссипативную, можно будет формально включить в уравнения движения, что может привести к изменению спектра и некоторых других особенностей колебаний.

Подчеркнем следующее обстоятельство. Широко известны случаи, когда антисимметричная часть матрицы кинетических коэффициентов заведомо не имеет отношения к диссипации. Хорошим примером служит антисимметричная часть тензора проводимости  $\sigma_{xy}$  в сильном магнитном поле, описывающая эффект Холла. При  $\Omega \tau \gg 1$  она в простейшем случае (одна зона, изотропный закон дисперсии электронов проводимости, т.е. сферические изоэнергетические поверхности) имеет вид

$$\sigma_{xy} = \frac{enc}{B} = \frac{ne^2}{m\Omega}, \quad (10)$$

где  $e$  — заряд электрона,  $n$  — концентрация электронов проводимости,  $\Omega = eB/mc$  — частота обращения электронов в магнитном поле (циклотронная частота),  $m$  — эффективная масса электрона. Однако при меньших магнитных полях, когда  $\Omega \tau \lesssim 1$ , справедлива следующая порядковая оценка:

$$\sigma_{xy}(B) \approx \frac{ne^2 \Omega \tau^2}{1 + (\Omega \tau)^2}. \quad (11)$$

Симметрия недиагональной компоненты проводимости  $\sigma_{xy}$ , естественно, остается неизменной и при  $\Omega \tau \lesssim 1$ . Однако в явное выражение для этой величины входит время релаксации  $\tau$ . Поэтому в соответствии с существующей традицией мы сохраним и для этой части матрицы название „кинетические коэффициенты“, поскольку в общем случае они могут зависеть от кинетических параметров системы (в данном случае — от величины  $\tau$ ). То же самое соображение относится и к величинам, описывающим распространение звука в проводниках в магнитном поле, с которыми мы будем иметь дело далее.

Начнем с разбиения матрицы кинетических коэффициентов  $\gamma_{il}(\mathbf{B})$  на симметричную и антисимметричную части

$$\gamma_{il}(\mathbf{B}) = \gamma_{il}^s(\mathbf{B}) + \gamma_{il}^a(\mathbf{B}). \quad (12)$$

Здесь матрица  $\gamma_{il}^s(\mathbf{B})$  симметрична (так же как  $\gamma_{il}$  в отсутствие магнитного поля) и является четной функцией магнитного поля  $\mathbf{B}$

$$\gamma_{il}^s(\mathbf{B}) = \gamma_{li}^s(\mathbf{B}) = \gamma_{il}^s(-\mathbf{B}), \quad (13)$$

в то время как матричные элементы

$$\gamma_{il}^a(\mathbf{B}) = -\gamma_{li}^a(\mathbf{B}) = -\gamma_{il}^a(-\mathbf{B}) \quad (14)$$

антисимметричны и меняют знак при обращении магнитного поля  $\mathbf{B}$ . Это означает, что величины  $\gamma_{il}^a(\mathbf{B})\dot{Q}_l$  инвариантны относительно обращения времени, поскольку при обращении времени магнитное поле  $\mathbf{B}$  изменяет знак.

2.2. Преобразование уравнений движения. Основная задача этого раздела состоит в том, чтобы выяснить, можно ли уравнениям в магнитном поле придать вид, подобный уравнениям в отсутствие поля. Для этого формально можно добавить члены  $\gamma_{il}^a(\mathbf{B})\dot{Q}_l$  в уравнения движения в форме (2). Что же касается слагаемых  $\gamma_{il}^s(\mathbf{B})\dot{Q}_l$ , то они, как мы убедимся, сохраняют обычный смысл диссипативных членов. Сначала (для анализа уравнений движения без диссипации) их учитывать не будем. Их роль мы выясним далее.

Будем считать, что при  $\gamma_{il}(\mathbf{B}) = 0$  величины  $Q_i$  — нормальные координаты гармонических колебаний с собственными частотами  $\omega_i$ . Тогда с учетом слагаемых  $\gamma_{il}^a(\mathbf{B})\dot{Q}_l$  они удовлетворяют следующим уравнениям движения

$$\frac{d^2 Q_i}{dt^2} + \omega_i^2 Q_i + \sum_l \gamma_{il}^a(\mathbf{B}) \frac{dQ_l}{dt} = 0. \quad (15)$$

Умножая эти уравнения на  $\dot{Q}_i$  и суммируя по  $i$ , получаем в первом приближении по  $\gamma_{il}$  закон сохранения энергии  $E = K + U$  в виде

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt} \sum_i (\dot{Q}_i^2 + \omega_i^2 Q_i^2) = - \sum_{il} \gamma_{il}^a(\mathbf{B}) \dot{Q}_i \dot{Q}_l = 0. \quad (16)$$

Отметим, что обычно величины  $\gamma_{il}^a$  малы, и их можно рассматривать как возмущение. Вспомним, что они пропорциональны малому параметру (7).

