

## Волноводная спектроскопия двухслойных структур

© А.Б. Сотский,<sup>1</sup> L.M. Steingart,<sup>2</sup> J.H. Jackson,<sup>2</sup> С.О. Парашков,<sup>1</sup> И.С. Дзен,<sup>1</sup> Л.И. Сотская<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Могилевский государственный университет им. А.А. Кулешова, 212022 Могилев, Белоруссия

<sup>2</sup> Metricon Corporation, 08534 Pennington, New Jersey, USA

<sup>3</sup> Белорусско-Российский университет, 212005 Могилев, Белоруссия  
e-mail: ab\_sotsky@mail.ru

(Поступило в Редакцию 14 ноября 2014 г.)

Предложен метод наименьших квадратов для восстановления оптических параметров двухслойных структур, в котором целевая функция строится с использованием экспериментальных и расчетных данных для отражательной способности призмы связи. Выполнены исследования структуры, состоящей из двух различных пленок оксинитрида кремния, нанесенных на кремниевую подложку. Оценено влияние рассеяния света на решение обратной задачи.

### Введение

Двухслойные пленочные структуры на подложках широко используются в оптике и микроэлектронике, поэтому актуален неразрушающий оптический контроль их параметров. Одним из эффективных методов такого контроля является волноводная спектроскопия [1]. В данном методе сочетаются туннельное возбуждение мод слоистой структуры посредством призмы связи и регистрация параметров отраженного светового пучка. При указанном способе возбуждения структуры зондирующее оптическое излучение проникает в нее в виде волноводных мод и взаимодействует с ней на наибольшем по сравнению с альтернативными измерительными схемами расстоянии. Этим определяется максимальная чувствительность метода волноводной спектроскопии к параметрам структуры.

К двухслойным структурам метод волноводной спектроскопии применялся в [2–4]. В данных работах рассмотрены различные численные схемы решения обратной оптической задачи по определению параметров структур, основанные на методе наименьших квадратов (МНК). Общей особенностью этих схем является использование целевой функции МНК в виде суммы разностей квадратов вещественных частей постоянных распространения мод, определенных экспериментально и из известных дисперсионных уравнений. Но поскольку число допускающих призмное возбуждение мод ограничено (обычно оно не превосходит 10), при таком подходе возникает серьезная проблема фильтрации локальных минимумов целевой функции [2]. Кроме того, в нем не учитываются вытекание возбуждаемых мод в призму связи и подложку, а также материальное поглощение света, что не позволяет определить такие важные спектроскопические параметры, как коэффициенты поглощения пленок.

В настоящей работе рассматривается альтернативный вариант МНК, в котором целевой функцией служит

функционал невязки теоретических и экспериментальных данных для угловой зависимости отражательной способности призмы связи. В данном методе количество экспериментальных данных может более чем на два порядка превосходить число искомых параметров, что существенно облегчает численное отыскание глобального минимума целевой функции. При этом учет эффектов вытекания и поглощения света не вызывает затруднений.

Применение подобных вычислительных схем к исследованию однослойных волноводных структур было продемонстрировано в [5–7]. В этих работах были восстановлены толщины, показатели преломления и показатели поглощения волноводных пленок. Но следует заметить, что в рамках модели неограниченной призмы связи, использованной в [5–7], рассчитывать на корректное восстановление показателя поглощения волноводной пленки  $k$  можно лишь при условии [8]

$$2|\text{Im}\bar{h}|L \geq 1, \quad (1)$$

где  $\bar{h}$  — постоянная распространения основной моды структуры, нагруженной призмой связи,  $L$  — протяженность основания призмы от точки ввода возбуждающего

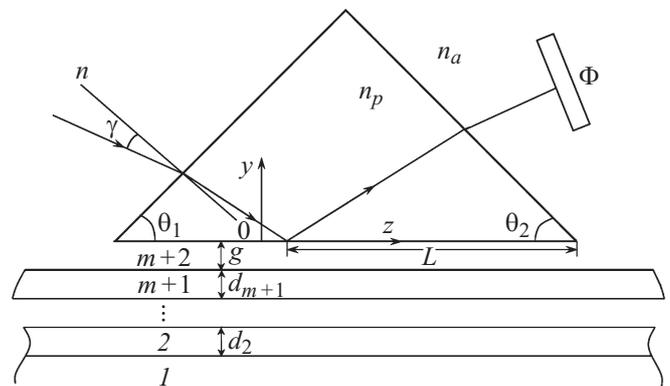


Рис. 1. Схема призмного возбуждения многослойной структуры.

светового пучка до выходного ребра призмы (рис. 1). При нарушении (1) выход полей возбуждаемых мод из-под реальной пространственно-ограниченной призмы связи, который не учитывается в указанной модели, приведет к завышенным значениям  $k$  [8]. Еще одним принципиальным фактором, который может влиять на точность восстановления  $k$ , является рассеяние света [9]. Данные ограничения в цитированных работах не учитывались.

В разд. 1 настоящей работы представлена формулировка МНК для многослойных пленочных структур и рассмотрен пример реализации этого метода для конкретной двухслойной структуры. В разд. 2 разработанная расчетная схема применена к обработке экспериментальных данных с целью восстановления параметров двухслойной структуры оксинитрида кремния на кремниевой подложке и исследована проблема восстановления  $k$  слабо поглощающих волноводных пленок, обусловленная поверхностным рассеянием света.

