

## Спектр спиновых волн в идеальном мультислойном магнетике при модуляции всех параметров уравнения Ландау–Лифшица

© В.В. Кругляк, А.Н. Кучко, В.И. Фиошин

Донецкий национальный университет,  
83055 Донецк, Украина

E-mail: kuchko@dongu.donetsk.ua

(Поступила в Редакцию 22 июля 2003 г.)

Проведено теоретическое рассмотрение спектра обменных спиновых волн (СВ) в мультислойном магнетике при учете периодической модуляции всех магнитных параметров материала, входящих в уравнение Ландау–Лифшица, при отсутствии диссипации (величины константы одноосной анизотропии, обменного взаимодействия, намагнитченности насыщения и гиромангнитного отношения). Предложен графический способ исследования зависимости характера распространения СВ от глубины модуляции параметров материала. Обсуждаются возможности практического применения полученных результатов, а также влияние на них наличия в системе диссипации.

В последних работах, посвященных изучению мультислойных систем, наблюдается тенденция перехода от исследования идеальных структур к моделям все более близким к реальным магнетикам. Так, например, вызывают интерес явления, обусловленные наличием магнитной вязкости, конечностью толщин и неупорядоченностью в расположении межслойных границ, а также наличием дефектов мультислойной структуры. В частности, в работах [1,2] был проведен расчет модификации спектра и затухания спиновых волн (СВ) вследствие неоднородностей периода структуры, а в [3] рассмотрена локализация спин-волновых мод на одиночном дефекте. СВ в мультислойных магнетиках с размытыми межслойными границами изучались в [4,5]. Исследовалось также влияние периодических неоднородностей в распределении параметра магнитной вязкости на характер распространения и затухания СВ [6] и ширину линий спин-волнового резонанса [7].

Однако в данных работах авторами, как правило, рассматривалась модуляция лишь отдельных параметров магнитной системы (см., например, [1–5,8]). Такой подход ввиду простоты и соответствия некоторым реализуемым на практике частным случаям магнитных систем позволил выявить основные закономерности распространения и затухания СВ в многослойных материалах. Однако с точки зрения эксперимента и практических применений остается актуальной задача рассмотрения магнетиков наиболее общего вида. Это важно как для понимания места изученных ранее моделей в общей картине исследований, так и для возможности приложения полученных результатов к более широкому кругу используемых на практике материалов.

В настоящей работе в рамках континуального приближения проведено теоретическое исследование спектра СВ в мультислойном магнетике с учетом модуляции всех магнитных параметров материала, входящих в уравнение Ландау–Лифшица, в отсутствие диссипации.

Как и в [6], рассмотрим неограниченный образец, состоящий из чередующихся плоскопараллельных одно-

родных и однородно намагнитченных до насыщения слоев двух типов с толщинами  $d_1$  и  $d_2$ , константами обменного взаимодействия  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ , константами одноосной анизотропии  $\beta_1$  и  $\beta_2$ , осями легкого намагничивания (ОЛН), лежащими в плоскостях слоев параллельно друг другу, величинами намагнитченности насыщения  $M_1$  и  $M_2$ , гиромангнитными отношениями  $g_1$  и  $g_2$  ( $g_j > 0$ ,  $j = 1, 2$ ). Постоянное внешнее магнитное поле  $\mathbf{H}$  направлено вдоль ОЛН. Декартову систему координат выберем так, чтобы ось  $Ox$  была перпендикулярна плоскостям слоев, а ось  $Oz$  лежала параллельно ОЛН.

Для описания динамики магнитного момента воспользуемся уравнением Ландау–Лифшица [9]

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -g \left[ \mathbf{M} \times \left\{ (H + \beta(\mathbf{Mn}))\mathbf{n} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \left( \alpha \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \mathbf{r}} \right) \right\} \right], \quad (1)$$

где  $\mathbf{M}$  — распределение намагнитченности в мультислойном материале,  $\mathbf{n}$  — единичный вектор вдоль оси  $Oz$ .

