

## Нарушение распределения Больцмана для плотности электронов плазмы в двухкамерных ICP-разрядах

© Е.А. Богданов,<sup>1</sup> А.А. Кудрявцев,<sup>1</sup> З.Н. Очикова,<sup>1</sup> А.С. Чирцов<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Санкт-Петербургский государственный университет,  
198504 Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup> Санкт-Петербургский университет ИТМО,  
197101 Санкт-Петербург, Россия  
e-mail: akud@ak2138.spb.edu

(Поступило в Редакцию 2 марта 2015 г.)

На примере ICP-разрядов установлено, что в двухкамерных конструкциях, в которых возможен сильный градиент температуры электронов, классическое распределение Больцмана для концентрации электронов не имеет места даже на качественном уровне, в то время как более общее распределение для плотности энергии электронов (extended Boltzmann distribution) выполняется с удовлетворительной точностью.

В руководствах по физике низкотемпературной плазмы (см., например, [1,2]) отмечается, что плотность электронов связана с потенциалом соотношением Больцмана

$$n_e(\mathbf{r}) = n_e(0) \exp(e\varphi(\mathbf{r})/T_e). \quad (1)$$

Распределение (1) является удобным и часто используется для описания пространственного распределения электронов в газоразрядной плазме. Его вывод основан на факте сильного различия подвижностей электронов и ионов в немагнитной плазме ( $\mu_e \gg \mu_i$ ) и предположения о пространственной однородности температуры электронов.

Поскольку предположение о постоянстве  $T_e$  не столь очевидно и может не выполняться на практике, то вопрос о реализации распределения (1) в тех или иных условиях требует дополнительного анализа.

В настоящей работе показано, что более общим по сравнению с (1) является распределение Больцмана не для концентрации, а для плотности энергии электронов, т.е.

$$n_e(\mathbf{r}) \equiv n_e(\mathbf{r})T_e(\mathbf{r}) = n_e(0) \exp(e\varphi(\mathbf{r})/T_e(\mathbf{r})). \quad (2)$$

На примере ICP-разрядов установлено, что в двухкамерных конструкциях, в которых возможен сильный градиент температуры электронов, распределение (1) не имеет места даже на качественном уровне, в то время как более общее распределение (2), которое можно назвать как extended Boltzmann distribution, выполняется с удовлетворительной точностью.

Для проверки выполнения распределений (1), (2) и выяснения границ их применимости были выполнены симуляции в ICP-разрядах в аргоне низкого давления ( $p = 3 \text{ mTorr}$ ) в однокамерных и двухкамерных цилиндрических конструкциях, исследовавшихся нами ранее в [3]. Схематический чертеж такой конструкции представлен на рис. 1. В маленькой камере с радиусом

$R_1 = 5.15 \text{ cm}$  и длины  $L_1 = 8 \text{ cm}$  плазма создается индуцированным вихревым электрическим полем, в то время как большая камера с радиусом  $R_2 = 4R_1$  и длиной  $L_2 = 3L_1$ , играет роль балластного объема. Более подробно используемая модель и методики расчета в двухкамерных ICP-разрядах представлены нами ранее в [3].

Видно (рис. 2, а), что в однокамерных разрядах реализуются более менее однородные профили  $T_e$  и действительно выполняются распределения Больцмана (как (1), так и (2)). В то же время для двухкамерного ICP-разряда в продольном направлении от разрядной камеры к диффузионной реализуется резко неоднородный профиль температуры электронов (рис. 2, б). В этом случае пространственное распределение плотности плазмы даже качественно сильно отличается от (1), в то время как распределение (2) удовлетворительно соответствует данным моделирования (рис. 2, б).

Для объяснения и интерпретации полученных результатов напомним (подробнее см., например, [1,2]), что из-за сильного различия подвижностей электронов и ионов ( $\mu_e \gg \mu_i$ ) для сохранения квазинейтральности в плазме возникает самосогласованное амбиполярное поле  $\mathbf{E}_a$ , в котором дрейф электронов компенсирует (с точностью до малого потока ионов) их диффузию, т.е.

