Журнал технической физики, 2015, том 85, вып. 12

01

Расчёт рефлектометрических характеристик с учетом профильной неоднородности переходного слоя

© В.В. Шагаев

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Калужский филиал,
248000 Калуга, Россия
e-mail: shagaev_vv@rambler.ru

(Поступило в Редакцию 30 октября 2014 г.)

Рассмотрена задача о влиянии переходного слоя с малой фазовой толщиной на результаты рефлектометрических исследований. Методом теории возмущений получены выражения для коэффициентов отражения электромагнитных волн с p- и s-поляризацией. Выполнен анализ логарифмической производной от коэффициента отражения по углу для волны с p-поляризацией. Показано, что вблизи угла Брюстера производная имеет ярко выраженные особенности, связанные с электродинамическими параметрами переходного слоя. Представлены результаты расчетов для диффузионных слоев.

Введение

В настоящей работе предложен метод расчета коэффициента отражения электромагнитной волны от границы раздела двух сред с произвольным законом изменения диэлектрической проницаемости в тонком приграничном слое.

Если изменение диэлектрической проницаемости между двумя средами происходит скачком, то амплитуды отраженной и преломленной волн могут быть вычислены на основе формул Френеля. Исследованию поправок к формулам посвящено множество работ. Впервые такие поправки были выведены для модели „однородная подложка — однородный слой" (модель Друде). Особый интерес представляет отражение волны, поляризованной в плоскости падения (p-поляризация) и падающей на подложку под углом Брюстера. В этих условиях отражение возникает только при наличии переходного слоя и характеризуется малыми значениями коэффициента отражения. Современные экспериментальные методы позволяют измерить значения коэффициента порядка 10^{-2}–10^{-3} с точностью до 1%. Данное обстоятельство, в частности, используется для контроля тонкопленочных структур.

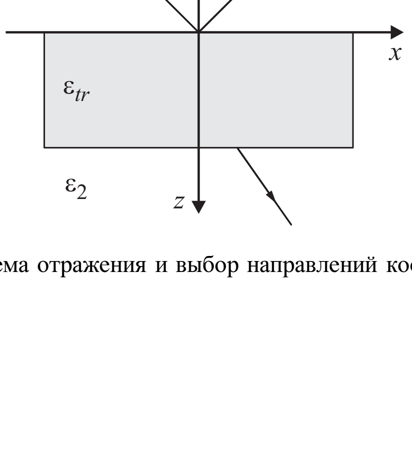

Рис. 1. Схема отражения и выбор направлений координатных осей.

Если переходной слой является однородным, то амплитудный коэффициент отражения может быть выражен через коэффициенты отражения от полубесконечных сред r_{1tr} и r_{tr2} (коэффициенты Френеля)

$$r = \frac{r_{1tr} + r_{tr2}\exp(-2i\psi)}{1 + r_{1tr}r_{tr2}\exp(-2i\psi)}. \quad (1)$$

Индексы „1", „2" и „tr" здесь и далее будут обозначать соответственно внешнюю среду, подложку и переходной слой, ψ — фазовая толщина переходного слоя. Для обсуждаемой p-поляризации параметры отражения можно рассчитать по формулам

$$r_{1tr} = \frac{p_1 - p_{tr}}{p_1 + p_{tr}}, \quad r_{tr2} = \frac{p_{tr} - p_2}{p_{tr} + p_2},$$

$$p_1 = \frac{\omega}{c}\cdot\frac{\cos\theta}{\sqrt{\varepsilon_1}}, \quad p_2 = \frac{\omega}{c}\cdot\frac{\sqrt{\varepsilon_2 - \varepsilon_1\sin^2\theta}}{\varepsilon_2},$$

$$p_{tr} = \frac{\omega}{c}\cdot\frac{\sqrt{\varepsilon_{tr} - \varepsilon_1\sin^2\theta}}{\varepsilon_{tr}},$$

$$\psi = p_{tr}\varepsilon_{tr}d,$$

где ω — круговая частота монохроматической плоской электромагнитной волны, c — скорость света в вакууме, θ — угол падения волны на границу раздела сред (рис. 1), ε_1, ε_2, ε_{tr} — комплексные диэлектрические проницаемости внешней среды, подложки и переходного слоя соответственно, d — толщина слоя.