Рассмотрим малые отклонения  $\mathbf{m}_j$  намагнитченности в отдельном случае от основного состояния — однородного намагничивания вдоль ОЛН. Для этого представим распределение намагнитченности в виде

$$\mathbf{M}_j(\mathbf{r}, t) = nM_j + \mathbf{m}_j(\mathbf{r}, t), \quad |\mathbf{m}_j| \ll M_j. \quad (2)$$

Для монохроматической плоской СВ с частотой  $\omega$  и волновым числом  $G_j$ , распространяющейся перпендикулярно границам раздела слоев, можно записать

$$\mathbf{m}_j(\mathbf{r}, t) = \mathbf{m}_j \exp\{i\omega t\},$$

$$\mathbf{m}_j \sim B_j^+ \exp\{+iG_j x\} + B_j^- \exp\{-iG_j x\}, \quad (3)$$

где  $B_j^\pm$  — амплитуды СВ в  $j$ -м слое. В линейном по  $\mathbf{m}_j$  приближении получим из (1) с учетом (2), (3) следующее выражение для закона дисперсии СВ в однородном материале слоя  $j$ :

$$G_j = \sqrt{\frac{1}{\alpha_j} \left( \frac{\omega}{g_j M_j} - \frac{H}{M_j} - \beta_j \right)}. \quad (4)$$

Для нахождения спектров СВ в мультислойном материале воспользуемся теоремой Блоха [10]. Представим решение уравнения (1) в  $j$ -м слое в виде (3). Потребуем, чтобы на границах раздела слоев ( $X_n$  — координата границы) выполнялись обменные граничные условия (П10) [7,11–13]

$$\frac{\mathbf{m}_1}{M_1} \Big|_{x_n} = \frac{\mathbf{m}_2}{M_2} \Big|_{x_n}, \quad \frac{A_1}{M_1} \frac{\partial \mathbf{m}_1}{\partial x} \Big|_{x_n} = \frac{A_2}{M_2} \frac{\partial \mathbf{m}_2}{\partial x} \Big|_{x_n}, \quad (5)$$

где  $A = \alpha M^2/2$ . Физический смысл первого из них состоит в том, что в режиме доминирующего обменного взаимодействия между слоями намагниченности по разные стороны межслойной границы параллельны. Второе условие обеспечивает непрерывность нормальной к границе компоненты вектора плотности потока энергии [9].

Кроме того, решение должно удовлетворять условию периодичности, т.е. величины намагниченности  $\mathbf{m}_j$  на границах периода  $x = 0$  и  $x = d = d_1 + d_2$  могут отличаться только на фазовый множитель

$$\mathbf{m}(0) = \exp(iKd) \mathbf{m}(d), \quad (6)$$

где  $K$  — квазиволновое число.

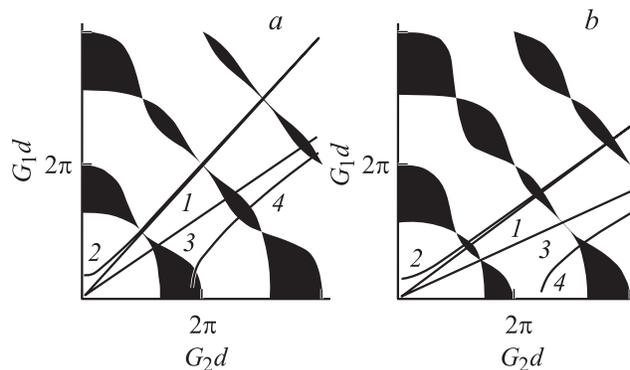
Подставляя (3) в (5), (6), получим следующую систему однородных линейных уравнений относительно амплитуд падающей и отраженной волн  $B_j^\pm$ :

$$\begin{aligned} \frac{B_1^+ \exp\{iG_1 d_1\} + B_1^- \exp\{-iG_1 d_1\}}{B_2^+ \exp\{iG_2 d_1\} + B_2^- \exp\{-iG_2 d_1\}} &= \frac{M_1}{M_2}, \\ \frac{B_1^+ \exp\{iG_1 d_1\} - B_1^- \exp\{-iG_1 d_1\}}{B_2^+ \exp\{iG_2 d_1\} - B_2^- \exp\{-iG_2 d_1\}} &= \frac{M_1 A_2 G_2}{M_2 A_1 G_1}, \\ \frac{1}{M_1} [B_1^+ + B_1^-] \exp\{iKd\} &= \frac{1}{M_2} [B_2^+ \exp\{iG_2 d\} \\ &+ B_2^- \exp\{-iG_2 d\}], \\ \frac{A_1 G_1}{M_1} [B_1^+ - B_1^-] \exp\{iKd\} &= \frac{A_2 G_2}{M_2} [B_2^+ \exp\{iG_2 d\} \\ &- B_2^- \exp\{-iG_2 d\}]. \end{aligned}$$

