

Увлечение баллистических электронов ионным пучком: гигантские осцилляции тока увлечения

© В.Л. Гуревич, М.И. Мурадов

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
Санкт-Петербург, Россия

E-mail: vadim.gurevich@mail.ioffe.ru

(Поступила в Редакцию 3 июня 2015 г.)

Разработаны основы теории кулоновского увлечения баллистических электронов квантовой нанопроволоки потоком монокинетических тяжелых ионов, движущихся с одинаковой скоростью V . Определено отношение тока увлечения к первичному току ионного пучка.

Показано, что ток увлечения — немонотонная функция скорости V . Эта функция имеет резкий максимум, когда скорость V оказывается равной $v_{nF}/2$, где n — номер самой верхней активной (т.е. участвующей в переносе тока) электронной минизоны (канала), а v_{nF} — соответствующая этой зоне скорость Ферми. Таким образом оказывается, что данное явление гигантских осцилляций тока кулоновского увлечения можно использовать для исследования электронных спектров баллистических наноструктур.

Работа частично поддержана грантом РФФИ № 15-02-01575.

Цель настоящей работы — построить основы теории кулоновского увлечения электронов одномерной баллистической наноструктуры так называемым ионным пучком, т.е. потоком ионов, имеющих одинаковую скорость V . Такая постановка опыта позволяет в принципе осуществить бесконтактный метод возбуждения тока (или напряжения) в наноструктуре. Тем самым она открывает еще одну возможность по сравнению с пионерскими работами — теоретическими [1,2] и экспериментальными [3–5] — по кулоновскому увлечению электронных потоков.

В простейшем случае величина скорости ионов V определяется напряжением \mathfrak{U} , ускоряющим ионы, и массой иона M

$$\frac{MV^2}{2} = e_I \mathfrak{U}. \quad (1)$$

Здесь e_I — заряд иона. Кулоновское увлечение будем рассматривать в квантовой проволоке в условиях сильного фермиевского вырождения

$$T \ll \mu, \quad (2)$$

где T — температура (в энергетических единицах), а μ — энергия Ферми. При этом нас будет интересовать случай так называемого бесстолкновительного переноса (см., например, [6]), когда каждая минизона поперечного квантования, или канал, вносит вклад в кондактанс, равный

$$G_0 = \frac{e^2}{\pi \hbar}. \quad (3)$$

Тогда полный кондактанс оказывается равным

$$G = \mathcal{N} G_0.$$

Здесь \mathcal{N} — число активных каналов, т.е. минизон, у которых дно $\varepsilon_n(0)$ находится ниже уровня Ферми μ и которые тем самым участвуют в переносе тока.

Выясним самые интересные и важные особенности увлечения ионным пучком, по возможности упростив условия нашей задачи. Соответственно будем считать, что расстояние d между пучком и проволокой гораздо больше толщины самой проволоки, так что на таких масштабах кулоновское электрон-ионное взаимодействие может считаться плавным. Тогда правила отбора для матричных элементов соответствующих переходов ограничиваются в первом приближении изменениями соответствующих (квази)импульсов и оставляют неизменным номер n минизоны поперечного квантования.

На наш взгляд, самая плодотворная постановка такого эксперимента состоит в том, чтобы определять изменение тока увеличения при изменении скорости ионов V . Далее остановимся на одном из самых, как мы считаем, интересных случаев. Мы полагаем, что пучок ионов вытянут в направлении оси z и его активная часть (взаимодействующая с наноструктурой) имеет длину L в этом направлении, совпадающую с длиной наноструктуры. Поперечные размеры пучка считаем для простоты постоянными (на самом деле они могут незначительно зависеть от z).

