

Математическое моделирование диодной системы с матричным автоэлектронным катодом

© К.А. Никифоров,¹ Н.В. Егоров,¹ М.Ф. Сайфуллин²

¹ Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет „ЛЭТИ“, 197373 Санкт-Петербург, Россия

² Санкт-Петербургский государственный университет, 198504 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: knikiforov@apmath.spbu.ru

(Поступило в Редакцию 11 июля 2015 г.)

Представлена математическая модель диодной системы на основе матричного автоэлектронного катода с лезвийной структурой эмиттеров вертикального типа. Вычислено макромасштабное распределение электростатического поля в случаях плоской и сферической конфигурации анода. В микромасштабе найдено распределение поля у лезвия эмиттера при различных вариантах расположения относительно кромки матричного катода.

Введение

Матричные автокатоды являются перспективными источниками электронов в современных вакуумных приборах на основе автоэлектронной эмиссии [1]. В работе рассматривается перспективный тонкопленочный матричный автокатод с лезвийной структурой эмиттеров вертикального типа.

Преимущество структуры вертикального типа состоит в малой емкости между электродами (как правило, меньшей, чем в латеральных структурах) за счет большей высоты эмиттера [1].

Лезвийный характер эмиттера позволяет значительно увеличить рабочую поверхность по сравнению с таковой у точечных источников (как, например, у первых матричных микрокатодов с точечными коническими эмиттерами — структур типа Спиндта [2]). Лезвийные эмиттеры имеют более высокую чувствительность к межэлектродному расстоянию [3,4], чем острийные, что может служить как отрицательным, так и положительным их свойством (например, в сенсорных устройствах — датчиках давления с коллектором в виде мембраны [1]). Однородная толщина вертикальной пленки является существенной защитой от деградации при бомбардировке обратными ионами. Тонкопленочное лезвие может оставаться острым даже после долгого распыления обратными ионами (пленка распыляется на вершине, но новая поверхность остается такой же тонкой, как и исходная, в противоположность коническим эмиттерам, которые толще у основания) [5]. Перечисленные свойства делают вертикальные лезвийные автоэмиссионные матрицы весьма подходящими во многих применениях: эмиттер с круговой острой кромкой рассматривался в качестве элемента вакуумного нанотриода [5], элемента электронных пушек [6], причем с использованием разнообразных технологий изготовления [7–9].

Эффективность работы матричного автоэлектронного катода определяется величиной плотности эмиссионного тока и равномерностью ее распределения по площади

матрицы. Плотность тока эмиссии зависит от величины напряженности электрического поля, поэтому важнейшие факторы, влияющие на эффективность работы катода, — это однородность макромасштабного распределения поля по площади матрицы и максимальное его усиление на эмиссионной поверхности в микромасштабе.

Целью работы является вычисление напряженности электрического поля в диоде с матричным автокатодом, а также определение с помощью методов математического моделирования геометрических параметров диодной системы, обеспечивающих наибольшую однородность макроскопического распределения поля. Таким образом, исследование направлено на повышение эффективности катода.

Математическая модель

В соответствии с указанной целью работы, необходимо решить задачу о нахождении распределения электростатического потенциала в двухэлектродной системе, состоящей из катодной матрицы и анода. Поверхность матрицы и эмиттеров моделировалась как идеальный проводник без связанного с наличием адсорбатов диэлектрического покрытия. Металлические эмиттеры в виде прямых круговых цилиндров с нанометровыми стенками и острыми верхними кромками расположены в узлах квадратной решетки с шагом $5\ \mu\text{m}$ на плоской подложке из высоколегированного кремния (рис. 1). Расстояние между эмиттерами $2.3\ \mu\text{m}$, радиус цилиндра $0.9\ \mu\text{m}$, высота $0.2\ \mu\text{m}$, радиус кривизны острой кромки $0.05\ \mu\text{m}$ (технология изготовления позволяет устанавливать эти размеры независимо друг от друга [7]).