В случае прозрачных сред и тонкого переходного слоя, когда ε_1, ε_2, ε_{tr} — действительные числа и $\psi^2 \ll 1$, формулу (1) можно разложить в степенной ряд по малому параметру ψ. Тогда в квадратичном приближении выражение для коэффициента отражения после всех подстановок и простых алгебраических преобразований примет вид

$$R_p = |r|^2 = \left(\frac{p_1 - p_2}{p_1 + p_2}\right)^2 + \frac{4\varepsilon_{tr}^2 d^2 p_1 p_2 (p_{tr}^2 - p_1^2)(p_{tr}^2 - p_2^2)}{(p_1 + p_2)^4}. \quad (2)$$

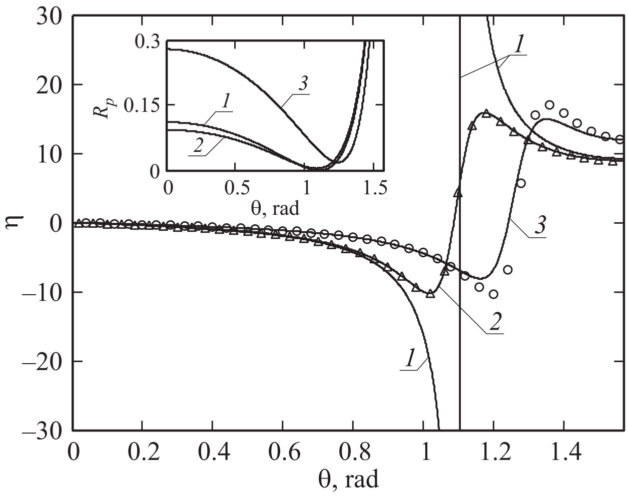

Рис. 2. Функции $\eta(\theta)$ (сплошные линии) и функции $R_p(\theta)$ (на вставке с соответствующими номерами). Расчет выполнен для однородного переходного слоя на основе точной формулы (*1*). Точки, обозначенные символами, рассчитаны на основе приближенного выражения (*2*). Значения диэлектрических постоянных: $\varepsilon_1 = 1$, $\varepsilon_2 = 4(1 - i\ \mathrm{tg}\,\delta)$ — для всех данных, $\varepsilon_{tr} = 2(1 - i\ \mathrm{tg}\,\delta)$ — график *2* и треугольники, $\varepsilon_{tr} = 8(1 - i\ \mathrm{tg}\,\delta)$ — график *3* и кружочки. При этом $\mathrm{tg}\,\delta = 0.01$ для кривых и $\mathrm{tg}\,\delta = 0$ для символов. Толщина переходного слоя: $d = 0$ — *1* (граница среды без переходного слоя), $d/\lambda = 0.05$ — *2, 3* и символы.

Равенство $p_1 = p_2$ соответствует отражению под углом Брюстера (θ_B), и из него следует известное соотношение $\mathrm{tg}\,\theta_B = \sqrt{\varepsilon_2/\varepsilon_1}$.

Анализ формулы (2) показывает, что существенную роль в отражении вблизи угла Брюстера играет второе слагаемое. Оно отлично от нуля, когда $d \neq 0$, и именно оно учитывает переходной слой. При этом зависимость $R_p(\theta)$ имеет минимум с маленьким значением. В работе [1] было предложено использовать характеристику отражения в виде логарифмической производной

$$\eta(\theta) = \frac{1}{R_p(\theta)} \frac{dR_p(\theta)}{d\theta}. \tag{3}$$

Функция $\eta(\theta)$ вблизи угла Брюстера в отличие от $R_p(\theta)$ имеет и минимум, и максимум. Кроме того, зависимость $\eta(\theta)$ может быть построена по значениям коэффициента отражения, выраженного в относительных единицах. Это обстоятельство, в частности, упрощает проведение соответствующих экспериментальных исследований, так как в измерениях можно не учитывать изменения интенсивности зондирующего излучения, а также отражений от входных и выходных окон элементов измерительной системы.

