12,13

Нелинейные s-поляризованные квазиповерхностные волны в симметричной структуре с сердцевиной из метаматериала

© О.В. Коровай

Приднестровский государственный университет им. Т.Г. Шевченко,
Тирасполь, Молдова

E-mail: olesya-korovai@mail.ru

(Поступила в Редакцию 12 декабря 2014 г.
В окончательной редакции 13 января 2015 г.)

Построена теория нелинейных s-поляризованных квазиповерхностных волн, распространяющихся в симметричной планарной трехслойной структуре с сердцевиной из метаматериала и нелинейными обкладками. Показано, что в такой структуре возможно существование только нелинейных квазиповерхностных волн. Получены и исследованы законы дисперсии и потоки энергии симметричных, четных и нечетных мод при различных значениях параметров. Качественное поведение законов дисперсии существенно зависит от толщины сердцевины.

1. Введение

В последние годы в связи с интенсивным развитием волоконной оптики стремительно возрос интерес к созданию новых типов световодов. Это обусловлено возрастающей потребностью в повышении пропускной способности и эффективности волоконно-оптических систем связи. Создание многослойных световодов с широкой полосой пропускания, ступенчатых, полых волокон, микроструктурированных, фотонно-кристаллических, обладающих высоким коэффициентом отражения для излучения, распространяющегося вдоль полой сердцевины, позволяет существенно снизить оптические потери.

В ряде работ изучены нелинейные явления в средах с отрицательным преломлением электромагнитного излучения [1,2]. В [3] анализировалось распространение электромагнитных волн в диспергирующих средах и были изучены явления, возникающие на границе раздела с гиротропной средой. В [4] показана возможность существования поляритонных волн с отрицательной групповой скоростью на оптических частотах. Наряду с этим активно изучается возможность создания световодов с использованием метаматериалов в качестве сердцевины или обкладок [5–7]. В работах [8,9] исследуются свойства ТЕ-поляризованных и ТМ-поляризованных нелинейных поверхностных волн на границе раздела между нелинейной керровской средой и средой из метаматериала. В [10–12] показано существование волн с различной поляризацией на границах раздела между нелинейными керровскими средами и метаматериалами. В [13] изучены свойства нелинейных ТЕ-поляризованных поверхностных и волноводных мод в несимметричной трехслойной структуре с линейными обкладками и сердцевиной с керровской нелинейностью, причем линейные фоновые компоненты диэлектрической и магнитной восприимчивостей отрицательны. Предсказано существование щелевого солитона в антинаправленном ответвителе, описаны свойства солитонов в квадратично- и кубично-нелинейных средах с отрицательным преломлением на частоте основной волны [14–17]. Поэтому исследование особенностей распространения лазерного излучения в метаматериалах представляет несомненный интерес.

2. Постановка задачи и основные уравнения

Изучим распространение нелинейных ТЕ-поляризованных квазиповерхностных волн в симметричной трехслойной структуре (рис. 1). Полагаем, что световод состоит из линейной пластинки толщиной

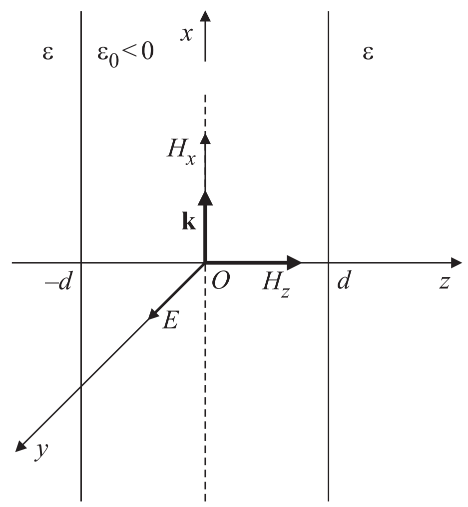

Рис. 1. Геометрия задачи и направления компонент полей.

$2d(-d \le z \le +d)$, характеризующейся постоянной диэлектрической $\varepsilon_0 < 0$ и магнитной $\mu_0 < 0$ проницаемостями, и полубесконечных нелинейных полупроводниковых обкладок, в которых распространяющаяся световая волна благодаря процессу оптической экситон-биэкситонной конверсии может возбуждать экситоны из основного состояния кристалла и одновременно превращать их в биэкситоны (рис. 1).

Используем выражение для диэлектрической функции ε нелинейной среды, зависящей от частоты ω и амплитуды E электромагнитного поля распространяющейся волны, полученное в [18–23]:

$$\varepsilon = \varepsilon_\infty\left(1 - \frac{\omega_{\mathrm{LT}}}{\Delta}\,\frac{E_S^4}{(E_S^2 - E^2)^2}\right), \qquad (1)$$

где $E_S^2 = 2\Delta^2/\sigma^2$, $\Delta = \omega - \omega_0$ — расстройка резонанса для частоты ω распространяющейся волны относительно частоты ω_0 экситонного перехода, $\omega_{\mathrm{LT}} = 4\pi\hbar g^2/\varepsilon_\infty$ — частота продольно-поперечного расщепления экситонного состояния, ε_∞ — фоновая диэлектрическая постоянная, σ — константа оптической экситон-биэкситонной конверсии, g — константа экситон-фотонного взаимодействия.