Влиянием пространственного заряда пренебрегалось. Использовалось трехмерное уравнение Лапласа для электростатического потенциала φ с соответствующими граничными условиями Дирихле на эквипотенциальных поверхностях катода Γ_1 , анода Γ_2 и на сферической по-

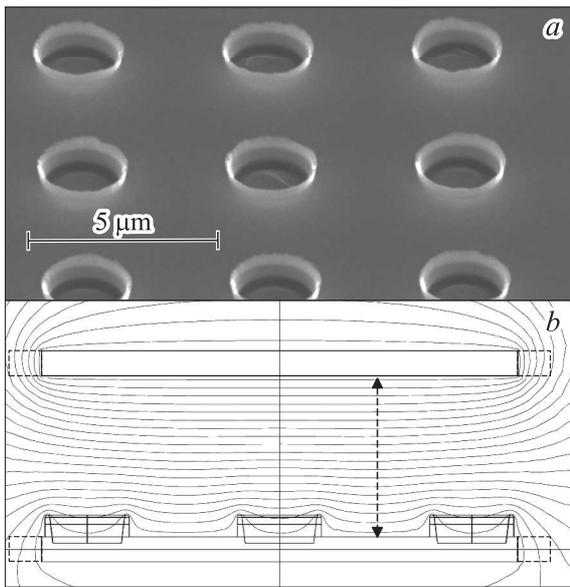


Рис. 1. *a* — изображение участка поверхности матричного катода, полученное с помощью растрового электронного микроскопа. *b* — модельная структура массива и эквипотенциальные линии электрического поля в сечении плоской диодной системы. Штрихами показаны изменяемые в модели геометрические параметры.

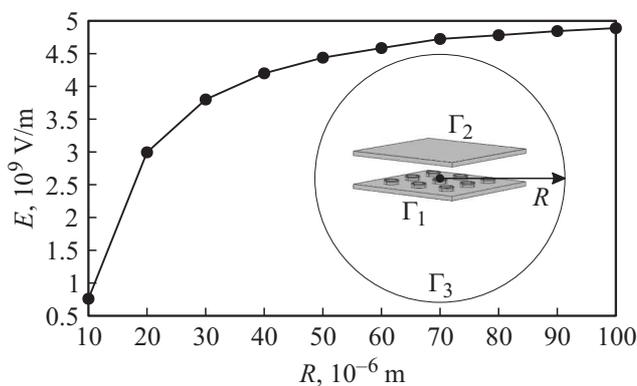


Рис. 2. Зависимость напряженности поля углового эмиттера от радиуса сферы, ограничивающей вычислительную область, показанную на вставке.

верхности Γ_3 , ограничивающей вычислительную область и моделирующей поведение потенциала на бесконечности (вставка на рис. 2):

$$\Delta\varphi = 0, \tag{1}$$

$$\varphi|_{\Gamma_1} = 0, \quad \varphi|_{\Gamma_2} = V, \quad \varphi|_{\Gamma_3} = 0. \tag{2}$$

Радиус $R = 200 \mu\text{m}$ сферы Γ_3 подбирался так, чтобы электростатическое экранирование не оказывало значительного влияния на результат (рис. 2).

Решение краевой задачи (1), (2) возможно получить только численно. Однако для одиночного эмиттера ранее был предложен аналитический метод расчета электростатического потенциала диодной системы [10]. Данный

аналитический метод не подходит для матричного катода, так как в массиве имеется взаимодействие между эмиттерами, отсутствующее со стороны открытого края катода и оказывающее влияние на однородность эмиссии по массиву.

В настоящей работе приближенное решение краевой задачи (1), (2) для уравнения Лапласа найдено по методу конечных элементов в виде линейной комбинации квадратичных базисных функций в среде Comsol Multiphysics. Использована ослабленная формулировка с составлением уравнения метода взвешенных невязок и определением весовых функций по методу Галеркина. Численное решение сконструированной глобальной системы линейных алгебраических уравнений дает значения потенциала в узлах дискретизованной расчетной области. Параметры дискретизации адаптивной тетраэдральной конечно-элементной сетки подобраны таким образом, что для одиночного эмиттера имеется согласование численного решения с результатом аналитического расчета по методу парных уравнений со сведением граничной задачи к интегральному уравнению Фредгольма 2-го рода с правой частью в виде квадратуры и ядром, выписанным в явном виде [10].