## 1. МНК при волноводной спектроскопии многослойных структур

Схема призмного возбуждения планарной структуры приведена на рис. 1. Здесь призма связи с показателем преломления  $n_p$  и углами  $\theta_1$  и  $\theta_2$  при основании отделена от структуры, состоящей из однородных слоев и расположенной на подложке  $I$  с показателями преломления и поглощения  $n_s$  и  $k_s$ , буферным слоем толщины  $g$ . Показатели преломления, показатели поглощения и толщины слоев равны  $n_j$ ,  $k_j$  и  $d_j$  ( $j = \overline{2, m+2}$ ,  $d_{m+2} = g$ ). Призма окружена средой с показателем преломления  $n_a$ . Структура возбуждается линейно поляризованным световым пучком с зависимостью поля от времени  $\exp(i\omega t)$ . Ось пучка составляет угол  $\gamma$  с внешней нормалью  $n$  к входной грани призмы ( $\gamma > 0$  при повороте оси пучка относительно нормали по часовой стрелке). Мощность отраженного пучка  $P(\gamma)$  регистрируется фотоприемником  $\Phi$ . При использовании пучка радиуса  $w$ , удовлетворяющего условию  $k_0 W \ll 1$ , где  $k_0 = 2\pi/\lambda$  — волновое число вакуума, она может быть приближенно описана функцией [6]

$$P(\gamma) = H(\gamma)T(\gamma)R(\gamma), \quad (2)$$

где  $H(\gamma)$  — аппаратная функция фотоприемника,  $T(\gamma)$  — энергетический коэффициент прохождения плоской волны сквозь боковые грани призмы,  $R(\gamma)$  — отражательная способность основания призмы.

Заметим, что угол  $\gamma$  и параметр  $\beta = k_z/k_0$ , где  $k_z$  — z-составляющая волнового вектора оси пучка в призме, однозначно связаны соотношением

$$\beta = \sin \theta_1 \sqrt{n_p^2 - n_a^2 \sin^2 \gamma} - n_a \cos \theta_1 \sin \gamma,$$

вытекающим из закона Снеллиуса. Поэтому в дальнейшем вместо угла  $\gamma$  мы будем использовать более удобную для выкладок переменную  $\beta$ .

Пусть выполняется характерное для призмного устройства связи условие  $\beta > n_{m+2}$  [1]. Тогда, устремив  $g \rightarrow \infty$  получим  $R(\beta) \rightarrow 1$ ,

$$P(\beta) = P_0(\beta) = H(\beta)T(\beta). \quad (3)$$

Согласно (2) и (3),  $R(\beta) = P(\beta)P_0^{-1}(\beta)$ . Следовательно, измерив предварительно распределение мощности  $P_0(\beta)$  в случае, когда призма связи не контактирует с исследуемой структурой, и затем измерив распределение мощности  $P(\beta)$ , можно определить отражательную способность  $R(\beta)$ . В дальнейшем мы будем подразумевать именно такую схему эксперимента, которая позволяет ограничиться анализом одной лишь функции  $R(\beta)$ .

Рассмотрим целевую функцию МНК

$$F(p_1, \dots, p_l) = \sum_{k=1}^n [R_e(\beta_k) - R(\beta_k, p_1, \dots, p_l)]^2, \quad (4)$$

где  $R_e(\beta_k)$  — экспериментальные данные для отражательной способности, измеренные при  $n$  углах падения,  $R(\beta, p_1, \dots, p_l)$  — теоретическая модель отражательной способности, зависящая от параметров исследуемой многослойной структуры  $p_j$ . Как известно [10],  $R = |r|^2$ , где для ТЕ-волн

$$r = (iA_{m+3}k_{tp} - B_{m+3})(iA_{m+3}k_{yp} + B_{m+3})^{-1}. \quad (5)$$

В (5)  $k_{yp} = \sqrt{n_p^2 - \beta^2}$ , а коэффициенты  $A_{m+3}$  и  $B_{m+3}$ , рассчитываются по рекуррентным формулам

$$\left. \begin{aligned} A_{j+1} &= A_j \cos(\sigma_j k_0 d_j) + B_j \sigma_j^{-1} \sin(\sigma_j k_0 d_j), \\ B_{j+1} &= -A_j \sigma_j \sin(\sigma_j k_0 d_j) + B_j \cos(\sigma_j k_0 d_j), \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$A_2 = 1, \quad B_2 = i\sigma_s, \quad (7)$$

$$\sigma_j = \sqrt{\varepsilon_j - \beta^2}, \quad \varepsilon_j = (n_j - ik_j)^2,$$

$$\sigma_s = \sqrt{\varepsilon_s - \beta^2}, \quad \varepsilon_s = (n_s - ik_s)^2.$$

Для ТМ волн соотношения, аналогичные (5)–(7), имеют вид

$$r = (iA_{m+3}k_{yp} - B_{m+3}n_p^{-2})(iA_{m+3}k_{yp} + B_{m+3}n_p^{-2})^{-1}, \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} A_{j+1} &= A_j \cos(\sigma_j k_0 d_j) + B_j \varepsilon_j \sigma_j^{-1} \sin(\sigma_j k_0 d_j), \\ B_{j+1} &= -A_j \varepsilon_j^{-1} \sigma_j \sin(\sigma_j k_0 d_j) + B_j \cos(\sigma_j k_0 d_j), \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$A_2 = 1, \quad B_2 = i\sigma_s \varepsilon_s^{-1}. \quad (10)$$

Величины  $n_s$ ,  $k_s$ ,  $n_{m+2}$ ,  $k_{m+2}$  и  $n_p$  будем считать известными, а параметры  $d_j$  ( $j = \overline{2, m+2}$ ),  $n_j$ ,  $k_j$  ( $j = \overline{2, m+1}$ ) определим из условия минимума функции  $F(p_1, \dots, p_l)$ , аргументы которой  $p_j$  ( $j = \overline{1, 3m+1}$ ) совпадают с указанными параметрами.