Изучим закономерности стационарного распространения ТЕ-поляризованных квазиповерхностных волн в геометрии, показанной на рис. 1. Полагаем, что электромагнитная волна распространяется вдоль оси x и характеризуется волновым вектором **k**. Поле ТЕ-поляризованной волны содержит поперечные электрическую E (параллельную оси y) и магнитную H_z, а также продольную компоненту магнитного поля H_x. Из уравнений Максвелла получаем следующие волновые уравнения, описывающие пространственное распределение электрического поля электромагнитной волны в стационарном режиме:

$$\frac{d^2E}{dz^2} = \frac{\omega^2}{c^2}\left(n^2 - \varepsilon_\infty\left(1 - \frac{\omega_{\mathrm{LT}}}{\Delta}\,\frac{E_S^4}{(E_S^2 - E^2)^2}\right)\right)E, \quad |z| \ge d, \qquad (2)$$

$$\frac{d^2E}{dz^2} = \frac{\omega^2}{c^2}\left(n^2 + \varepsilon_0\right)E, \quad |z| \le d, \qquad (3)$$

где $n = ck/\omega$ — эффективный показатель преломления среды, c — скорость света в вакууме. Поскольку мы ищем ограниченные в пространстве квазиповерхностные волны, энергия которых локализована в окрестности границ раздела $|z| = d$, при решении уравнения (2) необходимо удовлетворить условиям обращения в нуль амплитуды поля и ее производной на бесконечности

$$\lim_{z\to\pm\infty} E \to 0, \quad \lim_{z\to\pm\infty} dE/dz \to 0. \qquad (4)$$

Вводя новую переменную $\bar{z} = \frac{\omega}{c} z$ и интегрируя (2), (3) с учетом (4), получим интеграл движения

$$\left(\frac{dE}{d\bar{z}}\right)^2 + W(E) = 0, \qquad (5)$$

где

$$W(E) = -E^2\left(n^2 - \varepsilon_\infty + \varepsilon_\infty\,\frac{\omega_{\mathrm{LT}}}{\Delta}\,\frac{E_s^2}{E_s^2 - E^2}\right), \quad |z| \ge d, \qquad (6)$$

$$W(E) = -E^2\left(n^2 + \varepsilon_0\right), \quad |z| \le d. \qquad (7)$$

Здесь $W(E)$ играет роль потенциальной энергии нелинейного осциллятора, движение которого описывается первым интегралом (5). Анализируя выражения (2), (3) и (5)−(7), легко прийти к выводу, что при $\varepsilon_0 < 0$ волноводные моды в исследуемой нами структуре не существуют.

Представим выражение (6) в виде $W(E) = -E^2(n^2 - \varepsilon^*)$, где в соответствии с (6)

$$\varepsilon^* = \varepsilon\left(1 - \frac{\omega_{\mathrm{LT}}}{\Delta}\,\frac{E_s^2}{E_s^2 - E^2}\right) \qquad (8)$$

— эффективная диэлектрическая функция среды. Анализ уравнения (5) показывает, что решения в виде нелинейных квазиповерхностных мод существуют для тех значений амплитуды поля $E(x)$, для которых $W(E) \le 0$, т.е. решения возможны при $\Delta > 0$, $n^2 \ge \varepsilon_0$, и $n^2 > \varepsilon_{\mathrm{ex}} = \varepsilon_\infty\left(1 - \frac{\omega_{\mathrm{LT}}}{\Delta}\right)$, ε^*, откуда следует, что нелинейные квазиповерхностные волны могут существовать только в коротковолновой области относительно частоты экситонного перехода.

Решения уравнения (3) в виде четных и нечетных симметричных нелинейных квазиповерхностных волн запишем в виде

$$E = \frac{C}{q_0}\,\mathrm{ch}(q_0\bar{z}), \qquad (9)$$

$$E = \frac{C}{q_0}\,\mathrm{sh}(q_0\bar{z}), \qquad (10)$$

где $q_0 = \sqrt{n^2 + \varepsilon_0}$, а C — константа интегрирования. Удовлетворим условию сохранения тангенциальных компонент электрического и магнитного полей на границе раздела сред в точке $\bar{z} = D$. Используя (9), (10) и (5), получаем

$$q_0\,\mathrm{th}(q_0 D) = \sqrt{n^2 - \varepsilon_\infty + \varepsilon_\infty\,\frac{\omega_{\mathrm{LT}}}{\Delta}\,\frac{E_s^2}{E_s^2 - E_0^2}}, \qquad (11)$$

$$q_0\,\mathrm{cth}(q_0 D) = \sqrt{n^2 - \varepsilon_\infty + \varepsilon_\infty\,\frac{\omega_{\mathrm{LT}}}{\Delta}\,\frac{E_s^2}{E_s^2 - E_0^2}}. \qquad (12)$$