На рис. 2 приведены результаты расчетов, выполненных по формулам (1)–(3). Видно, что функция $\eta(\theta)$ обладает высокой чувствительностью к толщине и к диэлектрической проницаемости переходного слоя. При этом значения толщины могут быть существенно меньше, чем длина зондирующей электромагнитной волны. Численный анализ показал, что точная формула может быть заменена приближенной при выполнении двух неравенств — одно ограничивает значения тангенса угла диэлектрических потерь ($\mathrm{tg}\,\delta$), другое — фазовую толщину слоя. Неравенства имеют вид $\mathrm{tg}\,\delta \leq 0.01$ и $p_{tr}\varepsilon_{tr}d < 1$. В случае, когда внешняя среда является вакуумом ($\varepsilon_1 = 1$), последнее неравенство после подстановки максимального значения функции $p_{tr}(\theta)$ принимает вид $2\pi d\sqrt{\varepsilon_{tr}}/\lambda$ (где $\lambda = 2\pi c/\omega$ — длина зондирующей волны). Отмеченные аспекты модели Друде будут важны и при рассмотрении неоднородного слоя.

Что касается отражения от неоднородной среды, то точные аналитические решения удается получить лишь в отдельных случаях [2,3]. Для произвольного профиля диэлектрической проницаемости на первый план выходят численные методы. Один из широко используемых методов основан на разбиении неоднородной среды на тонкие однородные слои [4]. Число слоев зависит от профиля диэлектрической проницаемости, а коэффициент отражения рассчитывается по рекуррентной формуле, выраженной через коэффициенты Френеля.

В настоящей работе использован аналитический подход, основанный на уравнениях электродинамики и теории возмущений. При этом был выделен малый параметр, аналогичный фазовой толщине слоя в модели Друде, и во втором порядке теории возмущений получено выражение для коэффициента отражения.

Вывод расчетных соотношений

Рассмотрим распространение электромагнитной волны в неоднородной и непоглощающей среде, характеризуемой зависимостью диэлектрической проницаемости ε от координаты z. Причем при $z \to \pm\infty$ функция $\varepsilon(z)$ стремится к постоянным значениям $\varepsilon_1 = \varepsilon(-\infty)$ и $\varepsilon_2 = \varepsilon(+\infty)$. Магнитную проницаемость везде полагаем равной единице. Напряженность магнитного поля волны с p-поляризацией будем описывать выражением

$$H = \begin{bmatrix} 0 \\ h(z) \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \exp i(\omega t - kx),$$

где k_x — x-компонента волнового вектора и $k_x = (\omega\sqrt{\varepsilon_1}\sin\theta)/c$. Из уравнений Максвелла следует дифференциальное уравнение

$$\frac{1}{\varepsilon(z)} \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{\varepsilon(z)} \frac{\partial h(z)}{\partial z} \right] + p^2(z) h(z) = 0, \tag{4}$$

где

$$p^2(z) = \frac{1}{\varepsilon^2(z)} \left[\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(z) - k_x^2 \right]. \tag{5}$$

Решение уравнения (4) ищем в виде

$$h(z) = A(z)\exp[-i\varphi(z)] + B(z)\exp[i\varphi(z)], \tag{6}$$

где

$$\varphi(z) = \int\limits_0^z p(z')\varepsilon(z')dz'. \qquad (7)$$

На бесконечном удалении от переходного слоя значения $A(-\infty)$, $A(+\infty)$ и $B(-\infty)$ являются амплитудами падающей, прошедшей и отраженной волн соответственно.

Так как вместо одной искомой функции $h(z)$ были введены две — $A(z)$ и $B(z)$, то на них можно наложить дополнительное условие. Пусть этим условием будет уравнение

$$\frac{dA(z)}{dz}\exp[-i\varphi(z)] + \frac{dB(z)}{dz}\exp[i\varphi(z)] = 0. \qquad (8)$$

Введем в рассмотрение функцию

$$V(z) = \frac{B(z)}{A(z)}\exp[2i\varphi(z)].$$

Тогда коэффициент отражения волны связан с $V(z)$ равенством

$$R_p = |V(-\infty)|^2. \qquad (9)$$

Из уравнений (4), (6) и (8) следует уравнение

$$\frac{d[V\exp(-2i\varphi)]}{dz} = \frac{1}{2p}\frac{dp}{dz}(1-V^2)\exp(-2i\varphi) \qquad (10)$$

(зависимость функций от z для краткости записи не указана). Граничное условие для $V(z)$ может быть получено из физического ограничения, накладываемого на амплитуду отраженной волны: $B(+\infty) = 0$. Тогда

$$V(+\infty) = 0. \qquad (11)$$

Таким образом, коэффициент отражения от границы раздела сред с неоднородным переходным слоем может быть рассчитан из дифференциального уравнения (10) с граничным условием (11) и из формулы (9).