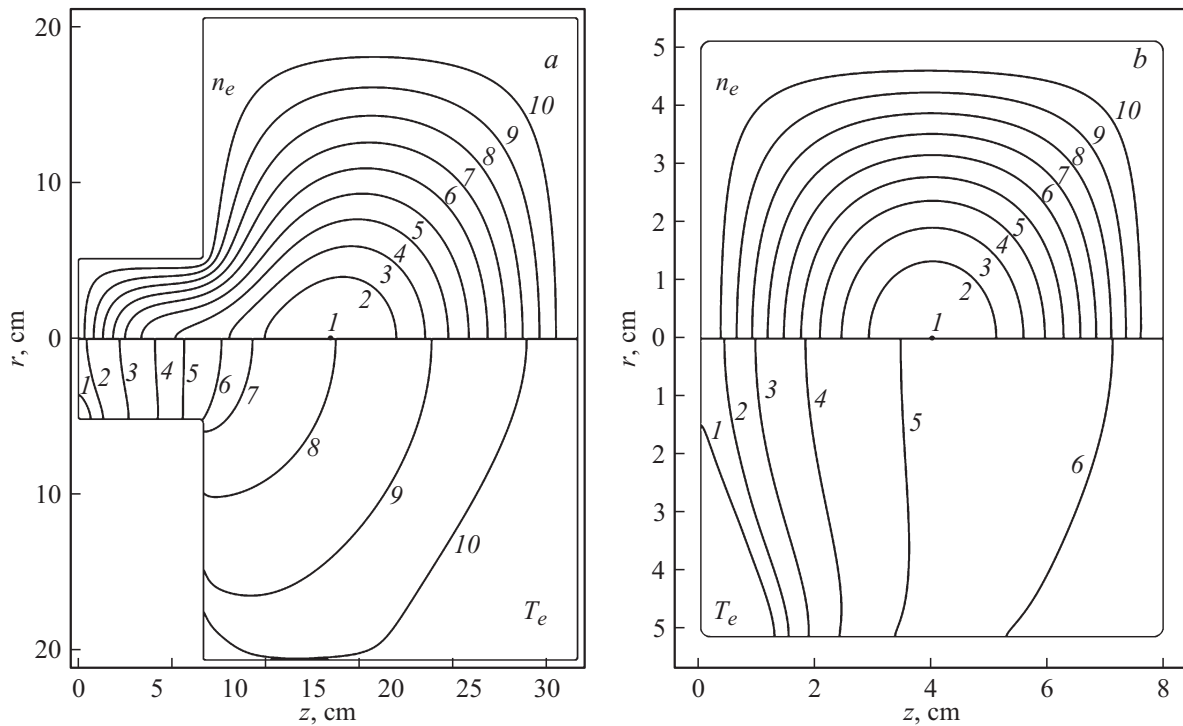
$$\mu_e n_e \mathbf{E}_a \approx -\nabla(D_e n_e) = -\nabla(\mu_e n_e T_e). \quad (3)$$

При слабом градиенте подвижности электронов выражение (3) приближенно можно записать в виде

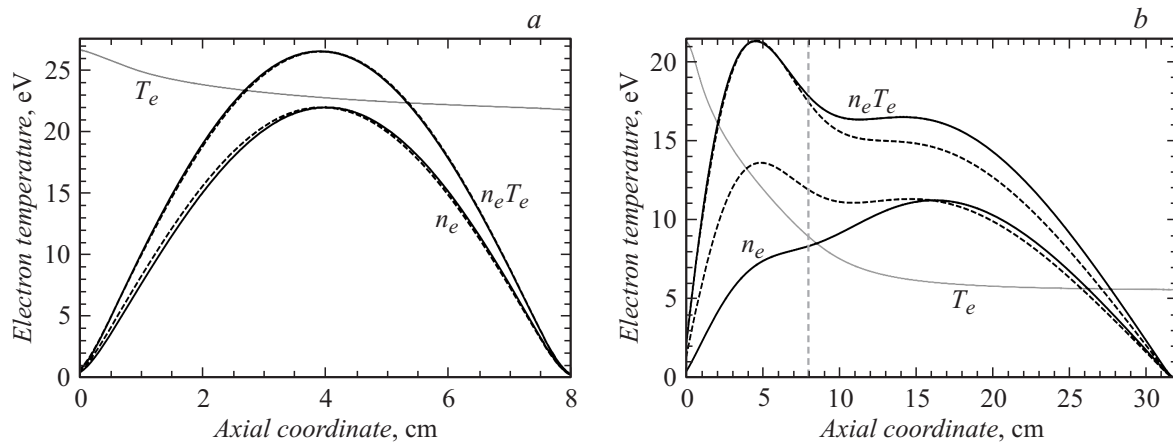
$$\begin{aligned} \mathbf{E}_a/T_e &\equiv -(\nabla\varphi_a)/T_e \approx \nabla(\varphi_a/T_e) \\ &= \nabla(n_e T_e)/(n_e T_e) - \nabla \ln(n_e T_e), \end{aligned} \quad (4)$$

из которого непосредственно следует (2).

Таким образом, хотя оба распределения (1) и (2) являются приближенными, более обоснованным является распределение Больцмана не для концентрации, а для плотности энергии электронов (2), которое совпадает с (1) лишь при однородном профиле температуры электронов.