Выражения (11), (12) являются дисперсионными соотношениями, которые определяют зависимость эффективного показателя преломления среды n от расстройки резонанса Δ при фиксированных значениях толщины пленки D. Амплитуду поля на границе раздела сред E_0 трудно контролировать экспериментально, поэтому для постановки эксперимента необходимо наличие контролируемой характеристики, которой является поток энергии P, переносимой распространяющейся волной. Полный поток энергии в сечении волновода P состоит из линейного потока P_L в сердцевине и нелинейного потока P_{NL} в обкладках, которые определяются выражениями

$$P_L = \frac{c^2 n}{4\pi\omega}\,\frac{E_0^2}{4q_0\,\mathrm{ch}^2(q_0 D)}\,\big(\mathrm{sh}(2q_0 D) - 2q_0 D\big), \quad (13)$$

$$P_L = \frac{c^2 n}{4\pi\omega}\,\frac{E_0^2}{4q_0\,\mathrm{sh}^2(q_0 D)}\,\big(\mathrm{ch}(2q_0 D) - 2q_0 D\big), \quad (14)$$

$$P_{NL} = \frac{c^2 n}{8\pi\omega q}\,\frac{1}{q}\Bigg\{E_s E_m + \sqrt{(E_s^2 - E_0^2)(E_m^2 - E_0^2)} + (E_s^2 - E_m^2)\ln\frac{\sqrt{E_s^2 - E_0^2} + \sqrt{E_m^2 - E_0^2}}{E_s - E_m}\Bigg\}. \quad (15)$$

Исключая E_0 из выражений (11), (12) с помощью (15), получаем зависимость эффективного показателя преломления нелинейного световода n от потока энергии, переносимой волной $P(n, \Delta)$.

3. Обсуждение результатов

Рассмотрим подробнее поведение потока энергии и закона дисперсии нелинейных квазиповерхностных волн. Далее будем использовать нормированные на величину продольно-поперечного расщепления ω_{LT} расстройку резонанса Δ и частоту Раби σE_0: $\delta = \Delta/\omega_{\mathrm{LT}}$, $f_0 = \sigma E_0/\omega_{\mathrm{LT}}$. Исследуем характер поведения нелинейной четной квазиповерхностной волны (9). Изучим поведение дисперсионных кривых $n(\delta, f_0)$ нелинейной четной квазиповерхностной волны. Из (5) следует, что $n^2 > \varepsilon_0$, ε^*, $\varepsilon_{\mathrm{ex}}$, где $\varepsilon^* = \varepsilon_\infty\big(1 + |\delta|/(\delta^2 - f_0^2/2)\big)$.

Следовательно, нелинейные четные квазиповерхностные волны существуют только в спектральной области $\delta > 0$.

Из рис. 2, *a* видно, что при малом значении параметра D кривые $f_0(n)$ при фиксированных значениях δ характеризуются монотонным возрастанием, величина поля на границе раздела f_0 растет с ростом расстройки резонанса. При фиксированном значении δ кривая $f_0(n)$ начинается с точки $n = \sqrt{\varepsilon_\infty}$. Кроме того, на поверхности $n(\delta, f_0)$ существует узкая область запрещенных значений n, определяемых условием $n \le \sqrt{\varepsilon^*}$, при которых не существует квазиповерхностная четная волна. Ширина этой области сужается при увеличении n.

Что касается кривых потока $P(n, \delta)$, то из рис. 2, *b* видно, что поток представляет собой поверхность, которая при малых значениях эффективного показателя преломления n состоит из двух непересекающихся частей, каждая из которых характеризуется наличием максимума. При фиксированном значении n поток сначала быстро растет с ростом δ, достигает максимума, затем незначительно убывает. При увеличении значений n максимумы потока уменьшаются. Кроме того, обе части поверхности сближаются. Величина максимумов обеих частей поверхности потока очень мала, что свидетельствует о малых энергиях, переносимых четной квазиповерхностной волной при данных значениях параметров.