Критерием совместности данной системы служит равенство нулю определителя, составленного из ее коэффициентов. Упрощая это равенство, получим для спектра СВ в мультислойном материале с учетом модуляции всех параметров структуры выражение, аналогичное найденному в [6],

$$\begin{aligned} \cos(Kd) &= \cos(G_1 d_1) \cos(G_2 d_2) \\ &- \frac{1}{2} \left( \frac{A_2 G_2}{A_1 G_1} + \frac{A_1 G_1}{A_2 G_2} \right) \sin(G_1 d_1) \sin(G_2 d_2). \quad (7) \end{aligned}$$

Для анализа дисперсионного соотношения (7) воспользуемся рис. 1, на котором на плоскости  $G_1 - G_2$



**Рис. 1.** Диаграмма для определения границ запрещенных и разрешенных зон мультислойного материала с одинаковыми толщинами слоев ( $d_1 = d_2$ ), одинаковой намагниченностью насыщения в слоях  $M_1 = M_2 = M_0$  при различных значениях модуляции параметров материала ( $\Delta\epsilon = (\epsilon_2 - \epsilon_1)/\langle\epsilon\rangle$ ,  $\langle\epsilon\rangle = (\epsilon_2 + \epsilon_1)/2$ ,  $\epsilon$  — один из модулируемых параметров).  $\Delta\alpha = 0$  (a) и 0.8 (b). „Линии спектров“ соответствуют следующим случаям модуляции параметров: 1 —  $\Delta\beta = 0$ ,  $\Delta g = 0$ ,  $H = 0$ ; 2 —  $\Delta\beta = -0.8$ ,  $\Delta g = 0$ ,  $H = 0$ ; 3 —  $\Delta\beta = -0.8$ ,  $\Delta g = 0.8$ ,  $H = 0$ ; 4 —  $\Delta\beta = -0.8$ ,  $\Delta g = 0.8$ ,  $H = 10M_0$ .

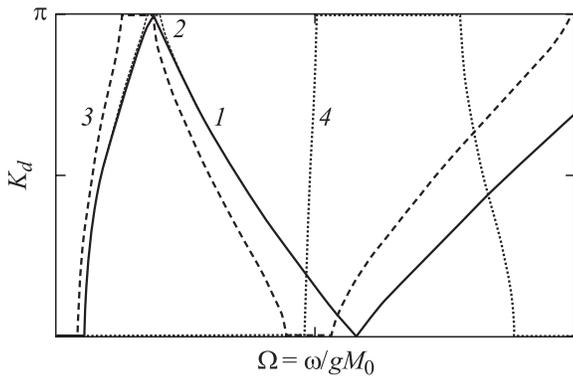
черным показаны запрещенные зоны, соответствующие мнимым значениям квазиволнового числа, а белым — разрешенные, соответствующие действительным значениям квазиволнового числа. На этом же рисунке для различных случаев модуляции параметров мультислойного материала приведены „линии спектров“ — кривые, заданные параметрической зависимостью волновых чисел в слоях от частоты СВ (4) и определяемые уравнением

$$\alpha_1 g_1 M_1 G_1^2 - \alpha_2 g_2 M_2 G_2^2 = \beta_2 g_2 M_2 - \beta_1 g_1 M_1 + (g_2 - g_1) H. \quad (8)$$

Данный рисунок позволяет, в частности, находить границы разрешенных и запрещенных зон (точки пересечения „линий спектров“ с границами раздела черных и белых областей на рисунке) при заданной модуляции параметров материала.

Характерные спектры СВ (зависимости квазиволнового числа от частоты), вычисленные на основании дисперсионного соотношения (7), представлены на рис. 2.