Изучение влияния открытого края массива проводилось на модельной структуре, состоящей из массива 3×3 эмиттеров с изменяемым расстоянием катод–анод и изменяемой шириной выступа подложки на границе массива (вид сбоку на рис. 1, *b*, вид сверху на вставке рис. 3). Количество эмиттеров выбрано минимальным, чтобы ограничить потребление вычислительных ресурсов, вместе с тем характеристики большого массива

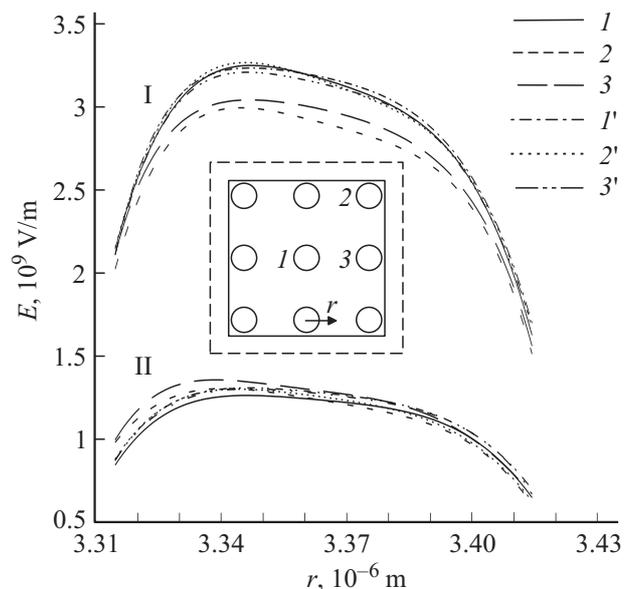


Рис. 3. Электрическое поле на кромке эмиттеров массива в диоде при расстоянии катод–анод $1 \mu\text{m}$ (семейство кривых I) и $3 \mu\text{m}$ (семейство кривых II): $1, 1'$ — эмиттер в середине массива; $2, 2'$ — угловой эмиттер; $3, 3'$ — эмиттер на краю массива (штрих обозначает наличие обрамляющего выступа подложки шириной $2.3 \mu\text{m}$, показанного штрихами на вставке).

могут быть экстраполированы из результатов модельной матрицы.

Программная реализация модели в среде Comsol Multiphysics с терминальным заданием изменяемых геометрических параметров (что позволило проводить вычислительные эксперименты) учитывает специфику эмиссионных систем, в которых вычислительная область сложной формы включает границу эмиттера с большой кривизной поверхности и малыми размерами. Это приводит к значительному разбросу характерных размеров в одной геометрической конфигурации, причем экспоненциальная зависимость плотности тока от напряженности поля требует повышенной точности при учете граничных условий на эмиттере.

Решение имеет быстро изменяющийся градиент в области эмиссии (на кромке лезвия), поэтому конечно-элементная сетка сгущалась в окрестности лезвия эмиттера, чтобы скорость сходимости решения к точному существенно не снижалась и не происходило увеличение числа неизвестных — размерности конечно-элементной линейной алгебраической системы.

Результаты моделирования

Микроскопическое межэлектродное расстояние

Распределение электрического поля на рабочей поверхности катодной матрицы имеет детали различного масштаба, которые формируются на различных расстояниях от эмиссионной поверхности.

При моделировании варьировалась ширина выступа подложки, обрамляющего массив эмиттеров, и вычислялась напряженность поля на кромке эмиттеров (напряжение ~ 20 В). Как показывают результаты (рис. 3), напряженность поля эмиттеров в центре массива при этом не изменялась, а на краю и в углу массива напряженность зависела от ширины выступа и от расстояния катод–анод. При нулевом выступе и расстоянии катод–анод $1 \mu\text{m}$ (рис. 3, семейство кривых I) поле крайних эмиттеров на $\sim 10\%$ меньше, чем у центрального, что связано с близостью открытого пространства за границей массива (соответствует уменьшению плотности тока на 30% с учетом экспоненциальной зависимости от напряженности поля). При увеличении ширины выступа от 0 до $2.3 \mu\text{m}$ (до величины межэмиттерного расстояния) поле крайних эмиттеров тоже увеличивается, и разница между эмиттерами исчезает.

Также различия между эмиттерами уменьшаются при удалении катода от анода. Когда расстояние между электродами составляет $3 \mu\text{m}$, разница в напряженности поля на кромке эмиттеров уже отсутствует при любой ширине выступа подложки массива (рис. 3, семейство кривых II). При этом поле у поверхности анода практически однородно и не испытывает возмущений из-за наличия на катоде выступающих эмиттеров.

При отдалении анода на расстояние более шести-кратной высоты эмиттера и приложении постоянного

однородного поля напряженность на кромке лезвий перестает зависеть от расстояния между катодом и анодом [11], становясь пропорциональным приложенному у анода полю.

Если же расстояние между электродами увеличить еще больше — до макроскопических размеров, то роль краевого эффекта существенно возрастает. Значение при этом имеет не ширина выступа, обрамляющего массив на подложке, а сама форма подложки и анода.