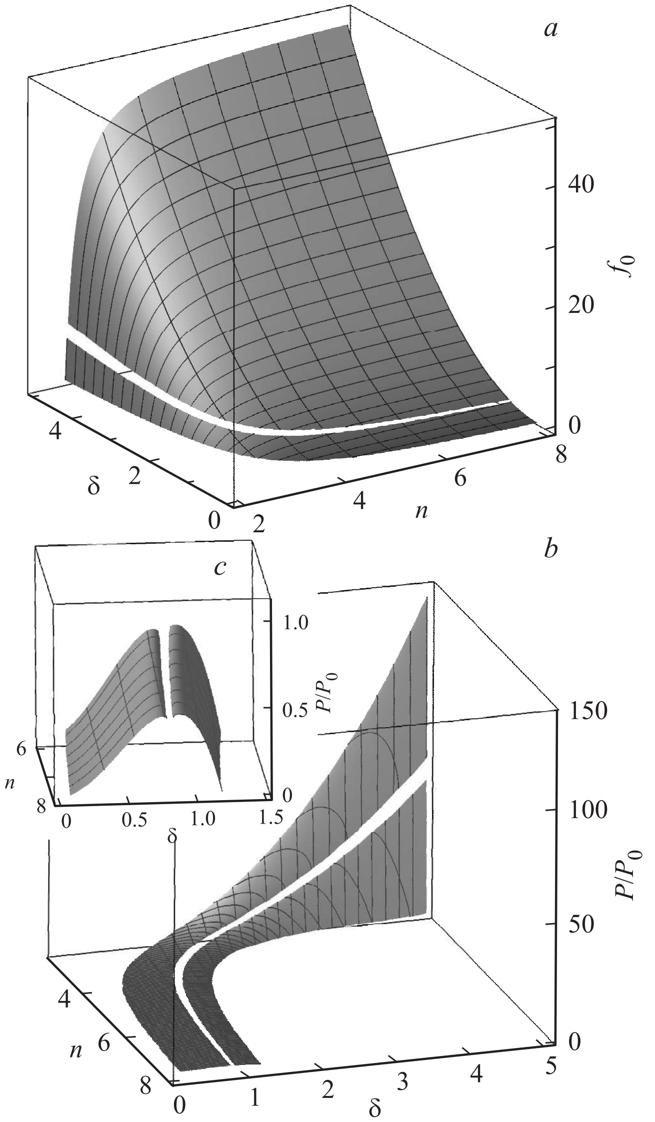

Рис. 2. Закон дисперсии (*a*) и поток энергии (*b*, *c*) симметричных TE-поляризованных четных квазиповерхностных волн при значениях параметров $\varepsilon_0 = -7$, $\varepsilon_\infty = 5$, $D = 0.001$.

Дальнейшее увеличение значения параметра D приводит к качественному изменению поведения кривых закона дисперсии квазиповерхностной четной моды. Из рис. 3, *a* видно, что закон дисперсии представляет собой поверхность $n(\delta, f_0)$, состоящую из трех непересекающихся областей, разделенных областями запрещенных значений эффективного показателя преломления n. Первая область характеризуется резким возрастани-