Уравнение (10) в общем случае не имеет аналитического решения. Однако могут быть использованы приближенные методы. Отметим следующую особенность уравнения. Его правая часть при $z \to \pm\infty$ стремится к нулю, так как $\varepsilon(z)$ стремится к постоянным значениям и, согласно (5), $dp(z)/dz \to 0$. Будем рассматривать такие профили $\varepsilon(z)$, которые характеризуются резким изменением от одного асимптотического значения $\varepsilon_1 = \varepsilon(-\infty)$ к другому $\varepsilon_2 = \varepsilon(+\infty)$ в некоторой конечной области. Обозначим размер этой области как d. Координату $z = 0$ для удобства расположим внутри области. Тогда производная $dp(z)/dz$ будет иметь наибольшие значения вблизи $z = 0$. В этом случае для расчета коэффициента отражения можно использовать приближенное решение уравнения (10), построенное внутри интервала $\Delta z \sim d$.

Пусть d настолько мало, что выполняется неравенство

$$d\max\{p(z)\varepsilon(z)\} \ll 1. \qquad (12)$$

Тогда для значений z, лежащих в интервале $\Delta z \sim d$, функция $\varphi(z)$ будет мала, и в уравнении (10) функцию $\exp(-2i\varphi)$ можно аппроксимировать степенным рядом, ограничившись несколькими первыми членами. Решение уравнения можно построить тоже в виде ряда, члены которого соответствуют учитываемым степеням $\varphi(z)$. Вместе с тем при больших значениях z интеграл в выражении (7) может привести к линейному росту зависимости $\varphi(z)$. При этом для профилей $\varepsilon(z)$, стремящихся к асимптотическим значениям не медленнее, чем экспоненциально, интегрирование правой части уравнения (10), представленной в виде ряда, приводит к конечным значениям каждого члена ряда даже в случае бесконечных пределов интегрирования. Такая особенность уравнения возникает благодаря производной dp/dz [5]. Это позволяет в окончательных выражениях заменить интегрирование по интервалу $\Delta z \sim d$ интегрированием по бесконечному интервалу. Поэтому в дальнейшем ограничимся рассмотрением профилей $\varepsilon(z)$, стремящихся к постоянным асимптотикам, по крайней мере экспоненциально.

Неравенство (12), по сути, выражает условие малости фазовой толщины переходного слоя. Аналогичное условие было рассмотрено выше при выводе приближенного выражения для коэффициента отражения в модели Друде. Очевидно, что выражение (2) должно быть частным случаем приближенного решения уравнения (10), полученного для однородного слоя во втором порядке теории возмущений.

Порядок используемого приближения будем обозначать нижним индексом и для удобства в поправках нечетного порядка введем множитель $i = \sqrt{-1}$ (чтобы избежать появления мнимых функций). Тогда во втором порядке теории возмущений имеем

$$V(z) = V_0(z) + iV_1(z) + V_2(z). \qquad (13)$$

В нулевом приближении полагаем $\exp[-2i\varphi(z)] \approx 1$ и уравнение (10) с граничным условием (11) приобретают вид

$$\frac{dV_0}{dz} = \frac{1}{2p}\frac{dp}{dz}\left(1 - V_0^2\right), \quad V_0(+\infty) = 0. \qquad (14)$$

Уравнение легко решается

$$V_0(z) = \frac{p(z) - p(+\infty)}{p(z) + p(+\infty)}. \qquad (15)$$

В первом приближении $\exp[-2i\varphi(z)] \approx 1 - 2i\varphi(z)$ и для поправки $V_1(z)$ получим уравнение

$$\frac{dV_1}{dz} = -\frac{1}{p}\frac{dp}{dz}V_0V_1 + 2p\varepsilon V_0, \quad V_1(+\infty) = 0. \qquad (16)$$

Решение можно найти методом вариации постоянных

$$V_1(z) = -2\left[1 - V_0^2(z)\right]\int\limits_z^{+\infty}\frac{V_0(z')p(z')\varepsilon(z')}{1 - V_0^2(z')}dz'. \qquad (17)$$