Для численной минимизации функции  $F(p_1, \dots, p_l)$  будем считать, что из априорных соображений известны диапазоны локализации искомых параметров:

$$(p_i)_j \leq p_j \leq (p_f)_j. \quad (11)$$

Выберем шаги сканирования данных диапазонов  $\Delta p_j$ . В результате в  $3m + 1$ -мерном пространстве переменных  $p_j$  будет выделено

$$N = \prod_{k=1}^{3m+1} \{1 + \text{int}[\frac{(p_f)_k - (p_i)_k}{\Delta p_k^{-1}}]\}$$

точек ( $\text{int}[\dots]$  означает взятие целой части числа). Далее градиентным методом [11] определим линии наискорейшего спуска, проходящие через каждую из данных точек и минимумы функции  $F(p_1, \dots, p_l)$  на указанных линиях. Некоторые из этих минимумов могут не совпадать между собой, формируя набор локальных минимумов. Результат решения обратной оптической задачи отнесем к наименьшему из найденных минимумов, координаты которого находятся в диапазонах (11).

При рассмотрении двухслойных структур ( $m = 2, l = 7$ ) значение  $N$  может составлять десятки тысяч, что приводит к весьма значительному объему расчетов. С целью оптимизации вычислений мы разработали специальный алгоритм минимизации функции  $F(p_1, \dots, p_l)$ , сочетающий технику градиентного спуска и итерационный метод Ньютона, в котором производные  $\partial F / \partial p_j$  вычисляются с помощью рекуррентных соотношений, аналогичных (6), (7), (9), (10). При использовании этого алгоритма время численного решения на персональном компьютере каждой из рассмотренных ниже обратных задач не превышало 10 min.

В качестве тестового примера рассмотрим решение обратной задачи волноводной спектроскопии для двухслойной структуры, состоящей из волноводной пленки, отделенной низкопреломляющим буферным слоем от высокопреломляющей кремниевой подложки и возбуждаемой волнами ТЕ-поляризации. Положим  $m = 2, l = 7, n_4 = n_a = 1, k_4 = 0, n_s = 5.375, k_s = 0.316, n_p = 2.013, \theta_1 = 49.439^\circ, \theta_2 = 50.439^\circ,$

$$\left. \begin{aligned} p_1 = d_2 = 1 \mu\text{m}, p_2 = d_3 = 1 \mu\text{m}, \\ p_3 = d_3 = g = 0.1 \mu\text{m}, \\ p_4 = n_2 = 1.6, p_5 = n_3 = 1.8, \\ p_6 = k_2 = 3 \cdot 10^{-4}, p_7 = k_3 = 6 \cdot 10^{-6}. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Для моделирования эксперимента мы использовали функции  $H(\beta) = C = \text{const}, P(\beta) = CT(\beta)R(\beta), P_0(\beta) = CT(\beta),$  где [6]

$$T(\beta) = \frac{16\alpha_1^{(1)}\alpha_2^{(1)}\alpha_1^{(2)}\alpha_2^{(2)}}{(\alpha_1^{(1)} + \alpha_2^{(1)})^2(\alpha_1^{(2)} + \alpha_2^{(2)})^2},$$

$$\alpha_1^{(i)} = \sqrt{n_a^2 - (k_{yp} \sin \theta_i - \beta \cos \theta_i)^2},$$

$$\alpha_2^{(i)} = k_{yp} \cos \theta_i + \beta \sin \theta_i, k_{yp} = \sqrt{n_p^2 - \beta^2},$$

а  $R(\beta)$  определяется формулами (5)–(7). Расчеты выполнены в диапазоне  $1.3 \leq \beta \leq 1.8$  при  $n = 1000, \lambda = 0.407 \mu\text{m}.$  С целью имитации погрешностей результатов измерений константа  $C$  полагалась равной 400, после чего строго рассчитанные функции  $P(\beta)$  и  $P_0(\beta)$  округлялись до целых значений. Такое преобразование является моделью ошибок округления, вызванных аналого-цифровым преобразованием, адекватной измерительной установке Metricon Model 2010/M Prism Coupler (<http://www.metricon.com>).

График полученной функции  $R_e(\beta)$  приведен на рис. 2. Здесь отчетливо видны минимумы отражательной способности, соответствующие резонансному возбуждению мод структуры.

Рассмотрим представляющий практический интерес вопрос о выборе экспериментального диапазона изменения  $\beta.$

Штриховая линия на рис. 2 соответствует показателю преломления  $n_2.$  Она разделяет диапазоны возбуждения условно собственных мод с  $k_0^{-1} \text{Re}h > n_2$  и вытекающих мод с  $k_0^{-1} \text{Re}h < n_2,$  где  $h$  — постоянные распространения мод структуры, не контактирующей с призмой связи.