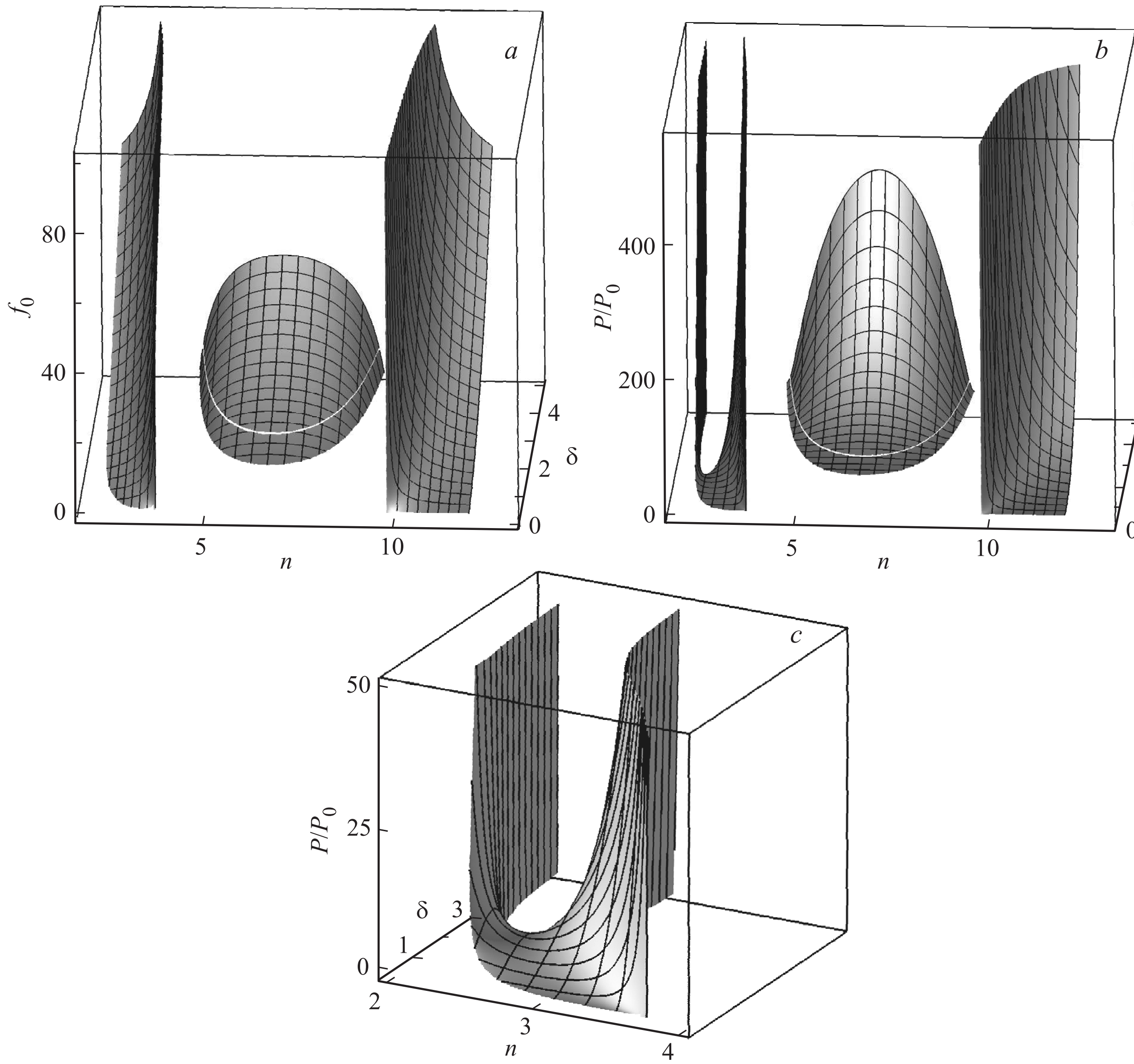

Рис. 3. Закон дисперсии (a) и поток энергии (b, c) симметричных TE-поляризованных четных квазиповерхностных волн при значениях параметров $\varepsilon_0 = -7$, $\varepsilon_\infty = 5$, $D = 0.171$.

ем кривых $f_0(n)$ при увеличении значений n. Вторая возникает только при некоторых значениях расстройки резонанса δ и характеризуется наличием максимума, величина которого растет с ростом δ, а также узкой областью запрещенных значений n, определяемых условием $n \leq \sqrt{\varepsilon^*}$. Третья область характеризуется резким убыванием кривых $f_0(n)$ при увеличении значений параметра n. Наличие разрывов обусловлено значениями n, определяемыми решением уравнения $(\varepsilon_\infty - \varepsilon_0)\,\mathrm{ch}^2\left((n^2 - \varepsilon_0)D^2\right) = n^2 - \varepsilon_0$. Что касается кривых потока, то качественное их поведение в зависимости от значений эффективного показателя преломления n подобно поведению закона дисперсии (рис. 3, b). Поток также существует в трех непересекающихся областях, однако в области малых значений δ существует максимум кривых $P(\delta)$, величина которого уменьшается с ростом n (рис. 3, c).

На рис. 4 представлены кривые закона дисперсии квазиповерхностной четной моды при дальнейшем увеличении параметра D ($D = 0.192$). Видно, что при данном значении параметра D три области кривых закона дисперсии объединились в одну поверхность, характеризуемую наличием ярко выраженного максимума кривых $f_0(n)$, величина которого зависит от значения расстройки резонанса δ. С ростом δ величина максимума возрастает. Поведение кривых потока качественно повторяет поведение кривых закона дисперсии, однако в области малых значений δ сохраняется максимум кривых $P(\delta)$. Дальнейшее увеличение толщины пластинки приводит к исчезновению максимума

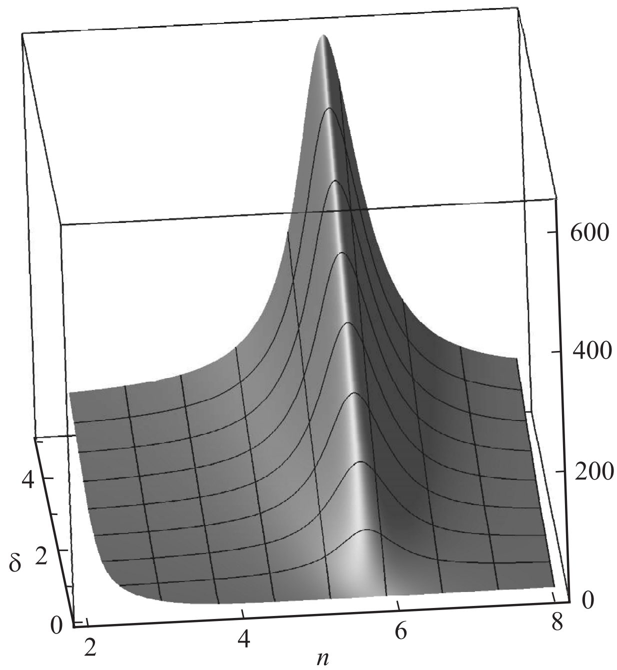

Рис. 4. Закон дисперсии симметричных TE-поляризованных четных квазиповерхностных волн при значениях параметров $\varepsilon_0 = -7$, $\varepsilon_\infty = 5$, $D = 0.192$.

кривых $f_0(n)$ (рис. 5, a). Закон дисперсии представляет собой монотонно возрастающую при увеличении δ поверхность. В области малых расстроек резонанса δ наблюдается разрыв кривых $f_0(n)$, т.е. возникает область запрещенных значений частот, в которых четная квазиповерхностная мода не существует. Что касается кривых нормированного потока $P(\delta)$, то качественное поведение повторяет поведение кривых закона дисперсии (рис. 5, b). Однако, в области малых расстроек резонанса δ при данном значении толщины пластинки D исчезает максимум кривых потока, величина потока существенно уменьшается.