Во втором приближении $\exp[-2i\varphi(z)] \approx 1 - 2i\varphi(z) - 2\varphi^2(z)$ и соответствующая поправка определяется уравнением

$$\frac{dV_2}{dz} = \frac{1}{2p}\frac{dp}{dz}\left(V_1^2 - 2V_0V_2\right) - 2V_1 p\varepsilon, \;\; V_2(+\infty) = 0. \quad (18)$$

Решение также можно найти методом вариации постоянных (функции под знаками интегралов для простоты записи указаны без аргументов)

$$V_2(z) = 4\left[1 - V_0^2(z)\right] \times \left[2V_0(z)\int\limits_z^{+\infty}\frac{V_0 p\varepsilon I}{1 - V_0^2}\,dz' - \int\limits_z^{+\infty}\frac{1 + V_0^2}{1 - V_0^2}\,p\varepsilon I dz'\right], \quad (19)$$

где I обозначает функцию

$$I(z') = \int\limits_{z'}^{+\infty}\frac{V_0(z'')p(z'')\varepsilon(z'')}{1 - V_0^2(z'')}\,dz''.$$

В уравнении (18) была использована подстановка выражения (17). При этом квадрат $V_1^2(z)$ был преобразован с помощью математического равенства

$$\left[\int\limits_z^{+\infty} f(z')dz'\right]^2 = 2\int\limits_z^{+\infty} f(z')\left[\int\limits_{z'}^{+\infty} f(z'')dz''\right]dz', \quad (20)$$

где $f(z)$ — произвольная функция с граничным значением $f(+\infty) = 0$. Равенство легко доказывается. Обе его части являются решением одного и того же дифференциального уравнения первого порядка с одним и тем же граничным условием. Значит, по теореме единственности оба решения должны быть одной и той же функцией, но представленной в разных видах.

Целью расчета является коэффициент отражения $R_p = |V(-\infty)|^2$. В непоглощающей среде функции $\varepsilon(z)$, $V_0(z)$, $V_1(z)$, $V_2(z)$ имеют только действительные значения. Тогда, используя формулу (13) и ограничиваясь поправками второго порядка, получим

$$R_p = V_0^2(-\infty) + V_1^2(-\infty) + 2V_0(-\infty)V_2(-\infty). \quad (21)$$

Подстановки выражений (15), (17) и (19) и преобразование $V_1^2(-\infty)$ с помощью равенства (20) позволяют получить расчетную формулу

$$R_p = \left(\frac{p_1 - p_2}{p_1 + p_2}\right)^2 + \frac{8p_1p_2}{(p_1 + p_2)^4}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left[p^2(z) - p_1^2\right] \times \left\{\int\limits_z^{+\infty}\left[p^2(z') - p_2^2\right]\varepsilon(z')dz'\right\}\varepsilon(z)dz \quad (22)$$

где $p_1 = p(-\infty)$ и $p_2 = p(+\infty)$. Функция $p(z)$ связана с $\varepsilon(z)$ формулой (5).

Таким образом, соотношение (22) в аналитическом виде выражает коэффициент отражения электромагнитной волны с p-поляризацией. При этом профиль диэлектрической проницаемости задан зависимостью общего вида $\varepsilon(z)$ с двумя ограничениями. Одно предполагает отсутствие поглощения в среде, и поэтому $\varepsilon(z)$ может принимать только действительные значения. Другое — выражается неравенством (12).

Для полноты изложения кратко рассмотрим отражение волны с s-поляризацией. В этом случае удобным для расчета будет вектор напряженности электрического поля волны

$$E = \begin{bmatrix} 0 \\ e(z) \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \exp i(\omega t - k_x x).$$