Поля условно собственных мод локализованы преимущественно в волноводной пленке 3 (см. рис. 1, где  $m = 2$ ), но за счет нарушенного полного внутреннего отражения они слабо туннелируют сквозь пленку 2 с пониженным показателем преломления в высокопреломляющую подложку. Характеристики этих мод близки к характеристикам обычных собственных мод однослойного волновода на однородной подложке с показателем преломления  $n_2,$  поэтому эти характеристики определяются главным образом параметрами волноводной пленки и значением  $n_2$  и слабо чувствительны к

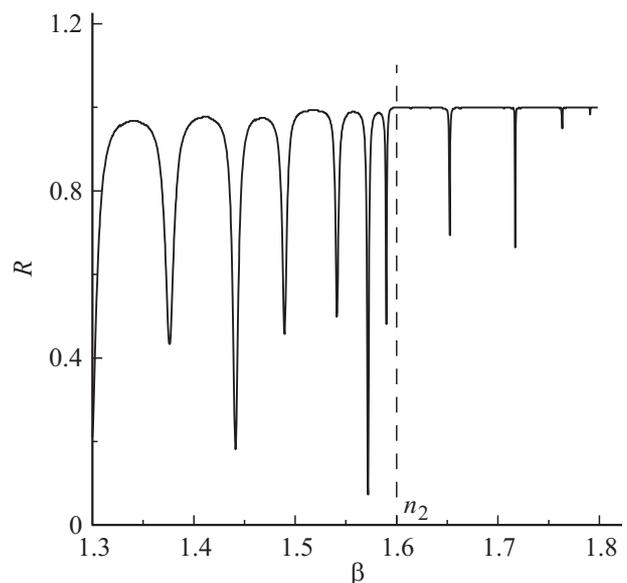


Рис. 2. Отражательная способность основания призмы связи для тестовой структуры.

**Таблица 1.** Постоянные распространения мод тестовой структуры

$l$	$\text{Re } h/k_0$	$\text{Im } h/k_0$	$\text{Re } h_0/k_0$	$\text{Im } h_0/k_0$
0	1.7908485	$-6.93 \cdot 10^{-6}$	1.7908485	$-1.28 \cdot 10^{-14}$
1	1.7632709	$-1.01 \cdot 10^{-5}$	1.7632709	$-2.99 \cdot 10^{-13}$
2	1.7169974	$-1.69 \cdot 10^{-5}$	1.7169974	$-1.84 \cdot 10^{-11}$
3	1.6523416	$-3.42 \cdot 10^{-5}$	1.6523416	$-9.32 \cdot 10^{-9}$
4	1.5898736	$-4.61 \cdot 10^{-4}$	1.5898754	$-1.98 \cdot 10^{-4}$
5	1.5717938	$-5.03 \cdot 10^{-4}$	1.5717949	$-3.52 \cdot 10^{-4}$
6	1.5411907	$-1.40 \cdot 10^{-3}$	1.5411896	$-1.17 \cdot 10^{-3}$
7	1.4896014	$-2.16 \cdot 10^{-3}$	1.4896050	$-1.93 \cdot 10^{-3}$

параметрам остальных слоев структуры. В частности, затухание условно собственных мод вызвано в основном поглощением света в волноводной пленке. Это затухание незначительно, вследствие чего резонансные провалы отражательной способности, соответствующие возбуждению данных мод, являются весьма узкими [6].

Для полей вытекающих мод нарушенное полное внутреннее отражение не имеет места, поэтому данные моды формируются в результате френелевского отражения излучения на всех границах всех слоев, составляющих структуру. Эти моды испытывают существенное затухание, которое определяется главным образом не поглощением излучения в слоях, а его выходом в подложку структуры. В результате вытекающим модам соответствуют достаточно широкие резонансные провалы отражательной способности [6], как это видно из рис. 2.

Количественно отмеченные особенности иллюстрируются табл. 1, где приведены значения постоянных распространения восьми мод низшего порядка структуры, не нагруженной призмой связи. Они рассчитаны путем численного решения дисперсионного уравнения для мод слоистой структуры методом контурного интегрирования [10]. В таблице  $h$  — постоянные распространения мод структуры с описанными выше параметрами,  $h_0$  — постоянные распространения мод аналогичной структуры, но с нулевым поглощением в слоях ( $k_2 = 0, k_3 = 0$ ). Через  $l$  обозначен номер моды, возрастающий по мере убывания вещественной части постоянной распространения моды (основной моде соответствует  $l = 0$ ); моды с номерами 0–3 — условно собственные, а остальные моды — вытекающие. Как видно из табл. 1, поглощение излучения в средах существенно сказывается на затухании условно собственных мод и в гораздо меньшей степени — на затухании вытекающих мод.

Представленные соображения позволяют заключить, что к значениям показателей преломления и толщин слоев в многослойной структуре чувствительны вытекающие моды, поэтому для восстановления данных параметров достаточно обработать сравнительно пологую функцию  $R(\beta)$  в диапазоне  $\beta < n_2$ . Если же необходим контроль показателя поглощения волноводной пленки, к которому чувствительны коэффициенты затухания условно собственных мод, то в экспериментальный диапазон  $\beta$  необходимо включить область  $\beta > n_2$ , содержащую узкие резонансные провалы отражательной способности, связанные с возбуждением данных мод.