**Рис. 1.** Схематический чертеж двухкамерной (а) и однокамерной (б) конструкций с изолиниями плотности электронов  $n_e$  сверху и температуры электронов  $T_e$  снизу. На рисунке а для  $n_e$  цифрами 1–10 отмечены изолинии, отвечающие значениям от максимального  $n_{\max} = 7.47 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-3}$  (изолиния 1, стянута в точку) до минимального  $n_{\min} = 7.49 \cdot 10^8 \text{ cm}^{-3}$  (изолиния 10) с равным шагом.  $\Delta n = 7.49 \cdot 10^8 \text{ cm}^{-3}$ ; для  $T_e$  изолинии 1–10 соответствуют  $T = 25, 20, 15, 12, 10, 8, 7, 6, 5.7$  и  $5.6 \text{ eV}$  соответственно. На рисунке б для  $n_e$  цифрами 1–10 отмечены изолинии, отвечающие значениям от максимального  $n_{\max} = 6.47 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-3}$  (изолиния 1, стянута в точку) до минимального  $n_{\min} = 7.1 \cdot 10^8 \text{ cm}^{-3}$  (изолиния 10) с равным шагом.  $\Delta n = 7.1 \cdot 10^8 \text{ cm}^{-3}$ ; для  $T_e$  изолинии 1–6 соответствуют  $T_e = 27, 26, 25, 24, 23$  и  $22 \text{ eV}$  соответственно.

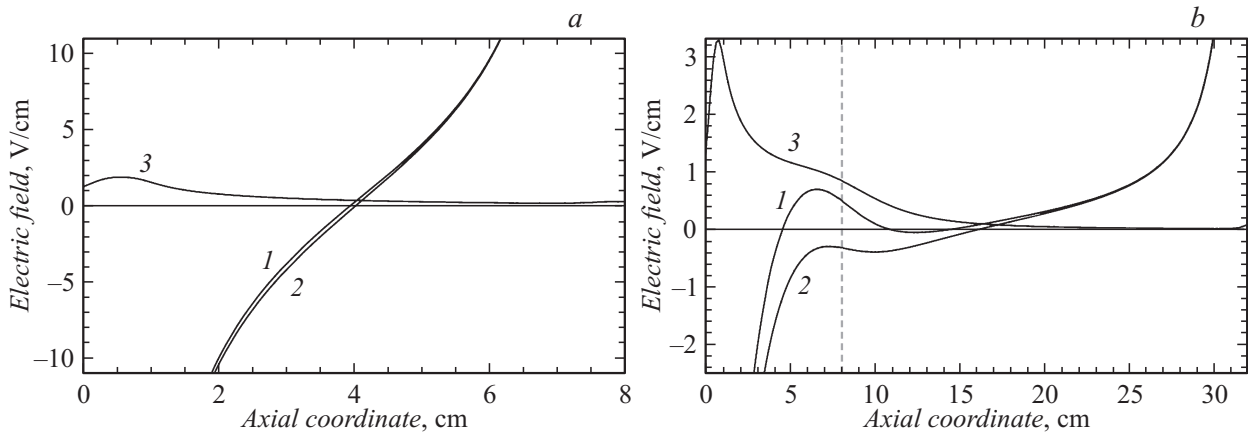


**Рис. 2.** Аксиальные профили температуры электронов  $T_e$ , плотности электронов  $n_e$  и плотности энергии электронов  $n_e T_e$  для однокамерной (а) и двухкамерной (б) конструкций. Профили  $n_e$  и  $n_e T_e$  представлены в произвольных единицах. Штриховые линии есть соответствующие бoльцмановские распределения (1) и (2), сшитые с профилями  $n_e$  и  $n_e T_e$  в максимальных значениях последних. Вертикальная пунктирная линия отмечает границу маленькой камеры и балластного объема.

Тот факт, что в литературе обычно приводится распределение (1), а не (2), по-видимому, связан с тем обстоятельством, что основное внимание там уделяется анализу простейших однокамерных конструкций.

Как известно (см., например, [1,2]), перенос заряженных частиц в плазме определяется медленной (ионной)

компонентой с коэффициентом амбиполярной диффузии  $D_a \approx \mu_i T_e$ . В то же время перенос энергии электронов за счет теплопроводности определяется коэффициентом свободной диффузии  $D_e = \mu_e T_e$ , который значительно превышает  $D_a$  [1,2]. Поскольку  $D_e \gg D_a$ , то перенос тепловой энергии электронов из центра к периферии



**Рис. 3.** Аксиальные профили аксиального самосогласованного электрического поля  $E_z$  (1) и его компонент  $-T_e(dn/dz)/n$  (2) и  $-dT_e/dz$  (3) в однокамерной (a) и двухкамерной (b) конструкциях. Вертикальная пунктирная линия на графике (b) показывает границу маленькой и большой камер.