Одной из особенностей мультислойного материала с модуляцией гиромангнитного отношения является то, что наличие постоянного внешнего магнитного поля уже не приводит к простому переопределению величины константы анизотропии и сдвигу начала отсчета частоты СВ (как это было в случае мультислойного материала с постоянным значением гиромангнитного отношения в слоях [4,6]). Поскольку частота входит в уравнение дисперсии (4) в комбинации с намагниченностью насыщения и гиромангнитным отношением, а поле — только в комбинации с намагниченностью насыщения, полевая зависимость уже не может быть получена из частотной переопределением масштаба, как это делалось ранее в [6] для случая однородного распределения гиромангнит-



**Рис. 2.** Зависимость квазиволнового числа в схеме приведенных зон Бриллюэна от частоты СВ. Параметры материала те же, что и для рис. 1, *a*.

ного отношения. В отсутствие модуляции гиромагнитного отношения зависимость волнового числа от частоты и поля сводится к одной автомодельной переменной  $\omega - gH$  [6]. Если величина гиромагнитного отношения изменяется от слоя к слою, то данная автомодельность отсутствует. Одним из следствий этого является то, что при наличии постоянного внешнего магнитного поля „линии спектров“ проходят через участки диаграммы, недоступные при разумной глубине модуляции параметров материала с постоянным гиромагнитным отношением.

Данная особенность может быть использована на практике. Из рис. 1, *a* видно, что в случае отсутствия модуляции обменного взаимодействия ( $\alpha_1 = \alpha_2$ ) и намагниченности насыщения ( $M_1 = M_2$ ) все пространство вдоль исходящей из начала координат биссектрисы ( $G_1 = G_2$ ), соответствующей однородному материалу, занято разрешенными зонами (линия 1 на рис. 1, *a*). Именно вблизи этой биссектрисы расположены „линии спектров“ в случае постоянного гиромагнитного отношения при нулевом внешнем магнитном поле даже при значительной глубине модуляции остальных параметров материала (например, линия 2 на рис. 1, *a*). „Линии спектров“ на плоскости  $G_1 - G_2$  в этом случае оказываются не зависящими от внешнего магнитного поля. Действительно, как видно из уравнения для „линий спектров“ (8), при  $g_1 = g_2$  внешнее поле вообще не входит явным образом в выражение, а зависимость от поля проявляется только через указанную выше автомодельность.

Размер запрещенных зон заметно увеличивается по мере приближения к координатным осям, что соответствует случаю сильно различающихся параметров материала. Именно сюда при наличии модуляции гиромагнитного отношения „выталкиваются“ полем „линии спектров“ (линии 3, 4 на рис. 1, *a*), проявляя сильную зависимость от внешнего магнитного поля (8).

В случае модуляции обменного взаимодействия и (или) намагниченности насыщения (рис. 1, *b*) данная особенность выражена более ярко. Действительно, всегда

можно подобрать такую величину поля  $H = H_0$ , где

$$H_0 = \frac{\beta_2 g_2 M_2 - \beta_1 g_1 M_1}{g_1 - g_2}, \quad (9)$$

чтобы правая часть выражения (8) равнялась нулю. В этом случае „линии спектров“ будут представлять собой прямые, проходящие через начало координат. При дополнительном условии

$$\alpha_1 M_1^3 / g_1 = \alpha_2 M_2^3 / g_2 \quad (10)$$

уравнение „линии спектра“ имеет вид  $A_1 G_1 = A_2 G_2$  (линия 3 на рис. 1, *b*), что, как видно из выражения (7) и рисунка, соответствует непрерывному спектру без запрещенных зон.

Таким образом, условия (9), (10) определяют „квазиоднородный“ материал — мультислойный магнетик без запрещенных зон, ни один из параметров которого (как и волновые числа СВ в слоях (4)) не распределен однородно. Отклонение величины постоянного внешнего магнитного поля от значения  $H_0$  приводит к разбалансировке системы и появлению в спектре запрещенных зон (линия 4 на рис. 1, *b*), что позволяет использовать данную систему как сильно чувствительный к магнитному полю функциональный элемент спин-волнового устройства (переключатель или фильтр).