Далее можно предложить следующие наглядные физические соображения. Обозначим z -компоненту квазиимпульса электрона через p , а импульс ионов — через \mathbf{P} . При электрон-ионных столкновениях должны иметь место сохранение энергии, (квази)импульса и (с принятой нами точностью) квантового числа n :

$$\frac{p^2}{2m} + \frac{\mathbf{P}^2}{2M} = \frac{(p + q_z)^2}{2m} + \frac{(\mathbf{P} - \mathbf{q})^2}{2M}. \quad (4)$$

Здесь m — эффективная масса электрона, \mathbf{q} — импульс, переданный иону, $P_z \equiv P = MV$. Соотношение (4) можно переписать в следующем виде, пренебрегая слагае-

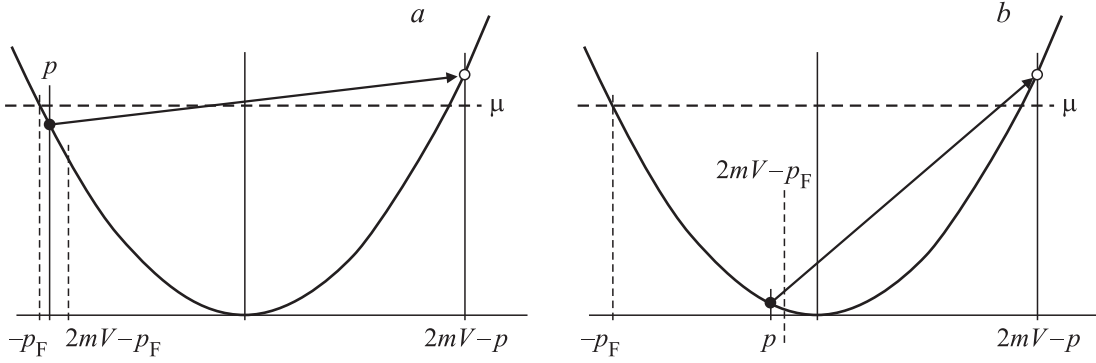


Рис. 1. Электронные переходы при малых (а) и больших (б) скоростях потока ионов. Электроны с квазиимпульсами от $-p_F$ до $2mV - p_F$ участвуют в переходах. При малых mV передача импульса составляет величину порядка $2p_F$, при mV , близких к $p_F/2$, имеет место минимальная передача импульса порядка p_F .

мыми, содержащими большую массу M в знаменателе:

$$\begin{aligned} \frac{q_z^2}{2m} \left(1 + \frac{m}{M}\right) + \frac{q_z}{m} (p - mV) + \frac{q_\perp^2}{2M} \\ \simeq \frac{q_z}{2m} [q_z - 2(mV - p)]. \end{aligned} \quad (5)$$

Таким образом, квазиимпульс, переданный электрону при столкновении, оказывается равным

$$q_z = 2(mV - p). \quad (6)$$

Вероятность перехода должна содержать произведение комбинации равновесных функций Ферми

$$\begin{aligned} f_n(p)[1 - f_n(p + q_z)] - f_n(p + q_z)[1 - f_n(p)] \\ = f_n(p) - f_n(2mV - p) \end{aligned} \quad (7)$$

на квадрат матричного элемента взаимодействия. Последний, как показано в [7], пропорционален величине

$$K_0^2(|q_z|d/\hbar) \Big|_{q_z=2(mV-p)}, \quad (8)$$

где K_0 — функция Макдональда. Для нее при больших значениях аргумента (случай, который нас будет далее интересовать) справедлива следующая формула:

$$K_0(s) \approx \sqrt{\frac{\pi}{2s}} e^{-s} \quad \text{для } s \gg 1. \quad (9)$$

Ток увлечения пропорционален сумме по квазиимпульсам электронов от произведений выражений (7), (8) и δ -функции от величины (5), интегрирование которой привносит множитель $(mV - p)^{-1}$. Рассмотрим сначала случай, когда начальные состояния принадлежат области $p < 0$. Условие, при выполнении которого в этой области состояния заполнены, имеет вид $-p_F < p < 0$. Требование, чтобы при этом конечное состояние с квазиимпульсом $2mV - p$ было незаполненным, имеет вид

$$2mV - p > p_F$$

при условии, что $V < v_F/2$ (v_F — скорость Ферми) (рис. 1). Если же $V > v_F/2$, единственное дополнительное ограничение есть $-p_F < p < 0$, т.е. в переходе участвуют все занятые состояния. Таким образом, при $V < v_F/2$ получаем для тока увлечения

$$\begin{aligned} J_d \propto \int_{-p_F}^{-p_F+2mV} dp \frac{K_0^2[2(mV - p)d/\hbar]}{mV - p} \\ = \int_{p_F-mV}^{p_F+mV} dp \frac{K_0^2(2pd/\hbar)}{p}. \end{aligned} \quad (10)$$

