

# О роли отрицательных эффективных масс в формировании проводимости полупроводниковых сверхрешеток

© Ю.Ю. Романова<sup>+,\*†</sup>

<sup>+</sup> Институт физики микроструктур Российской академии наук, 603950 Нижний Новгород, Россия

<sup>\*</sup> Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, 603950 Нижний Новгород, Россия

(Получена 22 апреля 2015 г. Принята к печати 22 апреля 2015 г.)

Исследуются условия формирования статической и высокочастотной отрицательных проводимостей полупроводниковых сверхрешеток с различной долей области отрицательных эффективных масс в мини-зоне. Показано, что уменьшение доли отрицательной массы ведет к расширению областей отрицательной как дифференциальной, так и абсолютной проводимости сверхрешетки и появлению дополнительных областей неустойчивости гармонического поля. В результате развития статической неустойчивости в сверхрешетке, помещенной в разомкнутую по статическому току внешнюю цепь, возможна генерация как целочисленно, так и дробно квантованных статических полей.

## 1. Введение

Полупроводниковые сверхрешетки (СР) — это слоистые структуры с периодически меняющимся составом и(или) типом легирования. В них разрешенные и запрещенные зоны распадаются на совокупность относительно узких разрешенных и запрещенных мини-зон с отличным от параболического законом дисперсии электронов (дырок) [1]. Ускоряясь электрическим полем, носители заряда испытывают брэгговские отражения от границ мини-зон и совершают колебания, получившие названия блоховских. Кроме того, в части мини-зоны масса частицы меняет знак. Все это в совокупности приводит к проявлению сверхрешеткой нелинейных свойств уже в относительно слабых электрических полях ( $10^2 - 10^4$  В/см) и делает их привлекательными для решения задач СВЧ электроники. Важно отметить, что наличие в мини-зоне полупроводниковой сверхрешетки областей отрицательных эффективных масс (ОЭМ) существенно для формирования отрицательной проводимости только в СР с гармоническим законом дисперсии и в отсутствие рассеяния на оптических фононах. Ранее (см., например, [2]) нами было показано, что отрицательная дифференциальная проводимость может существовать и в СР с параболическим законом дисперсии, в которых область отрицательных эффективных масс вообще отсутствует. Не является наличие отрицательных масс необходимым и для эффектов самоиндуцированной и индуцированной прозрачности СР, т.е. одновременного или последовательного исчезновения гармоник тока в СР, помещенной в высокочастотное электрическое поле [3,4]. Более того, значительное число экспериментальных работ, в которых наблюдались такие интересные эффекты, как селективная прозрачность СР [5], абсолютная отрицательная проводимость [6], блоховские колебания [7–9], использует СР с негармоническим законом дисперсии, в мини-зонах которых область ОЭМ незначительна.

В настоящей работе мы исследуем статическую и высокочастотную проводимости на примере СР с разной долей отрицательных эффективных масс в нижней мини-зоне. Переход в следующую мини-зону может быть ограничен, например, за счет интенсивного испускания оптических фононов [2,10]. Для наглядности результаты проиллюстрированы на примере реальных СР GaAs/AlGaAs со сложной элементарной ячейкой. В разд. 2 приведены основные уравнения, описывающие взаимодействие статического и гармонического полей в СР с произвольным законом дисперсии. В разд. 3 рассмотрено изменение статической проводимости под действием переменного поля в СР с негармоническим законом дисперсии и влияние статического поля на высокочастотную проводимость. В Заключении приведены основные результаты работы.

## 2. Основные соотношения

В силу периодичности  $k$ -пространства продольную по отношению к оси СР энергию мини-зонного электрона  $\varepsilon_3(k_3)$  можно представить в виде ряда Фурье (т.е. в виде совокупности парциальных мини-зон с гармоническим законом дисперсии и с ширинами  $\Delta_n$ ):

$$\varepsilon_3(k_3) = 0.5 \sum_{n=1}^N \Delta_n [1 - \cos(nk_3d)], \quad (1)$$

$d$  — период СР,  $N$  — целое число. Ширина парциальной мини-зоны может быть как положительной, так и отрицательной. Полная ширина мини-зоны сверхрешетки определяется равенством  $\Delta = \sum_{n=1,3,\dots} \Delta_n$ . Обычно в теоретических работах рассматриваются СР в приближении сильной связи ( $N = 1$ ). Закон дисперсии в них имеет точку перегиба в середине мини-зоны Бриллюэна ( $k_i = \pi/2d$ ), и в половине мини-зоны эффективная масса электронов отрицательна. В приближении свободных электронов (параболический закон дисперсии)

