Журнал технической физики, 2015, том 85, вып. 9

01

Влияние кинетических граничных условий на сечение рассеяния электромагнитного излучения на малой металлической частице

© И.А. Кузнецова,[1] М.Е. Лебедев,[1] А.А. Юшканов[2]

[1] Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова,
150000 Ярославль, Россия
[2] Московский государственный областной университет,
105005 Москва, Россия
e-mail: m.e.lebedev@ya.ru

(Поступило в Редакцию 21 мая 2014 г. В окончательной редакции 17 ноября 2014 г.)

В дипольном приближении вычислено сечение рассеяния малой металлической частицы сферической формы, помещенной в поле плоской электромагнитной волны. Радиус частицы предполагается малым по сравнению с характерной глубиной скин-слоя, что позволяет пренебречь скин-эффектом. Расчеты выполнены в рамках кинетического подхода при произвольном соотношении между длиной свободного пробега электронов и радиусом частицы. Для нахождения неравновесной функции распределения использовалась модель диффузно-зеркальных граничных условий Фукса. Получены асимптотические приближения для случая крупных частиц, согласующиеся с известными результатами макроскопической теории.

Введение

Электрические и оптические свойства малых металлических частиц (линейный размер частицы много меньше длины волны электромагнитного излучения) могут значительно отличаться от подобных свойств массивных образцов [1–4]. Если радиус частицы a становится сравним или меньше длины свободного пробега электронов λ, то их взаимодействие с поверхностью начинает оказывать существенное влияние на большинство явлений, происходящих в частице [1–4]. Такие оптические характеристики частицы, как сечение поглощения и сечение рассеяния, обнаруживают нетривиальную зависимость от отношения a/λ.

В настоящее время возрастающий интерес исследователей вызывают композитные материалы, содержащие наночастицы различных металлов. Тонкопленочные композитные материалы востребованы сегодня в качестве экранирующих покрытий в военной технике, они же позволяют значительно повысить эффективность кремниевых [5] и органических [6] солнечных элементов. Поглощающие и рассеивающие свойства покрытия существенно зависят от размеров, формы и материала частиц. Для описания оптических свойств таких композитов необходимо исследовать механизмы взаимодействия электромагнитного излучения с изолированной частицей.

Современные технологии позволяют получать частицы размером несколько нанометров. У типичных металлов с высокой проводимостью, таких как медь, алюминий, золото и прочие, длина свободного пробега электронов λ при комнатной температуре $\lambda \sim 10-100$ nm, а длина волны де Бройля порядка межатомного расстояния $\Lambda_B \sim 0.3$ nm [7]. При условии $\Lambda_B \ll a < \lambda$, вполне достижимом экспериментально (получение проводящих наночастиц с заданными свойствами широко освещено в литературе, например, [8,9]), справедливо классическое кинетическое описание размерных эффектов, определяемое квазиклассическим движением электронов [7].

В настоящей работе рассматривается малая сферическая частица немагнитного металла, находящаяся в поле плоской линейно поляризованной электромагнитной волны частоты ω. Результат взаимодействия частицы с излучением составляют два процесса, которые могут рассматриваться независимо: поглощение излучения, приводящее к нагреванию частицы, и рассеяние излучения, характеризующееся угловым распределением вторичной волны. Рассматривается вопрос о влиянии механизма поверхностного рассеяния электронов на сечение рассеяния электромагнитного излучения мелкой металлической частицей сферической формы.

Диапазон рассматриваемых частот определяется условием малости вклада плазменного резонанса в диссипацию энергии волны в частице: $\omega^2 \ll \omega_p^2$, где ω_p — частота плазменного резонанса (в металлах имеет характерное значение $10^{16}\,\mathrm{s}^{-1}$). Практически это означает, что ω ограничена сверху частотами ближнего ИК-диапазона. Отметим, что исследование оптических свойств частиц вблизи частоты плазменного резонанса проводилось в ряде работ. Последовательное кинетическое описание поведения поверхностных плазмонов в сфероидальных наночастицах металлов представлено в работе [10].

Если размер частицы мал по сравнению с длиной рассеиваемой волны $\Lambda = c/\omega$ $(a \ll \Lambda)$, то электромагнитное поле вблизи частицы можно считать однородным. Частица в однородном поле приобретает электрический и магнитный моменты $\mathbf{P}$ и $\mathbf{M}$ соответственно. Рассеянная волна — результат излучения этими моментами на больших (по сравнению с Λ) расстояниях от частицы. Радиус частицы a считается меньше характерной глубины скин-слоя δ, что позволяет пренебречь скин-эффектом. На соотношение между длиной свободного пробега электронов λ и радиусом частицы a ограничений не накладывается.

Подробные оценки, выполненные в работе [1] показывают, что для частиц размером $1-10\,\mathrm{nm}$ вследствие экранировки электрического поля в частице в рассматриваемом диапазоне частот вклад токов дипольной электрической поляризации в поглощение мал по сравнению с вкладом вихревых токов, индуцируемых магнитным полем волны. В то же время, в полном сечении рассеяния доминирует электрическое дипольное рассеяние [11,12]. Однако, как показано в работе [13], для дифференциального сечения рассеяния при определенных углах рассеяния доминирующим становится магнитное дипольное рассеяние. В настоящей работе проводится последовательный кинетический расчет дифференциального сечения рассеяния с учетом смешанного диффузно-зеркального характера отражения электронов от границы образца.