Макроскопическое межэлектродное расстояние

В макромасштабе конфигурация электродов эмиссионного диода являлась плоской: плоский анод и удаленный на $1\text{--}3 \text{ mm}$ катод, оба в виде прямоугольных параллелепипедов со сторонами $1 \times 1 \times 0.1 \text{ cm}$ (без учета микроструктуры поверхности). Макроскопическое распределение поля в такой системе неоднородно, напряженность поля вблизи центра рабочей поверхности катода и у его краев различно при одном и том же межэлектродном расстоянии.

При расстоянии 3 mm и напряжении 5000 V напряженность макроскопического электрического поля различается на 55% в центре и по краям катода, а в центре и по углам различия составляют 75% .

Столь существенная неоднородность в макромасштабном распределении поля повлечет и на микромасштабе значительные различия между эмиттерами, следовательно, отрицательно скажется на однородности эмиссии и эффективности диода в высоковольтном режиме.

Оптимизация параметров диодной системы

Макроскопическое распределение поля на поверхности катода можно выровнять, если межэлектродное расстояние в центре диода будет меньше, чем на краях. Следовательно, поверхность анода должна быть выпуклой в сторону катодной матрицы. В работах [12,13] рассмотрен сферический анод и использован метод изображений для нахождения электростатического потенциала и напряженности поля в задаче со сферическим анодом и неограниченным плоским катодом (3)–(5) (в цилиндрических координатах с учетом осевой симметрии системы, рис. 4):

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0, \quad (3)$$

$$\varphi(z, r) = V, \quad (z - z_0)^2 + r^2 = a^2, \quad (4)$$

$$\varphi(z, r) = 0, \quad z = 0, \quad (5)$$

где a — радиус анода, r, z — цилиндрические координаты.

Как показано на рис. 4, метод изображений для задачи (3)–(5) с бесконечной плоскостью и метод конечных элементов для задачи (1), (2) с ограниченным катодом

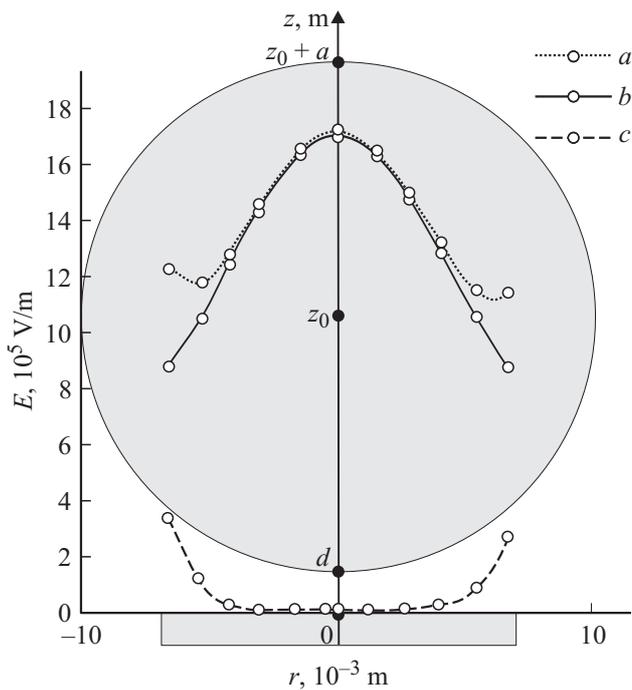


Рис. 4. Плоско-сферический диод в цилиндрических координатах (радиус анода $a = 1$ см) и распределение макроскопического поля (ось слева) по поверхности катода вдоль его диагонали: a — по методу конечных элементов, b — по методу изображений, c — их разность.

(без учета микроструктуры поверхности) дают одинаковую макроскопическую напряженность поля на оси системы, а на краях катода разница решений обусловлена различием в постановках задач [13].

По методу изображений получена аналитическая зависимость между напряжением V и напряженностью поля E_0 на оси системы у поверхности катода

$$V = \frac{E_0}{a \sqrt{r^2 S_1^2 + S_2^2}}, \quad (6)$$

где

$$S_1 = \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{\xi_i}{[(z - z_i)^2 + r^2]^{3/2}} - \frac{\xi_i}{[(z + z_i)^2 + r^2]^{3/2}} \right),$$

$$S_2 = \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{\xi_i(z - z_i)}{[(z - z_i)^2 + r^2]^{3/2}} - \frac{\xi_i(z + z_i)}{[(z + z_i)^2 + r^2]^{3/2}} \right),$$

$$\xi_i = \frac{a}{z_0 + z_{i-1}} \xi_{i-1},$$

а $\xi_0 = 1$.

