

01;14

## Решение обратной краевой задачи для модели распределения наночастиц в магнитном поле

© Ф.Г. Рутберг<sup>1</sup>, Е.Г. Абрамов<sup>2</sup>, Е.В. Богомолова<sup>2</sup>, В.А. Коликов<sup>1</sup>,  
Л.К. Панина<sup>2</sup>, В.Н. Снетов<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Институт электрофизики и электроэнергетики РАН, Санкт-Петербург

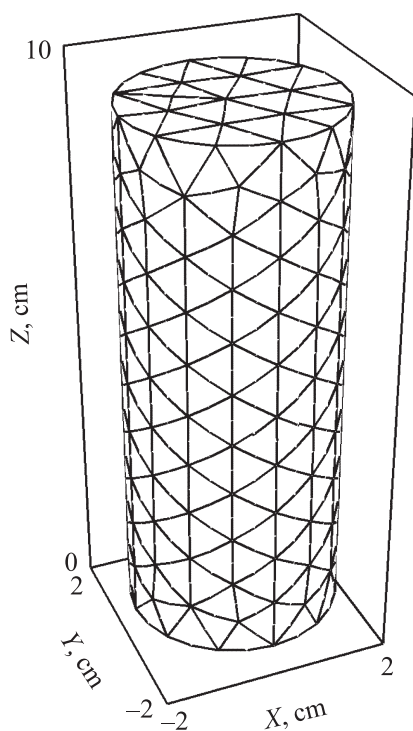
<sup>2</sup> Санкт-Петербургский государственный университет

E-mail: kolikov1@yandex.ru

Поступило в Редакцию 6 апреля 2015 г.

Сформулирована и решена обратная задача определения области, в которой скорости перемещения магнитных наночастиц или модифицированных ими биологических клеток (микроагрегатов) под действием магнитного поля обращаются в ноль. Определены изолинии нулевых скоростей для трех вариантов расположения постоянного магнита. Решение обратной задачи в поле тяготения при заданных магнитной индукции, плотности среды, концентрации микроагрегатов, размере наночастиц и их намагниченности зависит от размера биоклетки и числа наночастиц, присоединенных к ней, и позволяет определять область захвата микроагрегатов магнитным полем.

В последние годы заметно возрос интерес исследователей к разработкам новых методов производства наночастиц [1,2], в том числе магнитных, и их использования для модификации биологических структур [3]. Суперпарамагнитные наночастицы широко используются в медико-биологических приложениях [4]. Актуальным направлением использования магнитных наночастиц является экология [5]. Для успешного развития и применения технологий, основанных на свойстве микроагрегатов перемещаться в магнитном поле, разрабатываются биологически совместимые покрытия [6]. Данное свойство микроагрегатов дает возможность разрабатывать новые методы сепарации и осаждения [7], управления клетками и их колониями [8]. Традиционный подход, используемый в механике сплошных сред, позволяет создавать математические модели, описывающие так называемые „магнитные жидкости“ с одинаковой по всему объему намагниченностью или прово-



**Рис. 1.** Расчетная область эксперимента.

дящие жидкости и газы, намагниченность которых является следствием приложения к ним внешней ЭДС [9].

Известно, что решение обратных краевых задач направлено на построение контура области с заданными свойствами. Для биомедицинских и биоинженерных приложений необходимо сформулировать обратную задачу поиска координат области, в которой скорости движения магнитных наночастиц или микроагрегатов обращаются в ноль. Основные допущения при создании подобной модели сводятся к тому, что вода неподвижна и имеет пренебрежимо низкую электропроводность. В нашем случае при решении обратной краевой задачи рассматриваются воздействия только магнитного и гравитационного

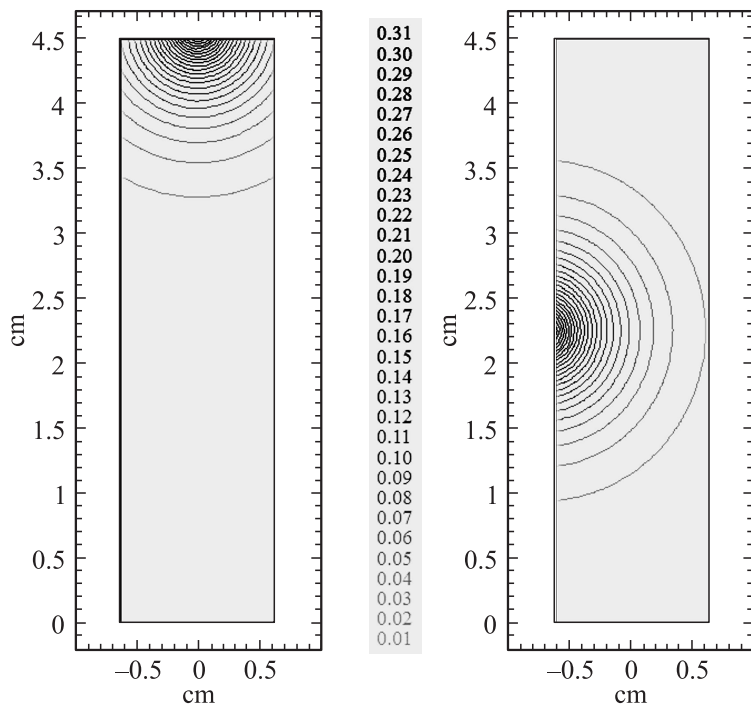


Рис. 2. Изолинии плотности потока магнитной индукции в плоскости  $x = 0$ .