Постановка задачи

С учетом вышеперечисленных допущений определим сечение рассеяния на малой частице радиуса a. Первоначально рассмотрим сечение магнитного дипольного рассеяния. Задача о его вычислении сводится к нахождению магнитного момента $\mathbf{M}$, приобретаемого сферической частицей в переменном магнитном поле. Однородное периодическое во времени магнитное поле $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 \exp(-i\omega t)$ порождает вихревое электрическое поле $\mathbf{E}$, которое находится из уравнения индукции Максвелла:

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$$

в виде

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2c}\left[\mathbf{r} \times \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}\right] = \frac{\omega}{2ic}\left[\mathbf{r} \times \mathbf{H}_0\right]\exp(-i\omega t), \tag{1}$$

где c — скорость света, $\mathbf{r}$ — радиус-вектор электрона (начало координат 0 — в центре частицы), ω — угловая частота поля, $\mathbf{H}_0$ — амплитуда магнитного поля волны.

Если радиус частицы больше длины свободного пробега электронов ($a > \lambda$), то для плотности тока $\mathbf{j}$ выполняется локальный закон Ома:

$$\mathbf{j} = \Sigma_V \mathbf{E}, \tag{2}$$

где Σ_V — объемная проводимость Друде, являющаяся функцией только частоты излучения ω, $\Sigma_V = \Sigma_0/(1 - i\omega\tau)$, $\Sigma_0 = e^2 n\tau/m$ — статическая проводимость металла, e, m и n — соответственно заряд, эффективная масса и концентрация электронов, τ — время релаксации.

В случае, когда радиус частицы меньше или сравним с длиной свободного пробега электронов ($a \le \lambda$) плотность тока $\mathbf{j}$ становится нелокальной величиной, а проводимость является функцией не только частоты ω, но и координат $\mathbf{r}$. В этом случае макроскопическая электродинамика неприменима, и для описания связи между электрическим полем $\mathbf{E}$ и плотностью тока $\mathbf{j}$ необходим кинетический подход [1,4].

В линейном (по внешнему полю $\mathbf{E}$ и малым отклонениям от состояния равновесия f_1) приближении уравнение Больцмана имеет следующий вид:

$$-i\omega f_1 + v\,\frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{r}} + e\mathbf{v}\mathbf{E}\,\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} = -\frac{f_1}{\tau}, \tag{3}$$

где предположена стационарная зависимость от времени ($f_1 \sim \exp(-i\omega t)$), а интеграл столкновений взят в приближении времени релаксации τ. Неравновесная функция распределения электронов $f(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ есть сумма равновесной функции распределения Ферми–Дирака $f_0(\varepsilon)$ и малой неравновесной поправки $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v})$:

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = f_0(\varepsilon) + f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}), \tag{4}$$

где $\mathbf{v}$ — средняя скорость электронов, ε — кинетическая энергия электрона (далее предполагается квадратичная зависимость энергии электрона от скорости $\varepsilon = mv^2/2$). Для равновесной функции распределения $f_0(\varepsilon)$ используем ступенчатую аппроксимацию:

$$f_0(\varepsilon) = \theta(\varepsilon_F - \varepsilon) = \begin{cases} 1, & 0 \le \varepsilon \le \varepsilon_F, \\ 0, & \varepsilon > \varepsilon_F, \end{cases} \tag{5}$$

где $\varepsilon_F = mv_F^2/2$ — энергия Ферми, v_F — скорость Ферми.

Отклонение системы от состояния равновесия под действием вихревого поля $\mathbf{E}$ (1), т. е. наличие неравновесной поправки f_1, обусловливает возникновение вихревого тока внутри частицы:

$$\mathbf{j} = en\langle \mathbf{v} \rangle = e\int \mathbf{v} f\,\frac{2d^3(m\mathbf{v})}{h^3} = 2\left(\frac{m}{h}\right)^3 e\int \mathbf{v} f_1 d^3 v, \tag{6}$$

где h — постоянная Планка. В формуле (6) принята стандартная нормировка функции распределения f, при которой плотность электронных состояний равна $2/h^3$.