2.3. Уравнения движения с учетом диссипации. Как и в разделе 1, вводим функцию Лагранжа  $L = K - U$ . Тогда уравнения движения с учетом диссипации примут вид

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{Q}_i} - \frac{\partial L}{\partial Q_i} = - \frac{\partial f^s}{\partial \dot{Q}_i}, \quad (17)$$

где

$$f^s = \frac{1}{2} \sum_{il} \gamma_{il}^s(\mathbf{B}) \dot{Q}_i \dot{Q}_l. \quad (18)$$

Отсюда окончательно получаем для скорости диссипации полной энергии

$$\frac{dE}{dt} = - \sum_i \dot{Q}_i \frac{\partial f^s}{\partial \dot{Q}_i} = -2f^s. \quad (19)$$

Диссипация, таким образом, определяется симметричной частью матрицы кинетических коэффициентов  $\gamma_{il}^s$ . Величина  $f^s$  оказывается существенно положительной. Это означает, в частности, что матрицу  $\gamma_{il}^s$  можно привести к диагональному виду и при этом все ее собственные значения окажутся положительными.

### 3. Феноменологическая теория распространения и поглощения звука в магнитном поле: пример

В качестве примера приложения нашей теории рассмотрим распространение и поглощение поперечного звука в проводниках с изотропными упругими свойствами. Примером таковых могут служить металлические стекла (аморфные металлы). Пусть ось  $z$  — направление распространения звука, а  $x$  и  $y$  — направления его поляризации, так что упругие смещения обозначим соответственно  $u_x$  и  $u_y$ .

Уравнения, описывающие распространение акустических волн в системе координат, движущейся совместно с деформируемой решеткой, имеют вид [5,6]

$$\rho \ddot{u}_i = \lambda_{ilmn} \frac{\partial u_{mn}}{\partial x_l} + \eta_{ilmn} \frac{\partial \dot{u}_{mn}}{\partial x_l} + \frac{1}{c} [\mathbf{j}, \mathbf{B}]_i - \frac{m_0}{e} \frac{\partial j_i}{\partial t}. \quad (20)$$

Здесь  $\rho$  — плотность упругой среды,  $\lambda_{ilmn}$  — тензор модулей упругости,  $\eta_{ilmn}$  — тензор коэффициентов вязкости (мы пренебрегаем их зависимостью от магнитного поля),  $\mathbf{j}$  — плотность электрического тока,  $m_0$  — масса свободного электрона. Последний член в правой части описывает эффект Стюарта–Толмена (он оказывается малым в силу малости отношения  $w/v_F$ , где  $w$  — скорость звука,  $v_F$  — скорость Ферми электронов проводимости).

Наша цель — рассмотреть в качестве иллюстрации простейшую ситуацию. Поэтому ограничимся случаем умеренных магнитных полей, отбросив в уравнениях (20) слагаемое  $[\mathbf{j}, \mathbf{B}]$ . Мы также не будем учитывать эффект Стюарта–Толмена вследствие его малости. Направление магнитного поля  $\mathbf{B}$  считаем совпадающим с направлением распространения звука.

По аналогии с общим принципом, сформулированным выше, выделим в тензоре коэффициентов вязкости  $\eta_{ilmn}(\mathbf{B})$  симметричную и антисимметричную части — соответственно четную и нечетную функции магнитного поля  $\mathbf{B}$ :

$$\eta_{ilmn}(\mathbf{B}) = \eta_{ilmn}^s(\mathbf{B}) + \eta_{ilmn}^a(\mathbf{B}), \quad (21)$$

где

$$\eta_{ilmn}^s(\mathbf{B}) = \frac{1}{2} [\eta_{ilmn}(\mathbf{B}) + \eta_{ilmn}(-\mathbf{B})], \quad (22)$$

$$\eta_{ilmn}^a(\mathbf{B}) = \frac{1}{2} [\eta_{ilmn}(\mathbf{B}) - \eta_{ilmn}(-\mathbf{B})]. \quad (23)$$