Видно, что увеличение V уменьшает минимальный переданный импульс и приводит к возрастанию эффективного кулоновского взаимодействия $K_0(2pd/\hbar)$ всякий раз, когда V приближается к одному из значений величины v_{nF} . При $V > v_F/2$ имеем

$$\begin{aligned} J_d \propto \int_{-p_F}^0 dp \frac{K_0^2[2(mV - p)d/\hbar]}{mV - p} \\ = \int_{mV}^{p_F+mV} dp \frac{K_0^2(2pd/\hbar)}{p}, \end{aligned} \quad (11)$$

и возрастание V приводит к уменьшению тока увлечения. Таким образом, возникает явление, которое будем называть гигантскими осцилляциями тока кулоновского увлечения, поскольку максимальные значения этого тока существенно превышают его минимальные значения.

В силу экспоненциальной зависимости функции (9) от p_F в сумме по n должно преобладать одно слагаемое, прочие же имеют по сравнению с ним экспоненциально малость. Меняя напряжение на затворе, можно изменять как импульс Ферми, так и номер канала n , отвечающего за осцилляционную картину.

Отметим, что в работе [7] предсказываются осцилляции тока кулоновского увлечения баллистических электронов квантовой проволоки электронным потоком в другой квантовой проволоке, расположенной параллельно на малом расстоянии от первой. Оказалось, что при этом ток увлечения должен иметь резкий максимум всякий раз, когда уровни Ферми в обеих проволоках совпадают. Следует подчеркнуть, что физическая причина осцилляций в данном случае иная и определяется соотношением между скоростями: скоростью Ферми и скоростью потока ионов.

Далее проследим основные этапы количественного расчета, который подтверждает эту качественную картину. Пусть функция распределения ионов в монокинетическом пучке имеет вид

$$F_{\mathbf{P}} = N(2\pi\hbar)^3 \delta(P_x)\delta(P_y)\delta(P_z - P), \quad (12)$$

где N — концентрация ионов.

Ток увлечения J_d определяется (ср. с работой [8], где аналогичное выражение получено для кулоновского увлечения электронами) как

$$J_d = -2eL \sum_n \int_0^\infty \frac{dp}{2\pi\hbar} I\{f, F\}. \quad (13)$$

Потенциальная энергия взаимодействия электронов и ионов есть

$$U = \frac{ee_I}{\varepsilon_{12}|\mathbf{R} - \mathbf{r}|}, \quad \frac{1}{\varepsilon_{12}} = \frac{2}{1 + \kappa}, \quad (14)$$

где e — заряд электрона, κ — диэлектрическая проницаемость материала проволоки. Отсюда получим

$$\begin{aligned} J_d = J^{(0)} \frac{2Ma^2}{m\pi\hbar^2} \sum_n \int_0^\infty dq_z \int_0^{q_z} dp f_n(p - q_z)[1 - f_n(p)] \\ \times \int d\mathbf{q}_\perp g(\mathbf{q}_\perp, q_z) \left\{ \delta[q_\perp^2 - q_z^2(M/m - 1) \right. \\ \left. + 2q_z(Mp/m - P)] - \delta[q_\perp^2 - q_z^2(M/m - 1) \right. \\ \left. + 2q_z(Mp/m + P)] \right\}, \end{aligned} \quad (15)$$

где введены величина, имеющая размерность тока,

$$J^{(0)} = \frac{e(ee_I)^2 L N m a^2}{\varepsilon_{12}^2 \hbar^3} \quad (16)$$

и безразмерная величина $g(\mathbf{q}_\perp, |q_z|)$, описывающая кулоновское взаимодействие,

$$\begin{aligned} g(\mathbf{q}_\perp, |q_z|) = \frac{1}{(\pi a^2)^2} \\ \times \left| \int d\mathbf{R}_\perp d\mathbf{r}_\perp e^{-i\mathbf{q}_\perp \mathbf{R}_\perp / \hbar} |\psi_n(\mathbf{r}_\perp)|^2 K_0(|q_z| |\Delta\mathbf{r}_\perp| / \hbar) \right|^2, \end{aligned} \quad (17)$$

где a — радиус пучка ионов (сечение пучка считаем кругом).