Магнитный момент, созданный током $\mathbf{j}$, имеет вид [12]

$$\mathbf{M} = \frac{1}{2c}\int [\mathbf{r} \times \mathbf{j}]dV. \tag{7}$$

Электрический момент в первом приближении по $1/\varepsilon$, где $\varepsilon = 1 + 4i\pi\Sigma_V(\omega)/\omega$ — комплексная диэлектрическая проницаемость металла на частоте ω, можно вычислить как момент проводящего ($\varepsilon- > \mathrm{inf}$) шара радиуса a в однородном электрическом поле $\mathbf{E}$:

$$\mathbf{P} = a^3\mathbf{E}, \tag{8}$$

На больших (по сравнению с Λ) расстояниях r от частицы поле рассеянной волны дается формулами [12]

$$\mathbf{H}' = \frac{\omega^2}{c^2 r}\left\{[\mathbf{n} \times \mathbf{P}] + [\mathbf{n} \times [\mathbf{M} \times \mathbf{n}]]\right\},\ \mathbf{E}' = [\mathbf{H}' \times \mathbf{n}]. \tag{9}$$

где единичный вектор $\mathbf{n}$ указывает направление рассеяния, а значения $\mathbf{P}$ и $\mathbf{M}$ должны быть взяты в момент времени $(t - r/c)$; поле рассеянной волны обозначено буквами со штрихами, поле падающей волны — буквами без штрихов. Средняя интенсивность излучения, рассеянного в телесный угол do:

$$dI = \frac{1}{2}\frac{c}{4\pi}|\mathbf{H}'|^2 r^2 do. \tag{10}$$

Плотность потока энергии в падающей волне

$$\frac{c}{8\pi}|\mathbf{H}|^2 = \frac{c}{8\pi}|\mathbf{E}^2|. \tag{11}$$

Отношение интенсивности рассеянного излучения (10) к плотности потока энергии (11) дает дифференциальное сечение рассеяния

$$d\sigma = \frac{|\mathbf{H}'|^2}{|\mathbf{H}|^2} r^2 do, \tag{12}$$

после интегрирования (12) по всем углам получим полное сечение рассеяния σ.

Метод решения и математические расчеты

Однозначное решение уравнения (3) возможно лишь при задании для искомой функции распределения f_1 граничного условия на внутренней поверхности частицы. Физически это означает, что при выполнении условия $a \le \lambda$ сечение поглощения начинает существенно зависеть от характера взаимодействия электронов с поверхностью частицы.

Рассмотрим диффузно-зеркальное граничное условие (модель Фукса [14]):

$$f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = q f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}') \quad \text{при} \quad \begin{cases} |\mathbf{r}| = a, \\ \mathbf{r}\mathbf{v} < 0, \end{cases} \tag{13}$$

где коэффициент зеркальности q равен относительному числу электронов, отразившихся от поверхности частицы зеркально, $\mathbf{v}' = \mathbf{v} - 2\mathbf{r}(\mathbf{r}\mathbf{v})/a^2$ — вектор скорости, который при зеркальном отражении от поверхности частицы в точке $\mathbf{r}$ ($|\mathbf{r}| = a$) переходит в вектор $\mathbf{v}$.

При $q = 0$ выполняется условие полностью диффузного отражения, т. е. функция распределения электронов f сразу после отражения становится равновесной, так как $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = 0$. При $q = 1$ отражение электронов от поверхности чисто зеркальное, так как вектор скорости $\mathbf{v}'$ в точке отражения переходит в вектор $\mathbf{v}$. Изменение q в пределах $0 \le q \le 1$ позволяет смоделировать различные варианты смешанного диффузно-зеркального отражения [1,13].

Уравнение Больцмана (3) решается методом характеристик-траекторий [15]. Изменение функции f_1 вдоль такой траектории $d\mathbf{r} = \mathbf{v}dt'$ можно выразить, преобразовав уравнение (3):

$$df_1 = -\left(\nu f_1 + e(\mathbf{E}\mathbf{v})\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\right) dt'. \tag{14}$$

Здесь $\nu = \tau^{-1} - i\omega$ — комплексная частота рассеяния. Обозначим через параметр характеристики t' в точке n-го отражения электрона от поверхности частицы ($t'_n > t'_{n-1}$). Если рассматривать граничное условие (13) в случае зеркального отражения электронов от поверхности, то функция f_1 в точке отражения $t' = t'_n$ меняется скачкообразно:

$$f_1(t'_n + 0) = q f_1(t'_n - 0), \tag{15}$$

где n — целочисленный индекс, нумерующий точки отражения в порядке их появления при направленном движении по траектории.

При зеркальном отражении угловой момент сохраняется $[\mathbf{r}\mathbf{v}] = [\mathbf{r}\mathbf{v}'] = \text{const}$. Это означает, что все звенья данной траектории являются конгруэнтными и располагаются в плоскости круга, а разность $(t'_n - t'_{n-1})$ не зависит от номера n точки отражения

$$t'_n = nT + \text{const}, \quad n \in Z,$$

где T — время пролета со скоростью $\mathbf{v}$ от точки $\mathbf{r}_{n-1}$ до точки $\mathbf{r}_n$:

$$T = -2(\mathbf{v}_n\mathbf{r}_n)/v^2.$$

Величина $(\mathbf{E}\mathbf{v})$ также постоянна вдоль траектории:

$$\mathbf{E}\mathbf{v} = \frac{\omega}{2ic}[\mathbf{r}\mathbf{H}]\mathbf{v} = \frac{i\omega}{2c}[\mathbf{r}\mathbf{v}]\mathbf{H} = \text{const}.$$