Для реализации МНК мы выбрали значения

$$\left. \begin{aligned} (p_i)_1 &= (p_i)_2 = 0.95 \mu\text{m}, \\ (p_f)_1 &= (p_f)_2 = 1.1 \mu\text{m}, \\ \Delta p_1 &= \Delta p_2 = 0.03 \mu\text{m}, (p_i)_3 = 0.08 \mu\text{m}, \\ (p_f)_3 &= 0.11 \mu\text{m}, \Delta p_3 = 0.01 \mu\text{m}, \\ (p_i)_4 &= 1.47, (p_f)_4 = 1.6, \Delta p_4 = 0.01, \\ (p_i)_5 &= 1.77, (p_f)_5 = 1.9, \Delta p_5 = 0.01, \\ (p_i)_6 &= (p_f)_6 = (p_i)_6 = (p_f)_6 = 0. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Восстановленные параметры структуры представлены в табл. 2. Сопоставление данных табл. 2 и значений (12) подтверждает приведенные выше соображения о выборе углового диапазона измерений. В частности, при использовании диапазона  $1.6 \leq \beta \leq 1.8$ , в котором располагаются только вещественные части постоянных распространения условно собственных мод, имеет место значительная погрешность восстановления толщины  $d_2$ , а при попытке использования диапазона возбуждения вытекающих мод  $1.3 \leq \beta \leq 1.6$  коэффициент поглощения волноводной пленки получился отрицательным, что противоречит физическому смыслу. Наиболее точные результаты получены при использовании диапазона  $1.3 \leq \beta \leq 1.8$ , в котором возбуждаются моды обоих указанных типов.

## 2. Восстановление параметров двухслойной структуры оксинитрида кремния на кремниевой подложке

Численные данные, представленные в предыдущем разделе, свидетельствуют о принципиальной приемлемости рассмотренного метода решения обратной оптиче-

**Таблица 2.** Решение обратной задачи для тестовой структуры при использовании различных диапазонов  $a \leq \beta \leq b$

$a, b$	$d_2, \mu\text{m}$	$d_3, \mu\text{m}$	$g, \mu\text{m}$	$n_2$	$n_3$	$k_2 \cdot 10^4$	$k_3 \cdot 10^6$
1.6, 1.8	4.67	0.9981	0.1004	1.60448	1.80005	2.83	5.26
1.3, 1.6	0.99990	1.0002	0.99990	1.60003	1.79990	3.13	-13.8
1.3, 1.8	0.9999995	0.999998	0.099992	1.5999990	1.800002	2.98	6.12

Таблица 3. Решение обратной задачи для экспериментальной структуры

$\lambda, \mu\text{m}$	$d_2, \mu\text{m}$	$d_3, \mu\text{m}$	$g, \mu\text{m}$	$n_2$	$n_3$	$k_2 \cdot 10^5$	$k_3 \cdot 10^6$
0.407	1.085	1.017	0.096	1.56280	1.83601	31.7	6.30
0.532	1.093	1.017	0.117	1.55003	1.80977	5.79	52.9
0.6328	1.100	1.025	0.130	1.54178	1.79906	28.4	19.2

ской задачи для двухслойных структур. Однако в реальных экспериментах может возникать несоответствие принятой модели неограниченной призмы связи и однородных плоскопараллельных слоев в структуре реальной физической ситуации. Для выяснения связанных с этим несоответствием ограничений мы выполнили экспериментальное исследование конкретной двухслойной структуры. Она была получена последовательным плазмохимическим осаждением из смеси газов моносилан, аммиак и закись азота двух слоев оксинитрида кремния на подложку из кристаллического кремния. Соотношение газовых потоков на двух стадиях процесса выбиралось так, чтобы в слое 2, примыкающем к подложке (рис. 1), была повышенная концентрация кислорода и, как следствие, пониженный относительно волноводного слоя 3 показатель преломления.

Измерение оптических характеристик структуры выполнено на автоматизированной установке Metricon Model 2010/M Prism Coupler с пневматическим прижимом призмы связи к исследуемому образцу. Использована призма из галлий-гадолиниевого граната с углами при основании, указанными в предыдущем разделе, отделенная от исследуемой структуры воздушным буферным слоем. Геометрический параметр призмы  $L = 6 \text{ mm}$ . Исследования проведены на трех длинах волн:  $\lambda = 0.407, 0.532, 0.632 \mu\text{m}$ . Им соответствуют  $n_p = 2.013, n_s = 5.375, k_s = 0.316$  ( $\lambda = 0.407 \mu\text{m}$ ),  $n_p = 1.9775, n_s = 4.1509, k_s = 0.0493$  ( $\lambda = 0.532 \mu\text{m}$ ),  $n_p = 1.9645, n_s = 3.8813, k_s = 0.0199$  ( $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$ ). Возбуждение структуры осуществлялось волнами ТЕ-поляризации.

В деталях рассмотрим обработку экспериментальных данных для длины волны  $\lambda = 0.407 \mu\text{m}$ . Результаты для длин волн  $\lambda = 0.532$  и  $0.6328 \mu\text{m}$  аналогичны.

Экспериментальная зависимость  $R(\beta)$  представлена на рис. 3 дискретными точками в количестве 1132. Предварительные оценки величин  $d_2, n_2, d_3, n_3$  по минимумам этой зависимости [4] показали, что в качестве входных параметров МНК могут быть приняты значения (13).