Уравнения движения можно представить в виде

$$\begin{aligned} \rho \ddot{u}_x - \eta^a \frac{\partial^2 \dot{u}_y}{\partial z^2} - \lambda \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} &= \eta^s \frac{\partial^2 \dot{u}_x}{\partial z^2}, \\ \rho \ddot{u}_y + \eta^a \frac{\partial^2 \dot{u}_x}{\partial z^2} - \lambda \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} &= \eta^s \frac{\partial^2 \dot{u}_y}{\partial z^2}. \end{aligned} \quad (24)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \lambda &= \lambda_{xz,xz} = \lambda_{yz,yz}, \\ \eta^s &= \eta_{xz,xz}^s(\mathbf{B}) = \eta_{yz,yz}^s(\mathbf{B}), \\ \eta^a &= \eta_{xyz}^a(\mathbf{B}) = -\eta_{yxz}^a(\mathbf{B}). \end{aligned} \quad (25)$$

Чтобы получить уравнение, описывающее диссипацию, умножаем первое уравнение (24) на  $\dot{u}_x$ , второе уравнение (24) — на  $\dot{u}_y$  и сложим их:

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} + \frac{\partial Q_z}{\partial z} = -2\mathcal{F}. \quad (26)$$

Здесь  $\mathcal{F}$  имеет физический смысл плотности диссипативной функции, определяющей скорость диссипации плотности звуковой энергии  $\mathcal{E}$ ,

$$\mathcal{F} = \frac{1}{2} \eta^s \left[ (\dot{u}_{xz})^2 + (\dot{u}_{yz})^2 \right]. \quad (27)$$

Плотность звуковой энергии дается выражением

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} \left\{ \rho (\dot{u}_x^2 + \dot{u}_y^2) + \lambda (u_{xz}^2 + u_{yz}^2) \right\}, \quad (28)$$

в то время как

$$Q_z = -\lambda (\dot{u}_x u_{xz} + \dot{u}_y u_{yz}) - \eta^s (\dot{u}_x \dot{u}_{xz} + \dot{u}_y \dot{u}_{yz})$$

—  $z$ -компонента плотности потока энергии, переносимого звуковыми волнами, а член в правой части (26), таким образом, описывает диссипацию механической энергии звуковых волн.

Ищем решение уравнений (24) в виде

$$u_{x,y} \propto \exp(-i\tilde{\omega}t + ikz), \quad (29)$$

тогда их можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} -\tilde{\omega}^2 u_x - i\eta^a \tilde{\omega} k^2 u_y + \lambda k^2 u_x &= i\eta^s \tilde{\omega} k^2 u_x, \\ -\tilde{\omega}^2 u_y + i\eta^a \tilde{\omega} k^2 u_x + \lambda k^2 u_y &= i\eta^s \tilde{\omega} k^2 u_y. \end{aligned} \quad (30)$$

Чтобы понять физический смысл членов с  $\eta^a$ , заменим нулем правые части уравнений (24) и (30), описывающие поглощение звука. Имеем

$$\begin{aligned} -\tilde{\omega}^2 u_x - i\tilde{\omega} \eta^a k^2 u_y + \lambda k^2 u_x &= 0, \\ -\tilde{\omega}^2 u_y + i\tilde{\omega} \eta^a k^2 u_x + \lambda k^2 u_y &= 0. \end{aligned} \quad (31)$$

Закон дисперсии  $\tilde{\omega}(k)$  двух акустических волн, распространяющихся в положительном направлении  $z$ , дается

двумя положительными корнями биквадратного уравнения

$$\begin{vmatrix} \rho \tilde{\omega}^2 - \lambda k^2 & i\eta^a \tilde{\omega} k^2 \\ -i\eta^a \tilde{\omega} k^2 & \rho \tilde{\omega}^2 - \lambda k^2 \end{vmatrix} = 0, \quad (32)$$

или

$$\rho^2 \tilde{\omega}^4 - [2\rho\lambda - (\eta^a)^2 k^2] k^2 \tilde{\omega}^2 + \lambda^2 k^4 = 0. \quad (33)$$