Решая уравнение (14) в интервале (t'_{n-1}, t'_n) и применяя условие (15), получаем связь между начальными значениями f_1 на двух соседних звеньях траектории:

$$f_1(t'_n + 0) = q\left\{ -\frac{e(\mathbf{E}\mathbf{v})}{\nu}\left(\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\right)\big(1 - \exp(-\nu T)\big) \right.$$
$$\left. + f_1(t'_{n-1} + 0)\exp(-\nu T) \right\}.$$

Выражая затем с помощью этого рекуррентного соотношения $f_1(t'_{n-1} + 0)$ через $f_1(t'_{n-2} + 0)$ и т. д., получаем выражение для $f_1(t'_n + 0)$ через сумму геометрической прогрессии со знаменателем $q \cdot \exp(-\nu T)$. Суммируя ее, получим

$$f_1(t'_n + 0) = -q\left[\frac{e(\mathbf{E}\mathbf{v})}{\nu}\left(\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\right)\big(1 - \exp(-\nu T)\big)\right] \Big/$$
$$\big(1 - \exp(-\nu T)\big). \tag{16}$$

Интегрируя уравнение (14) с начальным условием (16), находим вид функции $f_1(t')$:

$$f_1(t') = \frac{e(\mathbf{E}\mathbf{v})}{\nu}\left(\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\right)\left[\frac{(1-q)\exp(-\nu t')}{1 - q\exp(-\nu T)} - 1\right]. \tag{17}$$

При $n = 0$, $\mathbf{v}_0 = \mathbf{v}$ параметры t' и T можно связать с координатами точки $(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ в фазовом пространстве условиями

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}t', \quad \mathbf{v}\mathbf{r}_0 < 0, \quad \mathbf{r}_0^2 = a^2,$$
$$T = -2(\mathbf{v}\mathbf{r}_0)/v^2. \tag{18}$$

Здесь параметр t' имеет смысл времени движения электрона вдоль траектории от границы до точки $\mathbf{r}$ со скоростью $\mathbf{v}$. Исключив из (18) $\mathbf{r}_0$, получим

$$t' = \left((\mathbf{rv} + \sqrt{(\mathbf{rv})^2 + (a^2 - r^2)v^2})\right) \Big/ v^2,$$

$$T = 2\sqrt{(\mathbf{rv})^2 + (a^2 - r^2)v^2)} \Big/ v^2. \qquad (19)$$

Соотношения (17) и (19) полностью определяют функцию $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v})$. Найденная функция распределения позволяет рассчитать ток (6).

При вычислении тока (6) удобно перейти к сферическим координатам как в пространстве координат (r, θ, φ, полярная ось $z \parallel \mathbf{H}_0$), так и в пространстве скоростей (v, α, β, полярная ось — ось v_r). Поле $\mathbf{E}$ в сферических координатах имеет только φ-компоненту:

$$\mathbf{E} = E_\varphi \mathbf{e}_\varphi, \quad E_\varphi = \frac{i\omega}{2c} r H_0 \sin(\theta) \exp(-i\omega t). \qquad (20)$$

Ток $\mathbf{j}$ (6) также обладает лишь φ-компонентой (линии тока — замкнутые окружности с центрами на оси z в плоскости, перпендикулярной оси z). Решению (17) соответствует ток:

$$j_\varphi = E_\varphi \left(\frac{ne^2 a}{mv_F}\right) \frac{3}{4z_0}$$

$$\times \left[\frac{4}{3} + \int_0^1 \int_{-1}^1 \frac{(q-1)\exp[-z_0(\xi\mu + \eta_0/2)]}{1-q\exp(-z_0\eta_0)} (1-\mu^2) d\mu d\xi\right]. \qquad (21)$$

Здесь введены безразмерные переменные

$$z_0 = a\nu/v_F = x_0 - iy_0, \quad x_0 = a/(v_F\tau), \quad y_0 = a\omega/v_F,$$

$$\xi = r/a, \quad \mu = (\mathbf{vr})/(|\mathbf{v}||\mathbf{r}|) = \cos\alpha,$$

$$\eta_0 = \frac{v_F T}{a} = 1\sqrt{\xi^2\mu^2 + 1 - \xi^2}$$

и учтено, что

$$\nu t' = z_0(\xi\mu + \eta_0/2), \quad \nu T = z_0\eta_0,$$

$$n = 2(m/h)^3 \int f_0 d^3v = 2(m/h)^3 4\pi v_F^3/a^3.$$

Для магнитного момента (7), принимая во внимание, что направление тока $\mathbf{j}$ всегда перпендикулярно направлению радиуса-вектора $\mathbf{r}$, получаем

$$M = \frac{i3\pi^2 a^5}{16c^2 z_0} \left(\frac{ne^2 a}{mv_F}\right) \omega \cdot H_0 \exp(-i\omega t)$$

$$\times \left[\frac{4}{15} + \int_0^1 \int_{-1}^1 \xi^4 \frac{(q-1)\exp[-z_0(\xi\mu + \eta_0/2)]}{1 - q\exp(-z_0\eta_0)}\right.$$