Компонента $e(z)$ может быть найдена из электродинамического уравнения

$$\frac{d^2e(z)}{dz^2} + \kappa^2(z)e(z) = 0, \quad (23)$$

где

$$\kappa^2(z) = \frac{\omega^2}{c^2}\,\varepsilon(z) - k_x^2. \quad (24)$$

Приближенное решение уравнения (23) можно найти тем же методом, что и решение уравнения (4). Проще, однако, воспользоваться уже полученным результатом. Отметим, что уравнение (4) можно преобразовать в уравнение (23), если произвести замены $h(z) \to e(z)$, $\varepsilon(z)dz \to dz$, $p(z) \to \kappa(z)$. Тогда, выполнив такие же замены в соотношении (22), получим выражение для коэффициента отражения

$$R_s = \left(\frac{\kappa_1 - \kappa_2}{\kappa_1 + \kappa_2}\right)^2 + \frac{8\kappa_1\kappa_2}{(\kappa_1 + \kappa_2)^4}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left[\kappa^2(z) - \kappa_1^2\right] \times \left\{\int\limits_z^{+\infty}\left[\kappa^2(z') - \kappa_2^2\right]dz'\right\}dz, \quad (25)$$

где $\kappa_1 = \kappa(-\infty)$ и $\kappa_2 = \kappa_2 = \kappa(+\infty)$. Формулы (24), (25) решают задачу по расчету коэффициента отражения s-поляризованной волны.

Частные случаи

При нормальном падении волны на границу раздела формулы (22) и (25) должны совпадать. Убедимся в этом. Для этого используем подстановки $k_x = 0$, $p(z) = \omega/[c\sqrt{\varepsilon(z)}]$, $\kappa(z) = \omega\sqrt{\varepsilon(z)}/c$. В результате обе формулы сводятся к выражению

$$R_{\perp} = \left(\frac{\sqrt{\varepsilon_2} - \sqrt{\varepsilon_1}}{\sqrt{\varepsilon_1} + \sqrt{\varepsilon_2}}\right)^2 + \frac{8(\omega/c)^2\sqrt{\varepsilon_1}\sqrt{\varepsilon_2}}{(\sqrt{\varepsilon_1} + \sqrt{\varepsilon_2})^4} \times \int_{-\infty}^{+\infty} [\varepsilon(z) - \varepsilon_1]\left\{\int_z^{+\infty} [\varepsilon(z') - \varepsilon_2]dz'\right\}dz. \quad (26)$$

В другом частном случае, когда переходной слой однороден, расчет по формуле (22) должен привести к формуле (2). Для однородного слоя, расположенного в интервале $0 \le z \le d$, подынтегральные выражения в формуле (22) имеют следующие значения: $p^2(z) - p_1^2 = 0$ при $z < 0$, $p^2(z) - p_2^2 = 0$ при $z > d$, $p(z) = p_{tr}$ и $\varepsilon(z) = \varepsilon_{tr}$ при $0 \le z \le d$. Расчет интегралов приводит к выражению (2).

Интересен также случай отражения волны с p-поляризацией при падении под углом Брюстера, рассчитанным по асимптотическим значениям $\varepsilon(z)$, т.е. по формуле $\operatorname{tg}\theta_B = \sqrt{\varepsilon_2/\varepsilon_1}$. Тогда $V_0(-\infty) = 0$ и, согласно равенству (21), будет $R_p = V_1^2(-\infty)$. Расчет на основе выражения (17) с подстановками (15) и (5) и с последующим алгебраическим преобразованием приводит к следующей формуле:

$$R_B = \left\{\frac{\pi}{\lambda\sqrt{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon(z) - \frac{\varepsilon_1\varepsilon_2}{\varepsilon(z)}\right] dz\right\}^2, \quad (27)$$

где $\lambda = 2\pi c/\omega$ — длина зондирующей электромагнитной волны в вакууме. Отметим, что подынтегральная функция имеет нулевые асимптотические значения и существенно отлична от нуля только внутри переходного слоя. При этом коэффициент отражения будет связан с толщиной слоя квадратичной зависимостью.

Формулы (22) и (3) удобно использовать в качестве теоретической основы при анализе экспериментальных характеристик отражения от подложек с поверхностным слоем. При этом аппроксимирующие профили диэлектрической проницаемости можно задавать в виде аналитических зависимостей $\varepsilon(z)$.