Рассмотрим поведение закона дисперсии квазиповерхностной нечетной моды, описываемой уравнением (10). Поведение дисперсионных кривых $n(\delta, f_0)$ при малых значениях параметра D характеризуется монотонно возрастающими кривыми $f_0(n)$ при увеличении расстройки резонанса δ. Характер поведения кривых не меняется при изменении показателя преломления n. На рис. 6 представлены кривые потока $P(\delta)$ квазиповерхностной нечетной моды, качественно повторяющие поведение кривых закона дисперсии. Поток монотонно убывает при увеличении значений показателя преломления n. При увеличении расстройки резонанса δ существенно возрастает величина потока, переносимого квазиповерхностной нечетной модой.

Увеличение параметра D ($D = 0.207$) приводит к изменению характера поведения кривых закона дисперсии (рис. 7, a). Видно, что при данном значении толщины пластинки закон дисперсии квазиповерхностной нечетной моды состоит из двух неперекрывающихся областей, разделенных областью запрещенных значений показателя преломления n, границы которой определяются решением уравнения $(\varepsilon_\infty - \varepsilon_0)\,\mathrm{sh}^2\left((n^2 - \varepsilon_0)D^2\right) = n^2 - \varepsilon_0$. Каждая из областей характеризуется убыванием кривых $f_0(n)$ при возрастании значений n. Значение поля f_0 на границе раздела возрастает при увеличении расстройки резонанса δ. На рис. 7, b представлено поведение кривых нормированного потока квазиповерхностной нечетной моды. Он состоит из двух неперекрывающихся поверхностей $P(\delta, n)$, разделенных запрещенными значениями n. Первая характеризуется наличием максимума, величина которого возрастает при увеличении расстройки резонанса δ. В области малых значений n (рис. 7, c) кривые потока $P(\delta)$ первой области характеризуются резким возрастанием. Для второй области наблюда-

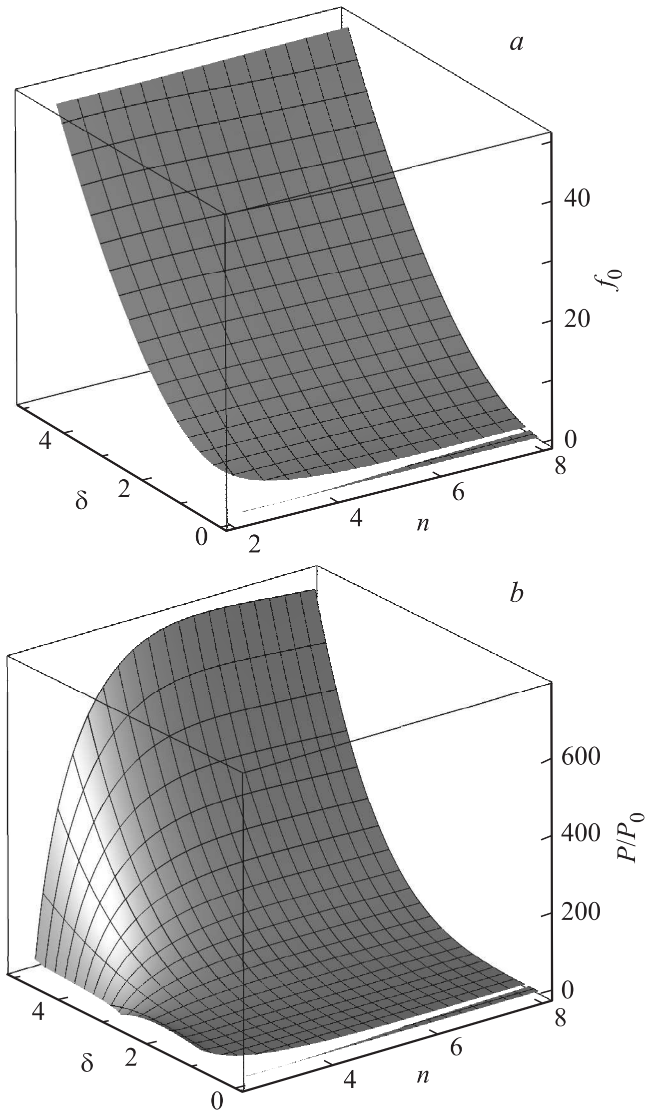

Рис. 5. Закон дисперсии (a) и поток энергии (b) симметричных TE-поляризованных четных квазиповерхностных волн при значениях параметров $\varepsilon_0 = -7$, $\varepsilon_\infty = 5$, $D = 0.3$.