В настоящей работе все расчеты проведены в отсутствие затухания. Учет затухания приведет к появлению мнимой части квазиволнового числа в разрешенных и вещественной части в запрещенных зонах [6], вследствие чего изображенная на рисунке диаграмма теряет смысл. Более того, при наличии пространственной модуляции параметра магнитной вязкости результирующее затухание СВ в системе начинает зависеть нетривиальным образом также от глубины модуляции прочих параметров [6]. Тем не менее в области запрещенных зон „бездиссипативной модели“ затухание СВ продолжает оставаться большим по сравнению с разрешенными частями спектра [6], а сделанные в данной работе выводы — качественно верными.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность Ю.И. Горобцу за полезные замечания.

## Приложение

Для вывода граничных условий (5) рассмотрим соответствующую уравнениям (1) дискретную одномерную модель ферромагнетика. При этом, очевидно, можно ограничиться обменным приближением. Уравнения движения в этом случае имеют вид

$$\hbar \frac{\partial \mathbf{S}_n}{\partial t} = - \left[ \mathbf{S}_n \times \frac{\partial W}{\partial \mathbf{S}_n} \right], \quad (\text{П1})$$

где  $W = -\frac{1}{2} \sum_{n,m} J_{nm} \mathbf{S}_n \mathbf{S}_m$ ,  $\mathbf{S}_n$  — спин узла  $n$  цепочки,  $J_{nm}$  — интеграл обменного взаимодействия спинов  $n$  и  $m$ .

Воспользуемся приближением ближайших соседей и для определенности будем считать, что граница раздела материалов приходится на узлы  $0-1$ , т.е.  $J_{01} = J_{10} = \tilde{J}$ ,  $J_{nm} = J_0$  при  $n, m \leq 0$  и  $J_{nm} = J_1$  при  $n, m \geq 1$ .

Граничные условия определяются уравнениями системы (П1) при  $n = 0, 1$

$$\begin{aligned} \hbar \frac{\partial \mathbf{S}_0}{\partial t} &= [\mathbf{S}_0 \times (J_0 \mathbf{S}_{-1} + \tilde{J} \mathbf{S}_1)], \\ \hbar \frac{\partial \mathbf{S}_1}{\partial t} &= [\mathbf{S}_1 \times (\tilde{J} \mathbf{S}_0 + J_1 \mathbf{S}_2)]. \end{aligned} \quad (\text{П2})$$

Пользуясь тем, что  $\mathbf{S}_0 \times \mathbf{S}_0 \equiv 0$ , перепишем первое из этих уравнений в виде

$$\hbar \frac{\partial \mathbf{S}_0}{\partial t} = [\mathbf{S}_0 \times (J_0(\mathbf{S}_{-1} - \mathbf{S}_0) + \tilde{J} \mathbf{S}_1)]. \quad (\text{П3})$$

Для перехода к континуальному приближению, как обычно, введем функцию  $\mathbf{S}(x)$ :  $\mathbf{S}(x_n) = \mathbf{S}_n$ ,  $x_n = an$ , где  $a$  — постоянная решетки. В рассматриваемом случае  $\mathbf{S}(x)$  непрерывна и непрерывно дифференцируема в областях  $x < x_0$  и  $x > x_1$  и, следовательно,

$$(\mathbf{S}_0 - \mathbf{S}_{-1}) = \frac{\partial \mathbf{S}(x_0)}{\partial x} a + O(a^2). \quad (\text{П4})$$

Таким образом, при рассмотрении линейных колебаний, пренебрегая слагаемыми порядка  $\hbar\omega/J$ , в первом исчезающем по  $a$  приближении из (П3) с учетом (П4) находим

$$\left[ \mathbf{S}_0 \times \left( J_0 a \frac{\partial \mathbf{S}(x_0)}{\partial x} - \tilde{J} \mathbf{S}_1 \right) \right] = 0, \quad (\text{П5})$$

а из второго уравнения системы (П2) аналогично получаем

$$\left[ \mathbf{S}_1 \times \left( J_1 a \frac{\partial \mathbf{S}(x_1)}{\partial x} + \tilde{J} \mathbf{S}_0 \right) \right] = 0. \quad (\text{П6})$$