плазмы происходит гораздо быстрее амбиполярного переноса самих электронов.

Характерная длина электронной теплопроводности  $\lambda_{th} \approx \sqrt{4D_e\tau}$  ( $\tau$  — время релаксации энергии электронов) значительно превышает длину свободного пробега электрона  $\lambda$  [2]. Так, при упругом балансе энергий электронов

$$\lambda_{th} \approx \lambda/\sqrt{\delta} > 100\lambda \quad (\delta = 2m/M). \quad (5)$$

При  $\lambda_{th} < \Lambda$  — характерной диффузионной длины разрядного объема реализуется локальный баланс энергии электронов и ее перенос не существен (температура электронов  $T_e$  быстро падает с расстоянием от источников нагрева (примерно как  $\exp(-x/\lambda_{th})$ ).

При понижении давления (при  $\lambda_{th} > \Lambda$ ) электронное тепло распространяется далеко от источников ввода энергии. При этом в пространственном распределении температуры электронов принципиальным является следующее важное обстоятельство. Дело в том, что перенос энергии электронов непосредственно на стенки разрядного объема связан с их уходом на стенки, поэтому он осуществляется со скоростью, контролируемой амбиполярным переносом заряженных частиц. Как результат электронный газ, по сути, оказывается теплоизолирован от стенок разрядного объема, а более быстрый обмен энергией электронов внутри объема плазмы при  $\lambda_{th} > \Lambda$  приводит к выравниванию  $T_e$  в замкнутом объеме (подробнее см., например, [2] и выше (рис. 2, a)).

Поэтому в лабораторной ограниченной стенками плазме при  $\lambda_{th} > \Lambda$  относительный градиент температуры электронов много меньше относительного градиента концентрации плазмы:  $\nabla T_e/T_e \ll \nabla n_e/n_e$  (рис. 3, a). В такой ситуации, как видно из (3), в выражении для амбиполярного поля градиент температуры мал по сравнению с градиентом концентрации. Как результат оно имеет стандартный вид, соответствующий распре-

делению Больцмана (1) электронов плазмы

$$eE_a = -T_e \frac{\nabla n}{n}. \quad (6)$$

Однако ситуация может резко измениться при наличии открытых границ разрядного объема, когда в многозвенных (многокамерных) разрядных конструкциях появляется возможность для выхода потоков частиц и энергий далее (в другую камеру). Действительно, при наличии открытых границ, как, например, в рассмотренных выше сообщающихся двухкамерных разрядах, электронное тепло может посредством электронной теплопроводности выходить из разрядной камеры, где вкладывается мощность, и распространяться далеко в диффузионную (балластную) камеру. В зависимости от соотношения площадей замкнутых и открытых поверхностей в малой разрядной камере возможны различные соотношения между градиентами концентраций и температур электронов и, как следствие, их вклад в выражении (3) для амбиполярного поля и потенциала. Результаты проведенных симуляций, представленные на рис. 3, b, подтверждают этот факт.

Как видно из сравнения результатов симуляций в однокамерных и двухкамерных разрядах, распределение Больцмана (1) можно ожидать только в простых (часто одномерных) замкнутых разрядных объемах (конструкциях). Уже в двухкамерных разрядах может потребоваться учитывать вклад градиента  $T_e$ , и для пространственного следует использовать распределение (2). Поскольку распределение (1) есть частный случай более общего распределения (2), для определенности и во избежание путаницы последнее будем называть extended Boltzmann distribution.

Таким образом, в работе показано, что уже в двухкамерных конструкциях, в которых возможен сильный градиент температуры электронов, классическое распределение Больцмана для концентрации электронов не

имеет места даже на качественном уровне, в то время как более общее распределение для плотности энергии электронов (*extended Boltzmann distribution*) выполняется с удовлетворительной точностью. Отметим также, что причина широкого использования распределения Больцмана для концентрации электронов в плазме, по нашему мнению, связана с экстраполяцией результатов для простейших однокамерных (чаще всего 1D) рядных конструкций (плоскопараллельной, цилиндрической, сферической и т.п.) на более сложные геометрии.

Работа поддержана РФФ (проект № 14-19-00311) и ИТМО (проект № 713577).

### Список литературы

- [1] *Lieberman M.A., Lichtenberg A.J.* // Principles of Plasma Discharges and Material Processing. NY: Wiley, 2005.
- [2] *Rozhansky V.A., Tsendin L.D.* // Transport Phenomena in Partially Ionized Plasma. London; NY: Taylor & Francis, 2001.
- [3] *Kudryavtsev A.A., Serditov K.Yu.* // Phys. Plasmas. 2012. Vol. 19. N 7. P. 073 504.