Как явствует из (31), отношение  $u_x/u_y$  — мнимая величина. Это означает, что обе волны циркулярно поляризованы в противоположных направлениях, т. е. по и против часовой стрелки. Матрица  $\eta_{ilmn}^a$  не имеет непосредственного отношения к диссипации. Ее можно называть матрицей акустической гиротропии. В простейшем случае, который обсуждается здесь, она определяет циркулярную поляризацию поперечных акустических волн и сдвиг их частот. Можно отметить, что такой анализ применим также и к кристаллическим проводникам для поперечных акустических волн, распространяющихся вдоль осей третьего, четвертого и шестого порядка. Подобное явление в кристаллах обсуждалось ранее в работе [7]. Следует, однако, заметить, что учет члена  $(\eta^a)^2 k^4$  в законе дисперсии (33) требует сравнения с аналогичными слагаемыми, которые могли бы возникнуть из-за дисперсии модулей упругости, т. е. их зависимости от волнового вектора  $k$ .

Выше отмечалось, что подход с использованием диссипативной функции может оказаться особенно полезным в тех случаях, когда кинетические коэффициенты  $\eta$  можно ввести феноменологически, но их микроскопический расчет затруднителен из-за того, что механизмы релаксации не очень хорошо известны. Примером такой ситуации могут служить аморфные системы.

#### 4. Кинетическая теория распространения и поглощения звука в магнитном поле: пример

Как уже указывалось, подход, основанный на диссипативной функции, может оказаться особенно полезным в тех случаях, когда кинетические коэффициенты плохо поддаются микроскопическому расчету (например, из-за того, что такой расчет не может обеспечить достаточной точности), но зато могут быть введены феноменологически. Однако чтобы прояснить физическую ситуацию, рассмотрим пример такого расчета коэффициентов  $\eta^s$  и  $\eta^a$  для случая, когда его можно осуществить. С этой целью рассмотрим простейшую модель кристаллического металлического проводника с изотропными упругими свойствами и изотропным электронным спектром

$$\epsilon_p = \frac{p^2}{2m}, \quad (34)$$

где  $\epsilon_p$  — энергия электрона в зоне проводимости,  $\mathbf{p}$  — его квазиимпульс.

Представим функцию распределения  $F(\mathbf{p})$  в виде суммы равновесной части  $F_0(\epsilon_p)$  и малой неравновесной добавки  $\chi$

$$F(\mathbf{p}) = F_0(\epsilon_p) + \chi(\mathbf{p}). \quad (35)$$

Неравновесная часть электронной функции распределения удовлетворяет уравнению (записанному в той же самой системе координат, что и выше)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \chi}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial \chi}{\partial \mathbf{r}} + \Omega \frac{\partial \chi}{\partial \phi} + v \chi \\ = - \left\{ e \mathbf{v} \tilde{\mathbf{E}} + (\Lambda_{xz} \dot{u}_{xz} + \Lambda_{yz} \dot{u}_{yz}) \right\} \frac{\partial F_0}{\partial \epsilon_p}, \end{aligned} \quad (36)$$

где

$$\tilde{\mathbf{E}} = \frac{1}{c} [\dot{\mathbf{u}}\mathbf{B}] - \frac{m_0}{e} \ddot{\mathbf{u}}. \quad (37)$$

Здесь  $\Omega$  — циклотронная частота электронов проводимости,  $\phi$  — фаза электрона на его круговой траектории в магнитном поле в плоскости  $[p_x, p_y]$ , а  $v = 1/\tau$  — частота столкновений электронов с рассеивателями. Наконец, взаимодействие электронов с деформацией записываем, вводя деформационный потенциал  $\Lambda_{ik}$ , в следующем виде:

$$\Lambda_{ik} u_{ik}, \quad (38)$$

где  $u_{ik}$  — тензор деформации.

Воспользовавшись соображениями симметрии применительно к ситуации, которую мы здесь рассматриваем, имеем

$$\Lambda_{xz} = \Lambda \frac{p_x p_z}{p_F^2}, \quad \Lambda_{yz} = \Lambda \frac{p_y p_z}{p_F^2}. \quad (39)$$

Здесь  $\Lambda$  — константа; ее типичное значение составляет несколько eV;  $p_F$  — импульс Ферми электронов проводимости.

Считая, что  $\omega/v \ll 1$  и  $kv_F/v \ll 1$ , отбросим два первых члена в левой части уравнения (36). Будем также считать, что можно пренебречь и слагаемым с  $e \mathbf{v} \tilde{\mathbf{E}}$  в правой части уравнения (36). Наконец,  $(m_0/e) \ddot{\mathbf{u}}$  — это малое слагаемое, возникшее за счет эффекта Стюарта–Толмена. Его относительная величина пропорциональна малому отношению скорости звука к скорости Ферми; им также пренебрежем. Магнитное поле  $\mathbf{B}$ , как и выше, считаем параллельным направлению распространения звука.