$$\left.\times (1-\mu^2) d\mu d\xi\right]. \qquad (22)$$

Выполнив замену переменных $\rho = \eta_0/2 = \sqrt{\xi^2\mu^2 - 1 + \xi^2}$, $u = \xi\mu$ и интегрирование по u, для магнитного момента (22) получим следующее выражение:

$$\mathbf{M} = i\,\frac{3\pi^2}{16}\,\frac{ne^2 y_0}{c^2 m}\, a^5 F(q, x_0, y_0)\mathbf{H}, \qquad (23)$$

$$F(q, x_0, y_0) = \frac{4}{15 z_0}$$

$$+ \int_0^1 \rho(1-\rho^2) \frac{(q-1)[1-\exp(-2z_0\rho)]}{z_0^2[1 - q\exp(-2z_0\rho)]} d\rho. \qquad (24)$$

Таким образом, магнитный момент $\mathbf{M}$ (7) пропорционален напряженности магнитного поля $\mathbf{H}$ (23) [12]:

$$\mathbf{M} = -a^3\gamma\mathbf{H}. \qquad (25)$$

Здесь коэффициент пропорциональности ($-a^3\gamma$) содержит безразмерную величину γ, которую представим в виде

$$\gamma(x_0, y_0, d) = \frac{-3i\pi y d^2}{64} F(q, x_0, y_0), \qquad (26)$$

$$d = \frac{a}{\delta_{\text{inf}}} = \frac{a\omega_p}{c} = \frac{a\sqrt{4\pi e^2 n/m}}{c},$$

где безразмерный параметр d введен как величина, обратная характерной глубине скин-слоя в пределе высоких частот $\delta_{\text{inf}} = c/\omega_p \sim 3 \cdot 10^{-8}$ m, ω_p — частота плазменного резонанса.

Учитывая взаимную перпендикулярность векторов $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$, после соответствующих вычислений с учетом (3)–(5), (10)–(12) для дифференциального сечения рассеяния получим

$$d\sigma(q, x_0, y_0, \psi, \phi) = \frac{a^6\omega^4}{c^4} K(q, x_0, y_0, \psi, \phi) do, \qquad (27)$$

$$K(q, x_0, y_0, \psi, \phi) = K_E(\psi, \phi) + K_M(q, x_0, y_0, \psi, \phi)$$

$$+ K_I(q, x_0, y_0, \psi, \phi), \qquad (28)$$

$$K_E = \sin^2\phi + \cos^2\psi\cos^2\phi,$$

$$K_M = |\gamma|^2\cos^2\phi + \cos^2\psi|\gamma|^2\sin^2\phi,$$

$$K_I = -(\gamma + \gamma^*)\cos\psi.$$

Здесь ψ и ϕ соответственно полярный и азимутальный углы системы координат, центр которой — в центре частицы, а полярная ось направлена вдоль направления распространения падающей волны (рис. 1). Коэффициент $K(q, x_0, y_0, \psi, \phi)$ в (27) (назовем его безразмерным дифференциальным сечением рассеяния) определяет зависимость сечения рассеяния от коэффициента зеркальности q, величин x_0, y_0, и от углов ψ и ϕ; K_E и K_M — составляющие дифференциального сечения рассеяния, обусловленные электрическим и магнитным моментом соответственно; K_I — перекрестная компонента, возникающая вследствие наложения рассеянных волн. Сумму

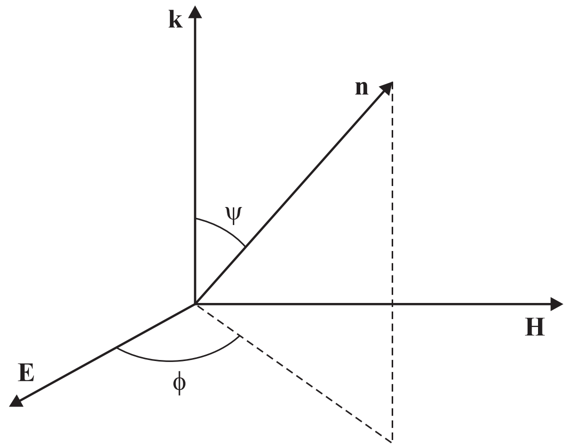

Рис. 1. Направления падающей ($\mathbf{k}$) и рассеянной волн ($\mathbf{n}$).

$K_M + K_I$ обозначим K_{MI}, именно эти составляющие содержат величину γ (26), учитывающую вклад кинетических эффектов, обусловленных диффузно-зеркальным отражением электронов от сферической поверхности частицы.