Результаты применения МНК ко всему массиву данных для приведенной зависимости  $R(\beta)$  находятся в строке 2 табл. 3. В соответствии с табличным значением  $n_2 = 1.5628$  на рис. 3 проведена штриховая линия, разделяющая диапазоны возбуждения условно собственных и вытекающих мод.

Аналогичные результаты решения обратной задачи для других использованных длин волн приведены в строках 3 и 4 табл. 3.

Как следует из табл. 3, толщины слоев оксинитрида кремния и воздушного буферного слоя, найденные на разных длинах волн, близки, но несколько отличаются друг от друга. Данное расхождение можно объяснить наличием тонких переходных слоев между средами, которые в принятой расчетной модели не учитывались. Некоторый рост показателей преломления слоев с уменьшением длины волны находится в согласии с нормальным характером дисперсии оксинитрида кремния.

Для проверки корректности найденных значений показателей поглощения слоев мы, пользуясь данными табл. 3, рассчитали коэффициенты затухания условно собственных мод структуры и сопоставили полученные значения с данными независимого эксперимента, в котором эти коэффициенты были определены методом сканирования треков мод, распространяющихся вдоль участка пленочной структуры, не контактирующего с призмой связи.

Результаты вычислений комплексных постоянных распространения мод и коэффициента  $K$ , который отвечает за рассеяние энергии мод (см. ниже), выполненных

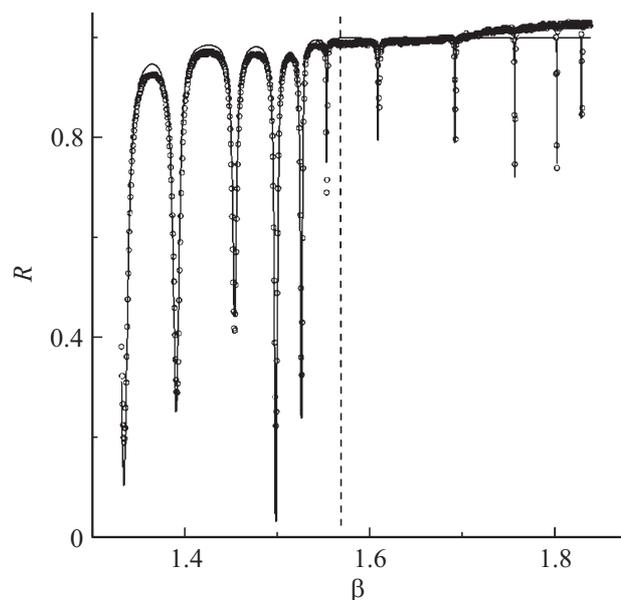
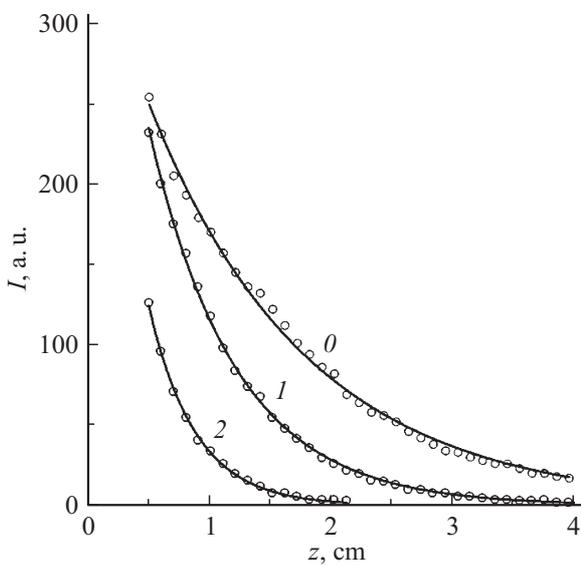


Рис. 3. Отражательная способность основания призмы связи при возбуждении двухслойной структуры оксинитрида кремния на кремниевой подложке на длине волны  $\lambda = 0.407 \mu\text{m}$ . Дискретные точки — эксперимент, сплошная кривая — теоретическая зависимость, полученная после минимизации целевой функции (4).

**Таблица 4.** Параметры, характеризующие затухание условно собственных мод

$\lambda, \mu\text{m}$	$l$	$k_0^{-1} \text{Re } h$	$K, \mu\text{m}^{-1}$	$-2\text{Im } \bar{h}, \mu\text{m}^{-1}$	$-2\text{Im } h, \mu\text{m}^{-1}$	$\alpha, \mu\text{m}^{-1}$
0.407	0	1.82711	0.02440	$5.882 \cdot 10^{-4}$	$2.128 \cdot 10^{-4}$	$0.768 \cdot 10^{-4}$
	1	1.80023	0.09689	$1.971 \cdot 10^{-3}$	$2.724 \cdot 10^{-4}$	$1.445 \cdot 10^{-4}$
	2	1.75492	0.21490	$5.003 \cdot 10^{-3}$	$3.920 \cdot 10^{-4}$	$2.606 \cdot 10^{-4}$
0.532	0	1.79531	0.03927	$2.170 \cdot 10^{-3}$	$1.2578 \cdot 10^{-3}$	$0.255 \cdot 10^{-4}$
	1	1.75159	0.15440	$5.651 \cdot 10^{-3}$	$1.2835 \cdot 10^{-3}$	$0.719 \cdot 10^{-4}$
	2	1.67789	0.33368	$1.394 \cdot 10^{-2}$	$1.3288 \cdot 10^{-3}$	$1.642 \cdot 10^{-4}$
0.6328	0	1.77973	0.05127	$2.072 \cdot 10^{-3}$	$4.189 \cdot 10^{-4}$	$0.309 \cdot 10^{-4}$
	1	1.72127	0.19934	$8.742 \cdot 10^{-3}$	$5.543 \cdot 10^{-4}$	$0.930 \cdot 10^{-4}$
	2	1.62347	0.41279	$2.478 \cdot 10^{-3}$	$9.422 \cdot 10^{-4}$	$1.744 \cdot 10^{-4}$