В силу (6) уменьшается на единицу размерность пространства параметров оптимизации в задаче нахождения радиуса анода a , расстояния до катодной матрицы d и напряжения V , обеспечивающих наибольшую однородность поля по поверхности матрицы. Минимальное изменение модуля напряженности электрического поля

на катоде (при значении E_0 таком, что средняя величина напряженности достаточна для возникновения автоэлектронной эмиссии) задается выражением

$$\left(\max_S E - \min_S E \right) \rightarrow \min, \quad (7)$$

где S — рабочая поверхность катодной матрицы, E — напряженность электрического поля на поверхности.

Оптимизация параметров диодной системы в соответствии с функционалом (7) проводилась методом простого перебора. Выбор метода обоснован тем, что множество значений a и d дискретно и ограничено: $1 < d < 3$ мм, $2.5 < a < 10$ мм в силу особенности системы позиционирования электродов. Было выбрано значение макроскопической напряженности поля $E_0 = 5$ MV/m с учетом дополнительного микроскопического усиления на структуре матрицы и шероховатости лезвий эмиттеров. Накладывалось ограничение на напряжение $V < 20\,000$ В во избежание условий электрического пробоя.

Цикл метода простого перебора для двумерной дискретной оптимизации производился по схеме.

1. Выбор значений a и d параметров оптимизации, вычисление V по (6) (метод изображений реализован в среде Matlab).

2. Если $V > 20\,000$ В, то функционал (7) не вычисляется. Переход к шагу 1.

3. Вычисление функционала (7) методом конечных элементов (реализация в среде Comsol Multiphysics и сопряжение с Matlab по системе Comsol LiveLink for Matlab).

Таким образом, для экспресс-оценки величины необходимого напряжения использовался метод изображений как более быстрый, а для более точного вычисления поля (в случае необходимости) использовался ресурсоемкий метод конечных элементов.

Были получены наилучшие значения параметров $d = 1$ мм, $a = 5.5$ мм, т.е. анод в диаметре должен быть чуть больше матричного катода. Тогда сферическая форма анода снижает величину напряженности на краях матрицы в 2 раза, а величина функционала (7) составляет менее 1 MV/m (при напряжении $V = 5300$ В и межэлектродном расстоянии 1 мм).

Результаты эксперимента

Вольтамперные характеристики плоской диодной системы с катодной матрицей измерялись как в импульсном низковольтном режиме в условиях атмосферы, так и в статическом высоковольтном режиме при сверхвысоком вакууме [14].

В импульсном режиме измерения проводились с помощью микроманипулятора. При напряжении ~ 16 В и межэлектродном расстоянии ~ 1 мм плотность тока составляла более 360 A/cm². В статическом режиме исследования проводились в диодной измерительной

системе, созданной на основе автоэлектронного проектора. С увеличением межэлектродного расстояния до 1–3 mm и напряжения до 5–20 kV происходили пробои в области краев катодной матрицы, которые дестабилизировали ее работу. Эти пробои обусловлены в первую очередь электростатическим усилением поля на кромке катодной матрицы [14], что соответствует результатам моделирования при макроскопическом межэлектродном расстоянии.

Исследование макроскопического межэлектродного расстояния важно для генерации катодными матрицами пучков не только большой плотности, но и высокой энергии электронов в разнообразных практических применениях. Ускорение эмитированных электронов более эффективно в конфигурации плоско-сферического диода в соответствии с результатами настоящей работы.

Заключение

В работе изучены микро- и макроскопическое распределения электрического поля по поверхности катодной матрицы с цилиндрическими лезвийными эмиттерами в конфигурации плоского, а также плоско-сферического диодов.

Электрическое поле различных эмиттеров зависит от их расположения относительно края массива. Эмиссия с различных эмиттеров неодинакова. В модельной структуре варьировались ширина выступа подложки, обрамляющего массив эмиттеров, и межэлектродное расстояние. В результате получено, что при расстоянии 1 μm поле и ток эмиттеров в центре массива не зависят от ширины выступа, т.е. краевое поле плоского диода не оказывает влияние на эмиссию в центральной части массива. Однако эмиссия на границе массива зависит от ширины выступа и при его отсутствии снижена на 30%. Эта зависимость пропадает, если либо ширина выступа сопоставима с расстоянием между эмиттерами в массиве, либо расстояние между электродами больше шестикратной высоты эмиттеров.