Обсуждение результатов

Вклад поверхностных столкновений в дифференциальное сечение рассеяния описывается вторым слагаемым (интегралом) в выражении для $F(q, x_0, y_0)$ (24), входящем в γ (26). Первое слагаемое в (24) обусловлено объемными столкновениями электронов, что соответствует макроскопической теории Ми. С ростом размера частицы в предельном случае $x_0 = a/\lambda \gg 1$ относительный вклад поверхностных столкновений по сравнению с объемными столкновениями убывает как x_0^{-1} ($|z_0| \sim x_0^{-1}$). Следовательно, для величины γ (26) имеет место макроскопическая асимптотика

$$\gamma \approx \frac{-3i\pi y_0 d^2}{64} \frac{4}{15(x_0 - iy_0)}. \qquad (29)$$

Здесь учтено, что для рассматриваемого диапазона частот $\omega \ll \omega_p$ диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = \varepsilon(\omega) \approx -i4\pi\Sigma(\omega)/\omega$, где $\Sigma(\omega) = 1/(1 - i\omega\tau)$ проводимость Друде, $\Sigma_0 = ne^2\tau/m$ — статическая проводимость. Следовательно, в случае малых длин свободного пробега ($x_0 = a/\lambda \gg 1$) дифференциальное сечение рассеяния (27) с учетом (29) переходит в результат классической теории Ми [12]. Однако, уже при $\lambda \sim a$ ($x_0 \sim 1$) и тем более в обратном предельном случае больших длин свободного пробега ($x_0 = a/\lambda \gg 1$) вклад поверхностных столкновений в дифференциальное сечение рассеяния (27) при определенных углах рассеяния становится весьма существенным (рис. 5).

В другом предельном случае чисто зеркального отражения при $q \to 1$ величина γ (26) также переходит в выражение (29), а дифференциальное сечение рассеяния (27), соответственно — в классический результат [12]. Это связано с тем, что при $q = 1$ граница не оказывает влияния на функцию распределения f_1, поэтому вихревой ток внутри зеркально-отражающей сферы удовлетворяет локальному закону Ома при любом соотношении между радиусом частицы a и длиной свободного пробега электронов λ.

Зависимости безразмерного дифференциального сечения рассеяния K (28) от коэффициента зеркальности q при различных значениях параметров x_0 и y_0 представлены на рис. 2. Видно, что ростом q сечение рассеяния

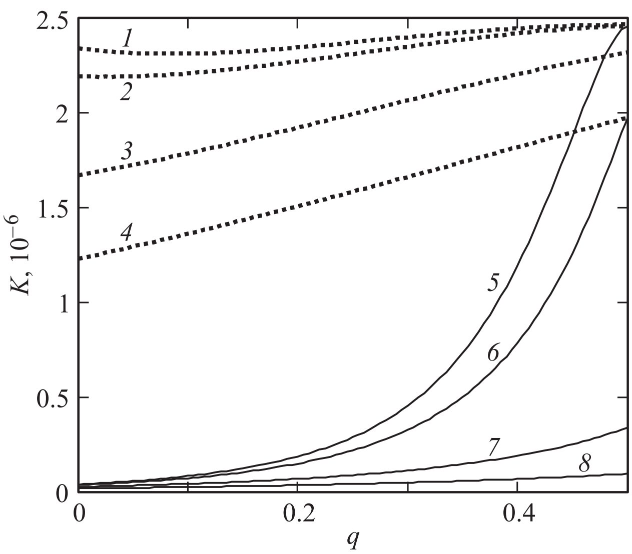

Рис. 2. Зависимость коэффициента рассеяния K от коэффициента зеркальности q для углов $\psi = \pi/2$, $\phi = 0$. Кривые *1–4* (пунктирные) — $y_0 = 2$; *5–8* (сплошные) — $y_0 = 0.2$. Кривые *1, 5* — $x_0 = 0.01$; *2, 6* — $x_0 = 0.1$; *3, 7* — $x_0 = 0.5$; *4, 8* — $x_0 = 1$ соответственно.

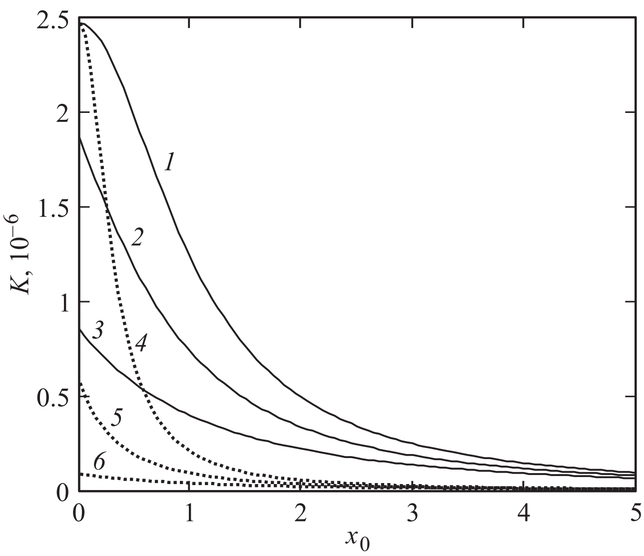

Рис. 3. Зависимость коэффициента рассеяния K от безразмерной длины свободного пробега x_0 для углов $\psi = \pi/2$, $\phi = 0$, $d = 0.2$. Кривые *1, 4* — $q = 1$; *2, 5* — $q = 0.5$; *3, 6* — $q = 0$; $y_0 = 1$ для кривых *1–3* (сплошные), $y_0 = 0.3$ для кривых *4–6* (пунктирные).