**Рис. 4.** Треки условно собственных мод двухслойной структуры оксинитрида кремния (дискретные точки) и их экспоненциальная интерполяция (сплошные кривые) на длине волны  $\lambda = 0.407 \mu\text{m}$ . Номера кривых совпадают с номерами мод.

методом контурного интегрирования для структуры с параметрами, указанными в табл. 3, приведены в табл. 4.

Экспериментальные зависимости интенсивности мод  $I$  от продольной координаты  $z$  представлены на рис. 4. Экспоненциальная интерполяция (по методу наименьших квадратов) этих зависимостей и аналогичных зависимостей для других длин волн позволила оценить коэффициенты затухания мод  $\alpha$ . Их значения собраны в последней колонке табл. 4.

В соответствии с табл. 4, расчетные коэффициенты затухания мод  $-2\text{Im } h$  существенно превышают экспериментальные значения  $\alpha$ . Это расхождение нельзя объяснить выходом энергии возбуждаемых мод из-под призмы связи, ибо, пользуясь табличными данными для  $-2\text{Im } \bar{h}$  и указанным выше значением  $L$ , нетрудно убедиться в выполнении критерия (1).

Возникшее затруднение удастся преодолеть, если предположить, что доминирующим механизмом затуха-

ния условно собственных мод в рассматриваемой структуре является рассеяние света, которое использованной выше расчетной моделью не учитывалось.

Поскольку эффект вытекания энергии условно собственных мод в подложку рассматриваемой структуры чрезвычайно слаб (табл. 1), для оценки затухания этих мод, вызванного рассеянием света, воспользуемся результатами работы [9], в которой теоретически исследованы вклады материального поглощения и поверхностного рассеяния света в коэффициенты затухания собственных ТЕ-мод тонкой пленки на однородной подложке.

Известно, что поверхностное рассеяние света в волноводных пленках, как правило, превалирует над его объемным рассеянием [12]. Если пренебречь последним механизмом рассеяния, то коэффициент затухания  $l$ -й ТЕ-моды пленки, находящейся в условиях, удаленных от критических, может быть оценен по формуле [9]

$$\alpha = \alpha^{(l)} = 2k_0 k_f + \alpha_s^{(l)}, \quad (14)$$

где  $k_f$  — коэффициент поглощения материала пленки,

$$\alpha_s^{(l)} = K_l W \quad (15)$$

— вклад в коэффициент затухания моды поверхностного рассеяния света,  $K_l$  — параметр, характеризующий долю мощности моды, распространяющейся вблизи границ пленки,  $W$  — безразмерный коэффициент рассеяния, определяемый статистическими свойствами обеих шероховатых границ пленки, показателями преломления сред, длиной волны излучения и не зависящий от номера моды. Для рассматриваемой структуры  $k_f = k_3$ ,

$$K_l =$$

$$\frac{2k_0 [n_3^2 - (\text{Re } h)^2 k_0^{-2}]}{\{k_0 d_3 + [(\text{Re } h)^2 k_0^{-2} - 1]^{-0.5} + [(\text{Re } h)^2 k_0^{-2} - n_2^2]^{-0.5}\} (n_3^2 - 1)}, \quad (16)$$

где  $h$  — постоянная распространения  $l$ -й моды [9].

Согласно (14) и (15),

$$W = (\alpha^{(l)} - \alpha^{(j)})(K_l - K_j)^{-1} \quad (l \neq j), \quad (17)$$

$$k_f = (2k_0)^{-1}(\alpha^{(l)} - \alpha_s^{(l)}). \quad (18)$$

**Таблица 5.** Восстановление коэффициентов рассеяния и поглощения света в волноводной пленке

$\lambda, \mu\text{m}$	$l, j$	$W \cdot 10^3$	$\alpha_s^{(l)} \cdot 10^4, \mu\text{m}^{-1}$	$\alpha_s^{(l)} \cdot 10^4, \mu\text{m}^{-1}$	$k_3 \cdot 10^6$
0.407	0, 1	0.934	0.228	0.905	1.75
	0, 2	0.965	0.235	2.07	1.72
	1, 2	0.984	0.953	2.121	1.59
0.532	0, 1	0.465	0.182	0.717	0.307
	0, 2	0.471	0.185	1.57	0.296
	1, 2	0.475	0.734	1.59	0.238
0.6328	0, 1	0.419	0.215	0.836	0.473
	0, 2	0.397	0.204	1.64	0.531
	1, 2	0.381	0.760	1.57	0.855

Выражения (14)–(18) дают аналитическое решение задачи о разделении вкладов поглощения и поверхностного рассеяния поля волноводной моды в затухание моды и об определении коэффициента поглощения тонкой пленки. Данное решение предполагает восстановление с помощью МНК значений  $d_3, n_2, n_3$ , последующий расчет постоянных распространения мод и коэффициентов  $K_l$ , а также измерение коэффициентов затухания двух условно собственных ТЕ-мод структуры.