Будем искать решение кинетического уравнения в следующем простом виде:

$$\chi = (\xi_x \dot{u}_{xz} + \xi_y \dot{u}_{yz}) \frac{\partial F_0}{\partial \epsilon_p}, \quad (40)$$

где

$$\begin{aligned} \Omega \frac{\partial \xi_x}{\partial \phi} + v \xi_x &= -\Lambda_{xz}, \\ \Omega \frac{\partial \xi_y}{\partial \phi} + v \xi_y &= -\Lambda_{yz}. \end{aligned} \quad (41)$$

Зависимость правых частей от  $\phi$  определяется выражениями

$$p_x = p_\perp \cos \phi, \quad p_y = p_\perp \sin \phi, \quad (42)$$

где  $p_\perp = \sqrt{p_F^2 - p_z^2}$ .

С учетом (39) и (42) получаем

$$\begin{aligned} \xi_x &= -\alpha \frac{v \cos \phi + \Omega \sin \phi}{v^2 + \Omega^2}, \\ \xi_y &= -\alpha \frac{v \sin \phi - \Omega \cos \phi}{v^2 + \Omega^2}, \end{aligned} \quad (43)$$

где  $\alpha = \Lambda p_z p_\perp / p_F^2$ .

Для  $\eta^s$  имеем

$$\eta^s = 2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} \Lambda_{xz} \xi_x \frac{\partial F_0}{\partial \epsilon_p} = \frac{m\Lambda^2 p_F}{30\pi^2 \hbar^3} \frac{v}{v^2 + \Omega^2}. \quad (44)$$

Это четная функция магнитного поля.

В то же время величина

$$\eta^a = 2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} \Lambda_{xz} \xi_y \frac{\partial F_0}{\partial \epsilon_p} = -\frac{m\Lambda^2 p_F}{30\pi^2 \hbar^3} \frac{\Omega}{v^2 + \Omega^2} \quad (45)$$

является нечетной функцией магнитного поля. Эти результаты соответствуют изложенной выше теории. При вычислении интегралов мы воспользовались следующим соотношением, справедливым при наличии сильного фермиевского вырождения:

$$\frac{\partial F_0}{\partial \epsilon_p} = -\delta(\epsilon_p - \mu), \quad (46)$$

где  $\delta(\epsilon_p - \mu)$  —  $\delta$ -функция Дирака,  $\mu$  — энергия Ферми. Множители 2 в интегралах (44) и (45) учитывают спиновое вырождение; спиновое расщепление уровней в магнитном поле мы не учитываем.

## 5. Заключение

Таким образом, в обзоре предложен способ ввести диссипативную функцию в магнитном поле. Для этого необходимо матрицу кинетических коэффициентов  $\gamma_{il}$  представить в виде суммы симметричной и антисимметричной частей, или, что то же самое, четной и нечетной частей относительно обращения магнитного поля  $\mathbf{B}$ . Последняя не описывает диссипативных процессов, хотя и может зависеть от времени  $\tau$  как от параметра (или от набора времен, если система характеризуется несколькими временами релаксации). Существенно, что слагаемое, содержащее нечетную часть, можно формально включить в функцию Гамильтона системы.

С помощью симметричной части можно определить диссипативную функцию в точности таким же образом, как и при  $\mathbf{B} = 0$ . В качестве примера использования диссипативной функции мы рассмотрели распространение и поглощение циркулярно поляризованного поперечного звука в изотропном металле или полупроводнике.

Автор благодарен С.В. Ганцевичу за неоценимую помощь при написании данного обзора.

## Список литературы

- [1] В.Л. Гуревич. ЖЭТФ **37**, 71 (1959).
- [2] В.Л. Гуревич. ЖЭТФ **37**, 1680 (1959).
- [3] В.Л. Гуревич. РЭ **50**, 1144 (2005).
- [4] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Статистическая физика. Физматлит, М. (2001). Т. 1. § 121.
- [5] В.М. Конторович. УФН **142**, 265 (1984).
- [6] В.Л. Гуревич, И.Г. Ланг, С.Т. Павлов. ЖЭТФ **59**, 1679 (1970).
- [7] М.Ф. Брыжина, С.Х. Есаян, В.В. Леманов. Письма в ЖЭТФ **25**, 513 (1977).