наиболее существенно возрастает в низкочастотном случае при малых значениях x_0.

На рис. 3 изображены зависимости коэффициента рассеяния K от безразмерной обратной длины свободного пробега $x_0 = a/\lambda$. Из графиков видно, что с уменьшением x_0 безразмерное дифференциальное сечение рассеяния возрастает при любых значениях коэффициента зеркальности q. Этот размерный эффект является следствием кинетического расчета и не проявляется в рамках макроскопической теории. Из графиков также следует, что с увеличением значений x_0 все кривые приближаются к макроскопической асимптотике (при $x_0 \gg 1$).

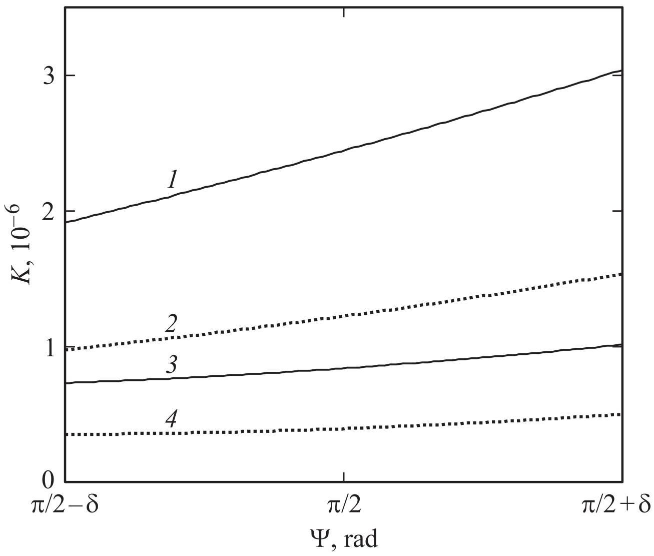

Рис. 4. Зависимость коэффициента рассеяния K от угла ψ в интервале $\psi = \pi/2 \pm 0.0002$ при $y_0 = 1$, $\phi = 0$, $d = 0.2$. Кривые *1, 2* — $q = 1$; *3, 4* — $q = 0$. Значения $x_0 = 0.01$, $x_0 = 1$ для нечетных и четных кривых соответственно.

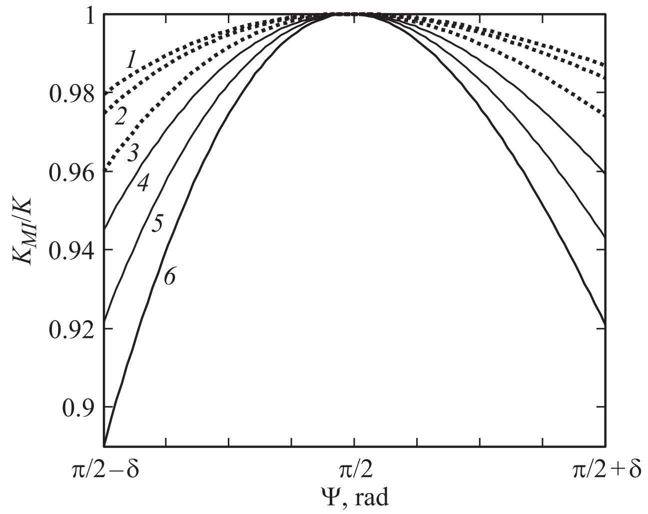

Рис. 5. Зависимость K_{MI}/K от угла ψ в интервале $\pi/2 \pm \delta$ ($\delta = 2 \cdot 10^{-4}$ rad) при $\phi = 0$, $d = 0.2$, $y_0 = 1$. Кривые *1–3* (пунктирные) — $q = 1$; *4–6* — $q = 0$. Кривые *1, 4* — $x_0 = 0.05$; *2, 5* — $x_0 = 0.5$; *3, 6* — $x_0 = 1$.

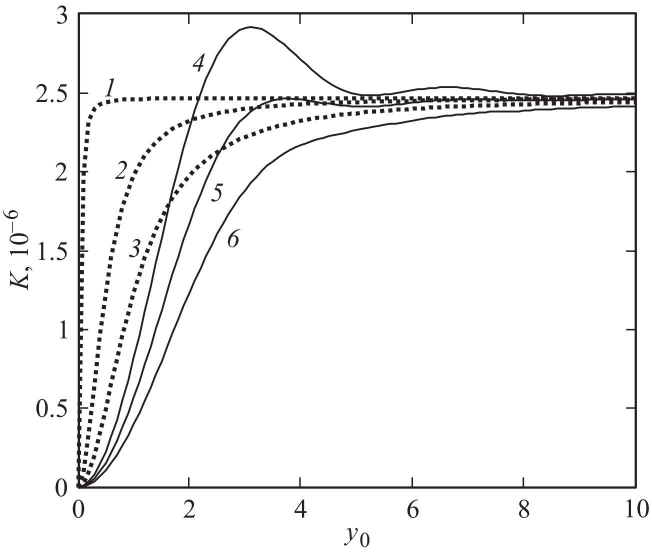

Рис. 6. Зависимость коэффициента рассеяния K от безразмерной частоты поля y_0. Для всех кривых $\psi = \pi/2$, $\phi = 0$, $d = 0.2$. Пунктирные кривые $q = 1$; сплошные — $q = 0$. Кривые *1, 4* — $x_0 = 0.05$; *2, 5* — $x_0 = 0.5$; *3, 6* — $x_0 = 1$.