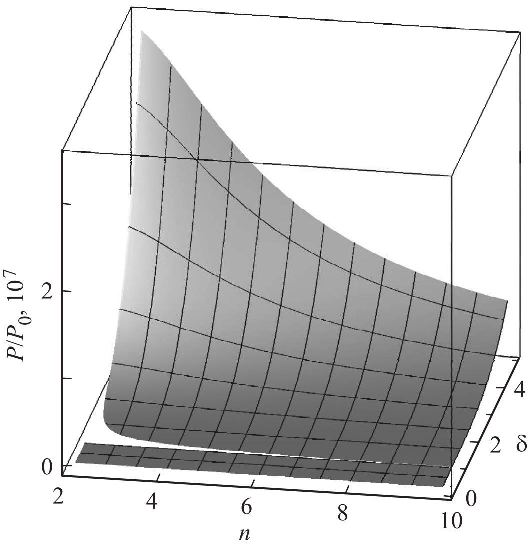

Рис. 6. Поток энергии симметричных TE-поляризованных нечетных квазиповерхностных волн при значениях параметров $\varepsilon_0 = -7$, $\varepsilon_\infty = 5$, $D = 0.001$.

ется резкое убывание $P(\delta, n)$ при малых значениях расстройки резонанса δ. При увеличении значений δ кривые $P(n)$ характеризуются монотонным убыванием (рис. 7, b). Величина потока переносимой энергии зависит от расстройки резонанса δ. Дальнейшее увеличение толщины D линейной пластинки приводит к изменению поведения кривых закона дисперсии квазиповерхностной нечетной моды. Закон дисперсии и поток существуют в одной и той же области. Закон дисперсии не зависит от n и характеризуется монотонным возрастанием кривых $f_0(n)$. Что касается потока, то он очень быстро убывает с ростом n в области больших значений δ. Это убывание существенно замедляется при больших n.

Если сравнить полученные нами результаты с результатами работы [13], в которой исследовались новые нелинейные поверхностные и направляемые TE-волны в асимметричных левосторонних волноводах с керровской нелинейностью, то можно отметить, что в [13] структура законов дисперсии является непрерывной при любых значениях полей на границе раздела и толщинах