Вычитая из (П5) выражение (П6), находим

$$J_0 \mathbf{S}_0 \times \frac{\partial \mathbf{S}_0}{\partial x} = J_1 \mathbf{S}_1 \times \frac{\partial \mathbf{S}_1}{\partial x}. \quad (\text{П7})$$

В длинноволновом пределе ( $ka \ll 1$ , где  $k$  — волновой вектор) с точностью до членов порядка  $(J_{0,1}/\tilde{J})ka$  из (П5), (П6) получаем

$$\mathbf{S}_0 \times \mathbf{S}_1 = 0. \quad (\text{П8})$$

Тогда из условия  $\mathbf{S}^2 = \text{const}$  следует ортогональность векторов  $\partial \mathbf{S}/\partial x$  и  $\mathbf{S}$ ; учитывая вытекающую из (П8) коллинеарность векторов  $\mathbf{S}_0$  и  $\mathbf{S}_1$ , можем переписать (П7) в виде

$$J_0 \mathbf{S}_0 \frac{\partial \mathbf{S}_0}{\partial x} = J_1 \mathbf{S}_1 \frac{\partial \mathbf{S}_1}{\partial x}. \quad (\text{П9})$$

В случае, когда в состоянии равновесия  $\mathbf{S}_{0,1} = \text{const}$  и  $\mathbf{S}_0 \parallel \mathbf{S}_1 \parallel \mathbf{n}$  ( $\mathbf{n}$  — единичный вектор вдоль направления намагниченности материала в основном состоянии), в терминах амплитуд малых отклонений от положения равновесия  $\mathbf{s}_0$  и  $\mathbf{s}_1$  ( $\mathbf{S}_m = S_m \mathbf{n} + \mathbf{s}_m$ ,  $m = 0, 1$ ) условия (П8), (П9) принимают вид

$$\frac{\mathbf{s}_0}{S_0} = \frac{\mathbf{s}_1}{S_1}, \quad J_0 S_0 \frac{\partial \mathbf{s}_0}{\partial x} = J_1 S_1 \frac{\partial \mathbf{s}_1}{\partial x}. \quad (\text{П10})$$

## Список литературы

- [1] В.А. Игнатченко, Ю.И. Маньков, А.В. Поздняков. ЖЭТФ **116**, 4(10), 1335 (1999).
- [2] V.A. Ignatchenko, Yu.I. Mankov, A.A. Maradudin. J. Phys.: Cond. Matter **11**, 2773 (1999).
- [3] Ю.В. Гуляев, С.А. Никитов. ДАН (Россия) **380**, 4, 469 (2001).
- [4] Ю.Н. Горобец, А.Е. Зюбанов, А.Н. Кучко, К.Д. Шеджури. ФТТ **34**, 5, 1486 (1992).
- [5] V.A. Ignatchenko, Yu.I. Mankov, A.A. Maradudin. Phys. Rev. B **62**, 3, 2181 (2000).
- [6] В.В. Кругляк, А.Н. Кучко. ФММ **92**, 3, 3 (2001).
- [7] А.М. Зюзин, А.Г. Бажанов, С.Н. Сабаев, С.С. Кидяев. ФТТ **42**, 7, 1279 (2000)ю
- [8] S.A. Nikitov, Ph. Tailhadesa, C.S. Tsai. J. Magn. Magn. Mater. **236**, 320 (2001).
- [9] А.И. Ахизер, В.Г. Барьяхтар, С.В. Пелетминский. Спиновые волны. Наука, М. (1967).
- [10] Ф.Г. Басс, А.А. Булгаков, А.П. Тетервов. Высоочастотные свойства полупроводников со сверхрешетками. Наука, М. (1989).
- [11] А.М. Зюзин, С.Н. Сабаев, В.В. Радайкин, А.В. Куляпин. ФТТ **44**, 5, 893 (2002).
- [12] J.F. Cochran, B. Heinrich. Phys. Rev. B **45**, 22, 13 096 (1992).
- [13] D.L. Mills. Phys. Rev. B **45**, 22, 13 1000 (1992).