О корректности такого решения позволяет судить табл. 5. Она рассчитана на основании (14)–(17) с использованием данных табл. 4, в которой  $K_l$  есть коэффициент  $K$ , отнесенный к  $l$ -й моде.

Из табл. 4 и 5 видно, что, несмотря на значительный разброс значений  $\alpha$  и  $K$  для мод разного порядка, коэффициент рассеяния  $W$ , рассчитанный с использованием различных пар мод, достаточно стабилен (максимальное расхождение найденных значений  $W$ , имеющее место на длине волны  $0.6328 \mu\text{m}$ , не превосходит 10%). В пользу приемлемости полученного решения говорит также стабильность коэффициентов  $\alpha_s^{(l)}$  при фиксированных  $l$ , определенных с использованием различных пар мод (табл. 5). Необходимо все же отметить, что ввиду снижения точности приближения (14) с ростом номера моды в качестве решения обратной задачи следует использовать значения коэффициентов  $W$  и  $k_3$ , соответствующие  $l = 0, j = 4$  [9].

Сравнивая значения  $\alpha_s^{(l)}$  из табл. 5 со значениями  $\alpha$  для соответствующих мод из табл. 4, заключаем, что основной вклад в коэффициенты затухания условно собственных мод дает эффект рассеяния света, причем увеличение номера моды приводит к увеличению как рассеяния света, так и доли этого вклада. В результате ширина резонансного провала в отражательной способности призмы связи монотонно увеличивается с ростом номера возбуждаемой моды, как это можно наблюдать на рис. 3. При использовании МНК этот эффект приводит к завышенному показателю поглощения волноводной пленки (ср. данные для  $k_3$  в табл. 3 и 5). Он и является причиной отмеченного выше несоответствия

расчетных и экспериментальных коэффициентов затухания мод в табл. 4.

Итак, разработанный МНК позволил корректно оценить толщины и показатели преломления слоев в экспериментально исследованной структуре. Однако его результаты для коэффициента поглощения волноводной пленки  $k_3$  оказались не приемлемыми. Для правильной оценки последнего параметра потребовалось учесть эффект поверхностного рассеяния излучения мод и дополнительно к отражательной способности призмы связи выполнить прямое измерение коэффициентов затухания нескольких мод ТЕ-поляризации.

## Заключение

Для восстановления показателей преломления и толщин слоев двухслойной структуры может быть использован метод наименьших квадратов, в котором целевая функция строится с использованием экспериментальных и расчетных (полученных в рамках модели неограниченной призмы связи) данных для отражательной способности призмы связи. Однако на корректное восстановление этим методом показателей поглощения слоев можно рассчитывать только при условиях отсутствия остаточного излучения возбуждаемых мод на выходе призмы связи (критерий (1)) и пренебрежимо малого вклада в коэффициенты затухания мод рассеяния света на границах слоев. Если первое из указанных условий можно обеспечить достаточно сильным прижимом призмы связи к исследуемому образцу [1], то второе является более принципиальным, поскольку определяется свойствами самой исследуемой структуры. При нарушении последнего условия коэффициент поглощения волноводного слоя может быть оценен за счет разделения вкладов в коэффициенты затухания мод материального поглощения и поверхностного рассеяния света. Такое разделение предполагает, помимо измерения отражательной способности призмы связи и обработки ее методом наименьших квадратов, дополнительные измерения коэффициентов затухания двух мод ТЕ-поляризации.

## Список литературы

- [1] *Khomchenko A.V.* Waveguide spectroscopy of thin films. NY: Academic Press, 2005. 220 p.
- [2] *Jacek M., Kubica // J. Lightwave Technol.* 2002. Vol. 20. N 1. P. 114–119.
- [3] *Schneider T., Leduc D., Cardin J., Lupi C., Gundel H. // Ferroelectrics.* 2007. Vol. 352. N 1. P. 50–60.
- [4] *Schneider T., Leduc D., Lupi C., Cardin J., Gundel H., Boisrobert C. // J. Appl. Phys.* 2008. Vol. 103. N 6. P. 063 110–063 117.
- [5] *Cardin J., Leduc D. // Appl. Opt.* 2008. Vol. 47. N 7. P. 894–900.
- [6] *Сотский А.Б., Steingart L.M., Jackson J.H., Чудаковский П.Я., Сотская Л.И. // ЖТФ.* 2013. Т. 83. Вып. 11. С. 105–115.

- [7] Соколов В.И., Марусин Н.В., Панченко В.Я., Савельев А.Г., Семиногов В.Н., Хайдуков Е.В. // Квант. электрон. 2013. Т. 43. № 12. С. 1149–1153.
- [8] Сотский А.Б., Чудаковский П.Я., Примак И.У., Сотская Л.И. // Вестн. Могилевского гос. ун-та им. А.А. Кулешова. Сер. В. 2012. Т. 40. № 2. С. 45–59.
- [9] Сотский А.Б., Чудаковский П.Я. // Компьютерная оптика. 2012. Т. 36. № 4. С. 479–488.
- [10] Сотский А.Б. Теория оптических волноводных элементов. Могилев: МГУ им. А.А. Кулешова, 2011. 450 с.
- [11] Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М.: Наука, 1977. 831 с.
- [12] Хансперджер Р. Интегральная оптика: Теория и технология. М.: Мир, 1985. 384 с.