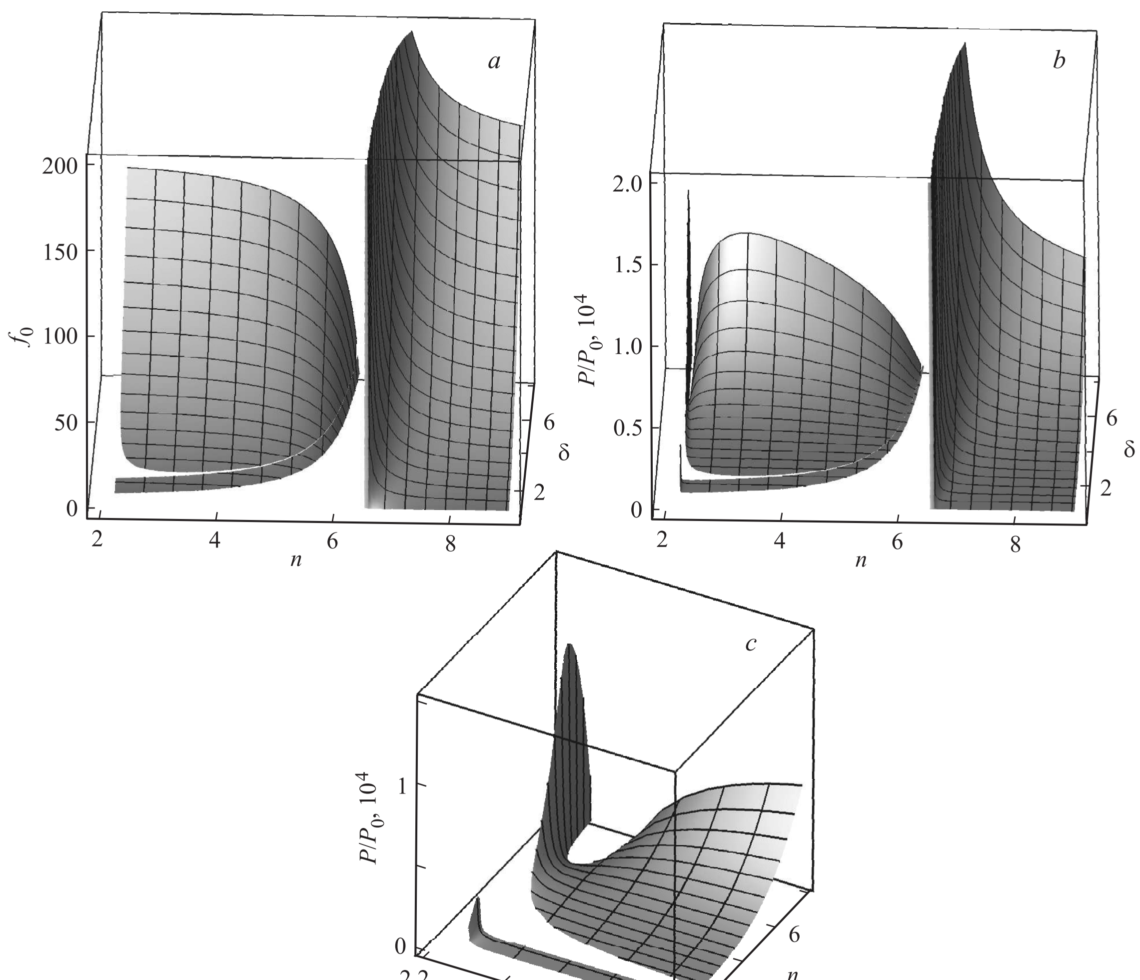

Рис. 7. Закон дисперсии (a) и поток энергии (b, c) симметричных TE-поляризованных нечетных квазиповерхностных волн при значениях параметров $\varepsilon_0 = -7$, $\varepsilon_\infty = 5$, $D = 0.207$.

сердцевины. Аналогичные результаты получены в [8]. Это обусловлено гладкой зависимостью от поля диэлектрической функции керровской среды [8,13]. В нашем случае нелинейность имеет резонансный характер в зависимости от интенсивности распространяющейся волны. Именно это обстоятельство ответственно за формирование разрывов в законах дисперсии и зависимостях потока от расстройки резонанса.

4. Заключение

Изучены законы дисперсии и потоки переносимой энергии s-поляризованными нелинейными квазиповерхностными модами, которые распространяются в трехслойной структуре с сердцевиной из метаматериала и нелинейными обкладками. Нелинейность обкладок обусловлена взаимодействием экситонов и биэкситонов со светом и обнаруживает резонансное по полю поведение диэлектрической функции, которое существенно отличается от керровских нелинейностей. Полученные законы дисперсии существенно зависят от потока переносимой энергии и толщины линейной пластинки. Предсказываются эффекты разрывов законов дисперсии и возникновение областей запрещенных значений расстроек резонанса δ.

Автор выражает благодарность А.В. Короваю за помощь в подготовке к публикации материалов и организации численного эксперимента.

Список литературы

[1] Л.И. Мандельштам. ЖЭТФ **15**, 475 (1945).
[2] В.Г. Веселаго. УФН **92**, 517 (1967).
[3] Д.В. Сивухин. Опт. и спектр. **3**, 308 (1957).
[4] J.B. Pendry. Phys. Rev. Lett. **85**, 3966 (2000).
[5] В.К. Агранович, В.Л. Гинзбург. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов. Наука, М. (1965). 188 с.
[6] В.М. Агранович, Ю.Н. Гартштейн. УФН **176**, 1057 (2006).
[7] А.Б. Маненков. Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика **18**, *6*, 93 (2010).
[8] I.V. Shadrivov, A.A. Sukhorukov, Y. Kivshar. Phys. Rev. E **67**, 057 602 (2003).
[9] I.V. Shadrivov, A.A. Sukhorukov, Y. Kivshar, A.A. Zharov, A.D. Boardman, P. Egan. Phys. Rev. E **69**, 016 617 (2004).
[10] M. Scalora, M.S. Syrchin, N. Akozbek, E.Y. Poliakov, A.M. Zheltikov. Phys. Rev. Lett. **95**, 013 902 (2005).
[11] S. Wen, Y. Xaing, X. Dai, Z. Tang, W. Su, D. Fen. Phys. Rev. A **75**, 033 815 (2007).
[12] N. Lazarides, G.P. Tsironic. Phys. Rev. E **71**, 036 614 (2005).
[13] A.D. Boardman, P. Egan. J. Opt. A **11**, 114 032, (2009).
[14] N.M. Litchinitser, I.R. Gabitov, A.I. Maimistov, V.M. Shalaev. Progr. Opt. **51**, 1 (2007).
[15] A.I. Maimistov, I.R. Gabitov. Eur. Phys. J. Special Topics **147**, 265 (2007).
[16] А.И. Маймистов, И.Р. Габитов. Изв. РАН. Сер. физ. **72**, 744 (2008).
[17] I.R. Gabitov, A.O. Korotkevich, A.I. Maimistov, J.B. McMahon. Lect. Notes Phys. **751**, 337 (2008).
[18] П.И. Хаджи, Е.С. Киселева. ЖТФ **57**, 395 (1987).
[19] П.И. Хаджи, К.Д. Ляхомская. Квантовая электроника **29**, 43 (1999).
[20] О.В. Коровай, П.И. Хаджи. ФТТ **45**, 386 (2003).
[21] О.В. Коровай, П.И. Хаджи. ФТТ **45**, 750 (2003).
[22] П.И. Хаджи. Нелинейные оптические процессы в системе экситонов и биэкситонов в полупроводниках. Штиинца, Кишинев (1985). 231 с.
[23] П.И. Хаджи, Г.Д. Шибаршина, А.Х. Ротару. Оптическая бистабильность в системе когерентных экситонов и биэкситонов в полупроводниках. Штиинца, Кишинев (1988). 119 с.