При выводе выражения (22) было наложено ограничение на толщину слоя. Для однородного слоя это ограничение выражается неравенством, приведенным во Введении $2\pi d\sqrt{\varepsilon_{tr}}/\lambda < 1$. В общем случае аналогичное неравенство можно получить из неравенства (12): $2\pi d \max\{\sqrt{\varepsilon(z)}\}/\lambda < 1$. Из-за множителя $2\pi \max\{\sqrt{\varepsilon(z)}\}$ толщина d будет на один-два порядка меньше, чем длина волны λ. Если значение λ попадает в видимую часть спектра, то d попадает в диапазон 10–100 nm. Влияние слоя такой толщины на коэффициент отражения будет незначительным. Однако для зондирующей волны с p-поляризацией и при ее падении на подложку под углом Брюстера именно благодаря слою появляется отраженная волна. Кроме того, вблизи угла Брюстера малые значения коэффициента отражения можно преобразовать в большой интервал значений функции $\eta(\theta)$.

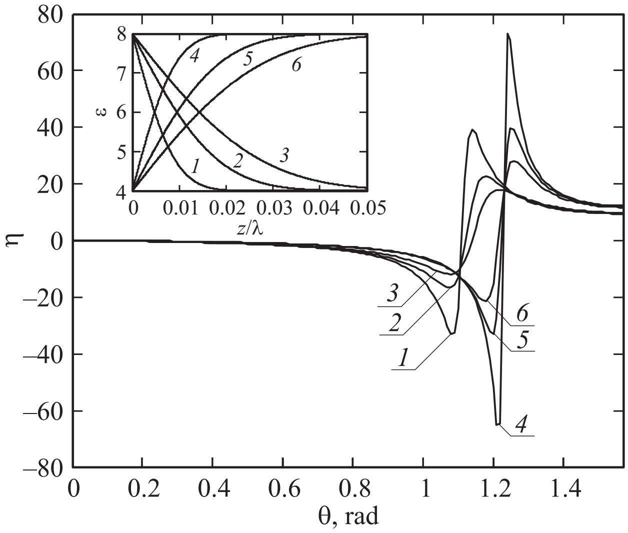

Рис. 3. Функции $\eta(\theta)$, рассчитанные для изображенных на вставке профилей диэлектрической проницаемости $\varepsilon(z)$ с соответствующими номерами. Функции $\varepsilon(z)$ описываются формулой (28). Параметры формулы: $\varepsilon_0 = 8$ и $\varepsilon_2 = 4$ — для кривых *1–3*, $\varepsilon_0 = 4$ и $\varepsilon_2 = 8$ — *4–6*, $d/\lambda = 0.01$ — *1* и *4*, $d/\lambda = 0.02$ — *2* и *5*, $d/\lambda = 0.03$ — *3* и *6*.

На рис. 3 приведены примеры зависимостей $\eta(\theta)$, рассчитанных для различных профилей $\varepsilon(z)$ с помощью выражения (22). Полагалось, что волна распространяется из вакуума ($\varepsilon(z) = 1$ при $z < 0$) в среду с диэлектрической проницаемостью, описываемой формулой ($z \ge 0$)

$$\varepsilon(z) = \varepsilon_0 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_0)\left[\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{z/d} \exp(-\xi^2)d\xi\right], \quad (28)$$

где ε_0 — диэлектрическая проницаемость на границе вакуума с переходным слоем ($z = 0$), ε_2 — диэлектрическая проницаемость при $z \to \infty$, d — параметр, определяющий толщину переходного слоя. Зависимости такого типа описывают, например, распределение примеси, введенной методом диффузии из постоянного источника. Графики на рис. 3 демонстрируют существенное влияние толщины переходного слоя и диэлектрических параметров среды на зависимость $\eta(\theta)$.

При выводе формулы (22) предполагалось, что функция $\varepsilon(z)$ принимает только действительные значения. Выражение (21) справедливо только в этом случае. Учет поглощения приводит к тому, что диэлектрическая проницаемость становится комплексной величиной. При этом $V_0(z)$, $V_1(z)$, $V_2(z)$ тоже становятся комплексными функциями, что существенно усложняет преобразования выражений, составленных из этих функций. Поэтому коэффициент отражения от поглощающей среды, занимающей полупространство $z \ge 0$, проще всего рассчитывать по исходной формуле (13) с подстановками