полей на микроагрегаты. Сила, действующая на единичный объем жидкости и ансамбль частиц, в которой отсутствует ток проводимости, т. е.  $\text{rot } \mathbf{H} = 0$ :

$$\mathbf{f} = \nabla_B(\mathbf{M} \mathbf{B}). \quad (1)$$

Для крупных магнитных частиц намагниченность  $\mathbf{M}$  является функцией от напряженности магнитного поля и времени [10] и описывается функцией Ланжевена в рамках явления суперпарамагнетизма. Полагаем, что намагниченность наноструктуры размером, большим одного домена, но содержащей однодоменные наночастицы, также описывается функцией Ланжевена при условии сферической формы наноструктуры и равномерности заполнения наночастицами ее объема [11]. Рассматривая

микроагрегат как ансамбль встроенных в него суперпарамагнитных наночастиц, полагаем, что магнитный момент одного такого агрегата

$$\mathbf{j} = \frac{4}{3} N_n \pi r_n^3 M_s L \left( \frac{4\pi r_n^3 M_s B}{3kT} \right) \frac{\mathbf{B}}{B}, \quad (2)$$

где  $N_n$  — число наночастиц,  $r_n$  — радиус наночастицы,  $M_s$  — скалярная величина магнитного насыщения материала однодоменной частицы,  $B$  — величина магнитной индукции, а  $L(\xi) = \text{cth}(\xi) - \frac{1}{\xi}$  — функция Ланжевена.

Рассмотрим случай, когда магнитное и гравитационное поля, выталкивающая сила уравновешивают друг друга так, что микроагрегат неподвижен, а сила трения отсутствует:

$$0 = \frac{\nabla_B(\mathbf{J} \cdot \mathbf{B})}{m} + \frac{4\pi r_m^3 \mathbf{g}(\rho - \rho_0)}{3m}. \quad (3)$$

Заменим массу частицы  $m$  на ее плотность  $\rho$ :

$$0 = \frac{3\nabla_B(\mathbf{J} \cdot \mathbf{B})}{4\pi r_m^3 \rho} + \mathbf{g} \left( 1 - \frac{\rho_0}{\rho} \right). \quad (4)$$

Используя формулу (2), запишем формулу (4) как

$$L(\xi) \text{grad} B = \frac{r_m^3 \mathbf{g}(\rho_0 - \rho)}{r_n^3 N_n M_s}. \quad (5)$$

Полученную формулу используем для численного эксперимента, в котором микроагрегаты, находящиеся в закрытом сосуде, осаждаются на его стенке под действием магнитного поля магнита. Расчетная область эксперимента представлена на рис. 1.

На рис. 2 представлены изолинии плотности потока магнитной индукции в плоскости  $x = 0$  расчетной области для двух вариантов расположения магнита. Решение обратной задачи при заданных магнитной индукции, плотности среды, концентрации микроагрегатов, размере наночастиц и их намагниченности зависит от размера микроагрегата и числа наночастиц, присоединенных к одной биоклетке. На рис. 3 представлено решение обратной задачи в плоскости  $x = 0$  расчетной области в виде изолиний нулевой скорости микроагрегатов. Диаметр