Полагая $M/m \gg 1$ и обезразмерив переменные интегрирования в (15), получим

$$\begin{aligned} J_d = J^{(0)} \frac{2M}{m} \sum_n \frac{a^2 p_{nF}^2}{\hbar^2} \int_0^\infty d\bar{q}_z \int_0^{\bar{q}_z} d\bar{p} f_n[p_{nF}(\bar{p} - \bar{q}_z)] \\ \times [1 - f_n(\bar{p} p_{nF})] \int \frac{d^2\bar{\mathbf{q}}_\perp}{\pi} g(\bar{\mathbf{q}}_\perp p_{nF} \sqrt{M/m}, \bar{q}_z p_{nF}) \\ \times \{ \delta[\bar{q}_\perp^2 - \bar{q}_z(\bar{q}_z - 2(\bar{p} - V/v_{nF}))] - (V \rightarrow -V) \}. \end{aligned} \quad (18)$$

Здесь символ с чертой обозначает соответствующую безразмерную переменную.

Выражение для эффективного кулоновского взаимодействия можно упростить

$$g(\mathbf{q}_\perp, q_z) = \left(\frac{2J_1(aq_\perp/\hbar)}{aq_\perp/\hbar} \right)^2 K_0^2(q_z d/\hbar). \quad (19)$$

Здесь $J_q(x)$ — функция Бесселя первого порядка. В интервале по поперечным переданным импульсам \mathbf{q}_\perp благодаря большому отношению M/m внесут вклад малые значения \bar{q}_\perp , а именно

$$\bar{q}_\perp \lesssim (\hbar/a p_{nF}) \sqrt{m/M},$$

которые будем считать малыми и по сравнению с V/v_{nF} . Тогда можем написать

$$\begin{aligned} J_d = 8J^{(0)} \sum_n \int_0^\infty d\bar{p} \int_0^\infty \frac{d\bar{q}_z}{\bar{q}_z} f_n[p_{nF}(\bar{p} - \bar{q}_z)] [1 - f_n(\bar{p} p_{nF})] \\ \times K_0^2(\bar{q}_z p_{nF} d/\hbar) \{ \delta[\bar{q}_z - 2(\bar{p} - V/v_{nF})] - (V \rightarrow -V) \}, \end{aligned} \quad (20)$$

где мы пренебрегли q_\perp^2 в δ -функции и учли, что

$$\frac{a^2 p_{nF}^2}{\hbar^2} \frac{M}{m} \int \frac{d\bar{\mathbf{q}}_\perp}{\pi} \left(\frac{2J_1(a p_{nF} \sqrt{M/m} \bar{q}_\perp / \hbar)}{a p_{nF} \sqrt{M/m} \bar{q}_\perp / \hbar} \right)^2 = 4. \quad (21)$$

Окончательно (20) можно привести к виду

$$\begin{aligned} J_d = 4J^{(0)} \sum_n \int_{V/v_{nF}}^\infty \frac{d\bar{p}}{p} K_0^2(2\bar{p} p_{nF} d/\hbar) \\ \times \{ f_n[p_{nF}(\bar{p} - V/v_{nF})] - f_n[p_{nF}(\bar{p} + V/v_{nF})] \}. \end{aligned} \quad (22)$$

При низких температурах $T \ll p_{nF} V$ из-за ограничений, налагаемых функциями Ферми, получим

$$J_d = 4J^{(0)} \sum_n \int_{1-V/v_{nF}}^{1+V/v_{nF}} \frac{d\bar{p}}{\bar{p}} K_0^2(2\bar{p} p_{nF} d/\hbar), \quad V/v_{nF} < 1/2, \quad (23)$$

$$J_d = 4J^{(0)} \sum_n \int_{1-V/v_{nF}}^{1+V/v_{nF}} \frac{d\bar{p}}{\bar{p}} K_0^2(2\bar{p} p_{nF} d/\hbar), \quad V/v_{nF} > 1/2. \quad (24)$$