Кривые на рис. 4 соответствуют зависимостям коэффициента рассеяния K от угла ψ вблизи $\pi/2$. Видно, что значение коэффициента K в случае зеркального отражения электронов от поверхности частицы ($q = 1$) в разы превосходит значения этого коэффициента в случае диффузного отражения электронов ($q = 0$).

На рис. 5 представлены зависимости относительного вклада суммы магнитной и перекрестной составляющих K_{MI}/K от угла ψ в пределах $\pi/2 \pm \delta$, где δ — малая поправка к углу ψ, при различных значениях q. Из графиков видно, что при относительно малых значениях x_0 (низкие температуры, чистые образцы) в узком диапазоне углов вблизи $\psi = \pi/2$ в сечении рассеяния доминирует сумма магнитной и перекрестной составляющих. Отметим, что на дипольное электрическое рассеяние, характеризующееся составляющей K_E, характер взаимодействия электронов с поверхностью частицы практически не влияет.

На рис. 6 представлены спектральные зависимости дифференциального сечения рассеяния. При $x_0 \ll 1$ в высокочастотной области ($y_0 > 1$) наблюдаются затухающие осцилляции.

Из графиков видно, что форма спектральных характеристик коэффициента рассеяния в рассматриваемом угловом диапазоне зависит от механизма поверхностного отражения носителей заряда, следовательно, экспериментальное исследование дифференциального сечения рассеяния может дать информацию относительно кинетики электронов в металлической частице.

Заключение

Механизм поверхностного отражения электронов оказывает существенное влияние на магнитную дипольную составляющую дифференциального сечения рассеяния. На низкочастотном электрическом рассеянии характер поверхностных столкновений электронов в частице практически не сказывается. В определенном угловом диапазоне в направлении, перпендикулярном к направлению распространения падающей волны, т. е. к волновому вектору **k**, магнитная дипольная составляющая рассеяния становится доминирующей. При этом кинетический учет поверхностных столкновений приводит к значительному возрастанию дифференциального сечения рассеяния с уменьшением размера частицы. Для мелких частиц $(x_0 = a/\lambda < 1)$ в низкочастотной области $(y_0 = a\omega/v_F < 1)$ при относительном увеличении доли зеркально-отраженных электронов дифференциальное сечение рассеяния также заметно увеличивается.

Работа выполнена на оборудовании ЦКП „Диагностика микро- и наноструктур“ при поддержке Министерства образования Российской Федерации.

Список литературы

[1] *Лесскис А.Г., Пастернак В.Е., Юшканов А.А.* // ЖЭТФ. 1982. Т. 83. № 1. С. 310–317.
[2] *Нагаев Э.Л.* // УФН. 1992. Т. 162. № 9. С. 49–124.
[3] *Tomchuk P.M., Grigorchuk N.I.* // Phys. Rev. B. 2006. Vol. 73. P. 155 423-1–15 423-17.
[4] *Лесскис А.Г., Юшканов А.А., Яламов Ю.И.* // Поверхность. 1987. № 11. С. 115–121.
[5] *Дорофеев С.Г., Кононов Н.Н., Звероловлев В.М. Зиновьев К.В., Суханов В.Н., Суханов Н.М., Грибов Б.Г.* // ФТП. 2014. Т. 48. № 3. С. 375–384.
[6] *Ихсанов Р.Ш., Проценко И.Е., Усков А.В.* // Письма в ЖТФ. 2013. Т. 39. № 10. С. 1–8.
[7] *Лифшиц И.М., Азбель М.Я., Каганов М.И.* Электронная теория металлов. М.: Наука, 1971. 415 с.
[8] *Ефимов А.А., Иванов В.В., Багазеев А.В., Бекетов И.В., Волков И.А., Щербинин С.В.* // ПЖТФ. 2013. Т. 39. № 23. С. 51–57.
[9] *Степанов А.Л.* // ЖТФ. 2012. Т. 74. № 2. С. 1–12.
[10] *Grigorchuk N.I.* // J. Appl. Phys. 2012. Vol. 112. P. 064306-1–064306-11.
[11] *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М.: Наука, 1973. 720 с.
[12] *Ландау Л.Д. Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. 8. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 620 с.
[13] *Кузнецова И.А., Лебедев М.Е., Юшканов А.А.* // Письма в ЖТФ. 2014. Т. 40. № 8. С. 70–79.
[14] *Fuchs K.* // Proc. Camb. Philos. Soc. 1938. Vol. 34(1). P. 100–108.
[15] *Курант Р.* Уравнения с частными производными. М.: Мир, 1964. 830 с.