Задача о распределении электростатического потенциала в плоскосферическом диоде решалась в двух постановках. Первая, более грубая, допускает применение метода изображений для нахождения электрического поля между проводящей сферой и бесконечной плоскостью, моделирующими анод и катод соответственно. Вторая постановка использовала более точную модель катодной матрицы в виде параллелепипеда и состояла в решении внутренней задачи Дирихле для уравнения Лапласа методом конечных элементов. Комбинация аналитического (более быстрого) и численного (более ресурсоемкого) подходов использована для поиска оптимальных параметров плоско-сферического диода, при которых электростатическое усиление макроскопического поля на кромке катодной матрицы уменьшено в 2 раза по сравнению со случаем плоских электродов (величина изменения модуля напряженности по поверхности катода не превышает 1 MV/m).

Плоско-сферическая конфигурация электродов обеспечивает наибольшую однородность макроскопического распределения поля катодной матрицы. Полученные результаты согласуются с экспериментом.

Проведенное исследование позволило повысить эффективность катода и стабилизировать его работу в статическом режиме при увеличенных межэлектродном расстоянии и напряжении.

Исследование К.А. Никифорова и Н.В. Егорова выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 15-19-30022), СПбГЭТУ „ЛЭТИ“. М.Ф. Сайфуллин выполнил учебную задачу (на добровольной основе без заработной платы) в рамках обучения в магистратуре СПбГУ под руководством К.А. Никифорова.

Список литературы

- [1] *Егоров Н.В., Шешин Е.П.* Автоэлектронная эмиссия. Принципы и приборы. Долгопрудный: Издат. дом Интеллект, 2011. 704 с.
- [2] *Spindt C.A.* // J. Appl. Phys. 1968. Vol. 39. P. 3504–3505.
- [3] *Никифоров К.А., Егоров Н.В.* // Вестн. СПб. ун-та. Сер. 10: Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2013. Вып. 2. С. 127–134.
- [4] *Nikiforov K.A., Zartdinov A.N.* // J. Phys.: Conference Series. 2014. Vol. 541. P. 012 009.
- [5] *Hsu D., Grey H.* // Appl. Phys. Lett. 1999. Vol. 75. N 16. P. 2497–2499.
- [6] *Khurshheed A.* // Ultramicroscopy. 2013. Vol. 128. P. 10–23.
- [7] *Красников Г.Я., Огурцов О.Ф., Казуров Б.И., Щербачев Н.А.* Матрица полевых эмиссионных катодов с затворами (варианты) и способ ее изготовления. Пат. 2299488 РФ, МПК (2007) НОШ/30 Н01J9/02 Н01J31/12; Заявл. 05.05.2005; Опубл. 20.05.2007. Бюл. № 14.
- [8] *Hsu D., Grey H.* Thin-film edge field emitter device and method of manufacture therefore. Пат. 5382185 USA, 17.01.1995.
- [9] *Cheng H.C., Wang C.C., Ku T.K., Hsieh L.J.* // Jpn. J. Appl. Phys. 1996. Vol. 35. Part 1. N 1A. P. 308–312.
- [10] *Виноградова Е.М., Егоров Н.В., Мутул М.Г.* // ЖТФ. 2010. Т. 80. Вып. 5. С. 1–4.
- [11] *Sayfullin M.F., Nikiforov K.A.* // J. Phys.: Conference Series. 2014. Vol. 541. P. 012 020.
- [12] *Dall’Agnol F.F., Mammana V.P.* // Revista Brasileira de Ensino de Fisica. 2009. Vol. 31. N 3. P. 1–9.
- [13] *Sayfullin M.F., Nikiforov K.A.* // 2014 10th International Vacuum Electron Sources Conference, IVESC 2014 and 2nd International Conference on Emission Electronics, ICEE 2014 — Proceedings. Saint-Petersburg, Russia, 2014. Art. N 6892072.
- [14] *Nikiforov K.A., Antonova L.I., Egorov N.V., Trofimov V.V., Makeev V.V., Ogurtsov O.F.* // RuPAC 2012 Contributions to the Proceedings — 23rd Russian Particle Accelerator Conference. Saint-Petersburg, Russia, 2012. P. 218–220.