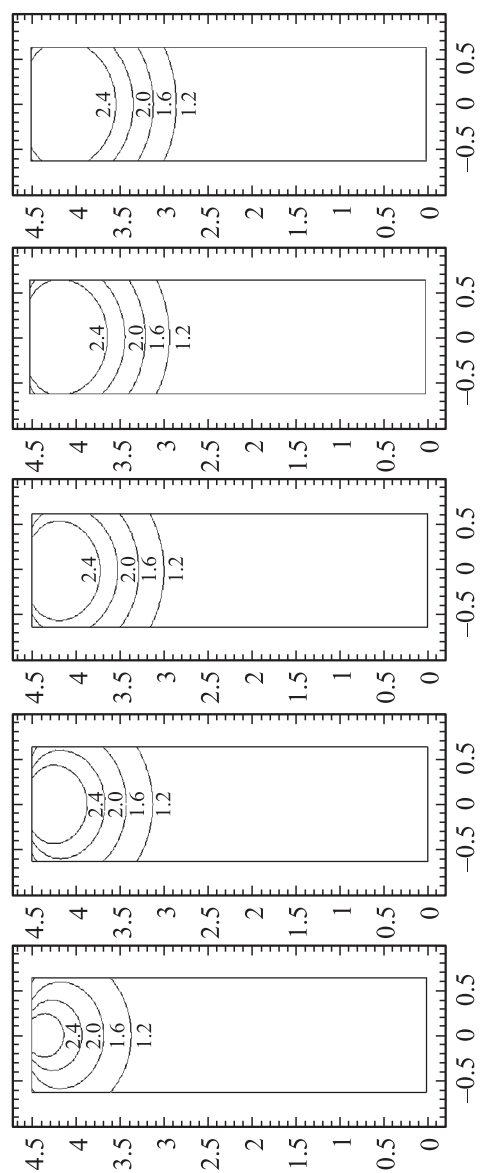


Рис. 3. Изолинии нулевой скорости микроагрегатов в плоскости  $x = 0$ .

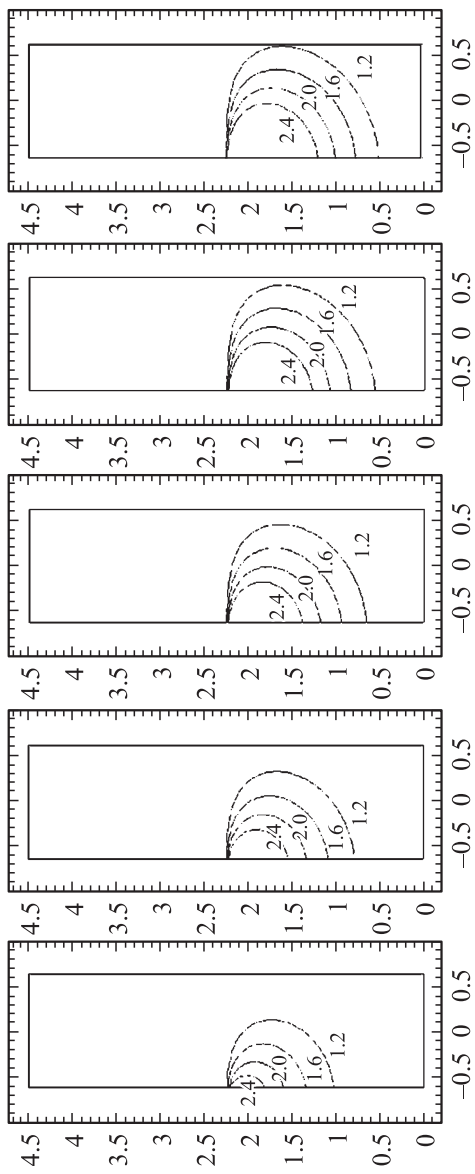


Рис. 3 (продолжение).

микроагрегатов варьируется от 1.2 до 2.4  $\mu\text{m}$ , число наночастиц, попадающих на клетку, 200, 400, 600, 800, 1000 (слева направо). Согласно представленным решениям, увеличение числа наночастиц на клетке или же уменьшение ее размера увеличивает размер области в сосуде, в пределах которой клетки осаждаются магнитным полем.

Таким образом, сформулирована и решена обратная задача, позволяющая находить в магнитном и гравитационном полях изолинии нулевых скоростей биологических клеток, модифицированных суперпарамагнитными наночастицами.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 14-08-01279-А.

## Список литературы

- [1] *Rutberg Ph.G., Kolikov V.A., Kurochkin V.E., Panina L.K., Rutberg A.Ph.* // IEEE Trans. Plasma Sci. 2007. V. 35. N 4. P. 1111–1118.
- [2] *Рутберг Ф.Г., Коликов В.А., Курочкин В.Е., Мальцев В.Г.* Способ производства наночастиц: Пат. на изобр. № 2272697. Приоритет 07 сентября 2004 г., зарег. 27 марта 2006 г.
- [3] *Рутберг Ф.Г., Коликов В.А., Снетов В.Н., Стогов А.Ю., Абрамов Е.Г., Богомолова Е.В., Панина Л.К.* // ЖТФ. 2012. Т. 82. В. 12. С. 52–57.
- [4] *Gupta A.K., Gupta M.* // Biomaterials. 2005. V. 26. N 18. P. 3995–4021.
- [5] *Tang S.C.N., Lo I.M.C.* // Water research. 2013. V. 47. P. 2613–2632.
- [6] *Fakhrullin R., Garcia-Alonso J., Paunov V.A.* // Soft Matter. 2010. N 6. P. 391–397.
- [7] *Ratme N., Wilhelm C.* // Lab. Chip. 2006. V. 6. P. 974–980.
- [8] *Wilhelm C.* et al. // Physic. Rev. 2007. V. 75. N 4. P. 041 906 (1–6).
- [9] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. 8. Электродинамика сплошных сред. М.: Физматлит, 2005. 656 с.
- [10] *Сыроватский С.И.* // УФН. 1957. Т. 62. В. 3. С. 247–303.
- [11] *Шлиомис М.И.* // УФН. 1974. Т. 112. В. 3. С. 427–458.