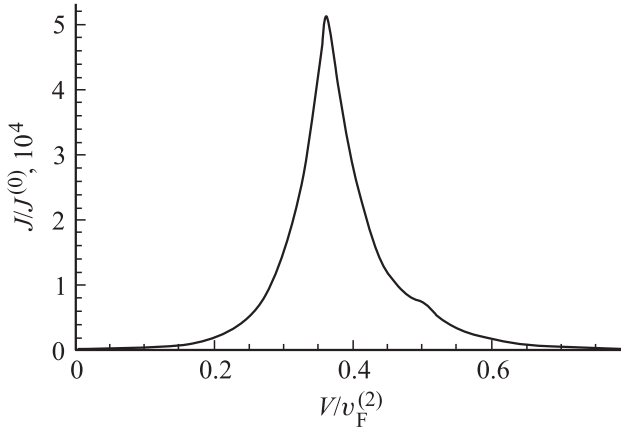


Рис. 2. Зависимость тока увлечения от скорости пучка. Предполагается, что $p_{1F}d/\hbar = 3$, $v_{2F}/v_{1F} = 1.4$ и $(m/M)^{1/2}\hbar/av_{2F} = 0.05$. Ярво выраженный первый пик соответствует скорости v_{1F} . Заметен и второй пик, соответствующий $v_{2F} \equiv v_F^{(2)}$. Ток увлечения $J \equiv J_d$ обезразмерен величиной (16) $J^{(0)}$.

Считая, что для функции $K_0(x)$ можно воспользоваться асимптотическим выражением (9), имеем для (23)

$$J_d = \frac{J^{(0)}}{2} \sum_n e^{-4p_{nF}d/\hbar} \frac{\text{sh}(4mVd/\hbar)}{(p_{nF}d/\hbar)^2(1 - V/v_{nF})^2}. \quad (25)$$

Эта функция с увеличением V резко возрастает и при $V = v_{nF}/2$ принимает значение

$$J_d = 2J^{(0)} \sum_n e^{-4p_{nF}d/\hbar} \frac{\text{sh}(2p_{nF}d/\hbar)}{(p_{nF}d/\hbar)^2} \simeq J^{(0)} \sum_n e^{-2p_{nF}d/\hbar} \frac{\hbar^2}{(p_{nF}d)^2}. \quad (26)$$

При дальнейшем увеличении скорости V в соответствии с (24) ток должен убывать экспоненциально по закону

$$J_d = J^{(0)} \sum_n \left(\frac{\hbar}{2mVd} \right)^2 \exp\left(-\frac{4mVd}{\hbar} \right). \quad (27)$$

Указанное означает, что на опыте можно наблюдать одну осцилляцию, соответствующую максимально-му значению n , т.е. самому верхнему каналу, и еще, возможно, „спутник“ со стороны бльших значений V , соответствующий предыдущему значению n (рис. 2).

Таким образом, в настоящей работе теоретически предсказано явление гигантских осцилляций тока увлечения электронов квантовой проволоки протекающим вблизи нее ионным потоком. При этом движение электронов и ионов считается баллистическим. Ток увлечения как функция скорости ионов V в потоке имеет острый максимум, когда скорость V оказывается равной половине скорости Ферми v_{nF} электронов в самой верхней активной минизоне n , т.е. такой минизоне, у которой дно $\varepsilon_n(0)$ лежит ниже уровня Ферми μ .

Список литературы

- [1] М.Б. Погребинский. ФТП **11**, 637 (1977).
- [2] P.J. Price. Physica B **117**, 750 (1983).
- [3] J.S. Moon, M.A. Blount, J. Simmons, J.R. Wendt, S.K. Lyo, J.L. Reno. Phys. Rev. B **60**, 11 530 (1999).
- [4] P. Debray, P. Vasilopoulos, O. Raichev, R. Perrin, M. Rahman, W.C. Mitchel. Physica E **6**, 694 (2000).
- [5] P. Debray, V. Zverev, O. Raichev, R. Klesse, P. Vasilopoulos, R.S. Newrock. J. Phys.: Condens. Matter **13**, 3389 (2001).
- [6] Y. Imry. Directions in condensed matter physics / Eds G. Grinstein, G. Mazenko. World Scientific, Singapore (1986). P. 101.
- [7] V.L. Gurevich, V.B. Pevzner, E.W. Fenton. J. Phys.: Condens. Matter **10**, 2551 (1998).
- [8] В.Л. Гуревич, М.И. Мурадов. Письма в ЖЭТФ **71**, 164 (2000).