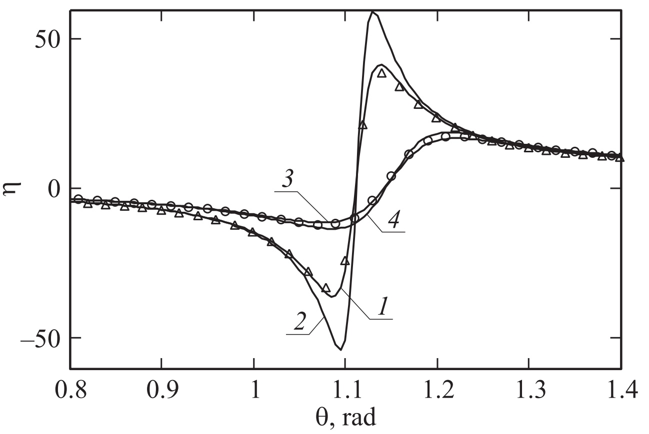

Рис. 4. Функции $\eta(\theta)$, рассчитанные с учетом поглощения и на основе формулы (29) (сплошные линии). Точки, обозначенные символами, рассчитаны без учета поглощения и на основе формулы (22). Профиль $\varepsilon(z)$ задан формулой (28) с $\varepsilon_0 = 8$ и $\varepsilon_2 = 4$. Поглощение учтено множителем $(1 - i\ \mathrm{tg}\,\delta)$ со значениями: $\mathrm{tg}\,\delta = 0.01$ — *1, 3* и $\mathrm{tg}\,\delta = 0.05$ — *2, 4*. Значения параметра d, нормированного на длину волны: $d/\lambda = 0.01$ — *1, 2* и треугольники, $d/\lambda = 0.03$ — *3, 4* и кружки.

выражений (14), (16), (18)

$$R_p = |V_0(0) + iV_1(0) + V_2(0)|^2. \qquad (29)$$

На рис. 4 приведены графики функций $\eta(\theta)$ для профилей вида (28), умноженных на $(1 - i\ \mathrm{tg}\,\delta)$. Введение такого множителя является способом учета поглощения. Для упрощения анализа координатная зависимость тангенса угла диэлектрических потерь не рассматривалась. Приведены также данные, полученные на основе выражения (22). Их сравнение с „поглощающими“ зависимостями показывает, что для значений $\mathrm{tg}\,\delta < 0.01$ имеется хорошее согласие между обоими типами расчетов. Аналогичный вывод был сделан и во Введении при рассмотрении модели однородного переходного слоя.

Заключение

Основным результатом настоящей работы является вывод выражений (22) и (25). Выражения обобщают формулы для коэффициентов отражения в модели Друде — модели с однородным переходным слоем. На основе выражений может быть рассчитана функция $\eta(\theta)$, представляющая интерес при определении физических параметров материалов с тонким поверхностным слоем. Учет пространственного распределения диэлектрической проницаемости в слое необходим для достоверной интерпретации результатов измерений, и предложенный подход позволяют осуществлять такой учет в форме аналитических выражений. Например, соотношение (27) в явном виде связывает коэффициент отражения p-поляризованной волны, падающей под углом Брюстера на подложку, с профилем диэлектрической проницаемости поверхностного слоя. Интегральный вид выведенных выражений позволяет анализировать влияние переходных слоев на отражение, не вводя ограничения на профильное распределение диэлектрической проницаемости. В частности, профиль может быть немонотонным или иметь скачкообразные изменения.

Формулы (22), (25) были выведены для прозрачных сред. Численный анализ показал, что формулы применимы и к слабо поглощающим средам с небольшим значением тангенса угла диэлектрических потерь. Поглощение, как правило, можно не учитывать, если $\mathrm{tg}\,\delta < 0.01$. При больших значениях тангенса предложенный подход к расчету коэффициента отражения по сути не меняется, усложняются лишь используемые выражения.

Список литературы

[1] *Зинченко С.П., Ковтун А.П., Толмачев Г.Н.* // ЖТФ. 2009. Т. 79. Вып. 11. С. 128–133.
[2] *Шварцбург А.Б.* // УФН. 2000. Т. 170. Вып. 12. С. 1297–1324.
[3] *Шварцбург А.Б., Агранат М.Б., Чефонов О.В.* // Квант. электрон. 2009. Т. 39. Вып. 10. С. 948–952.
[4] *Биленко Д.И., Полянская В.П., Гецьман М.А.* и др. // ЖТФ. 2005. Т. 75. Вып. 6. С. 69–73.
[5] *Бабиков В.В.* Метод фазовых функций в квантовой механике. М.: Наука, 1976. 286 с.