<sup>†</sup> E-mail: jul@ipm.sci-nnov.ru

$\Delta_n = (-1)^{n+1} \Delta_1 n^{-2}$ ,  $\Delta = (\pi^2/8) \Delta_1$ . Такой закон дисперсии может быть получен в СР со сложной элементарной ячейкой, содержащей две (и более) квантовые ямы и (или) барьеры близкой ширины [10–13].

Заметим, что движение электрона по парциальным мини-зонам взаимосвязано, так как в каждой из них электрон имеет один и тот же квазиволновой вектор  $k$  и мини-зона Бриллюэна у них единая. Единая и функция распределения по квазиимпульсу  $\hbar k$ . В отличие от энергий и скоростей квазиимпульсы парциальных мини-зон не суммируются. Суммируемые  $\nu$ -е парциальные ток и энергия определяются лишь  $\nu$ -й фурье-гармоникой функции распределения электронов. Для динамики электрона в представлении расширенной мини-зоны  $\nu$ -я парциальная мини-зона в СР с периодом  $d$  формально соответствует синусоидальной мини-зоне в СР с периодом  $\nu d$  (и мини-зоне Бриллюэна, которая в  $\nu$  раз уже основной).

Наиболее характерной является ситуация, когда поле в СР можно представить как совокупность бигармонического и статического электрических полей:

$$E(t) = E_0 + E_1 \cos(\omega_1 t + \delta_1) + E_2 \cos(\omega_2 t + \delta_2). \quad (2)$$

Следуя работе [4], при вычислении тока будем исходить из уравнения Больцмана в приближении постоянного времени релаксации функции распределения электронов ( $\tau$ ):

$$\frac{\partial f(\mathbf{k}, t)}{\partial t} + \frac{e\mathbf{E}(t)}{\hbar} \frac{\partial f(\mathbf{k}, t)}{\partial \mathbf{k}} = -\frac{f(\mathbf{k}, t) - f_0(\mathbf{k})}{\tau}, \quad (3)$$

где  $f(\mathbf{k}, t)$ ,  $f_0(\mathbf{k})$  — возмущенная полем и равновесная функции распределения электронов соответственно,  $t_0$  — момент включения электрического поля или создания электронов в зоне проводимости, например, фемтосекундным лазером.

Используя периодичность в  $\mathbf{k}$ -пространстве, функцию распределения электронов представим в виде ряда Фурье:

$$f(\mathbf{k}, t) = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} F_{\nu}(k_{\perp}) \exp(i\nu k_3 d) \Phi_{\nu}(t), \quad (4)$$

где

$$F_{\nu}(k_{\perp}) = \frac{d}{2\pi} \int_{-\pi/d}^{\pi/d} f_0(k) \exp(-i\nu k_3 d) dk_3. \quad (5)$$

Тогда многокомпонентная функция распределения  $\Phi_{\nu}(t)$  удовлетворяет уравнению

$$\begin{aligned} \tau \frac{d\Phi_{\nu}(t)}{dt} + [1 + i\nu\tau\Omega(t)]\Phi_{\nu}(t) &= 1, \\ \Omega(t) &= \frac{e d E(t)}{\hbar}, \quad \Phi_{\nu}(t) = \Phi_{\nu}^*(t) \end{aligned} \quad (6)$$

с начальными условиями  $\Phi_{\nu}(t_0) = 1$ . Легко видеть, что стационарный внутриминизонный ток  $j(t)$  выражается

как сумма парциальных минизонных токов  $j_{\nu}$ :

$$j(t) = \sum_{\nu=1}^N j_{\nu}(t), \quad j_{\nu}(t) = -j_{0\nu} \text{Im} \Phi_{\nu}(t), \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} \Phi_{\nu}(t) &= \sum_{\lambda_{1,2}=-\infty}^{\infty} \sum_{\mu_{1,2}=-\infty}^{\infty} \frac{\prod_{\alpha=1}^2 J_{\mu_{\alpha}}(\nu g_{\alpha}) J_{\mu_{\alpha}+\lambda_{\alpha}}(\nu g_{\alpha})}{1 + i \left( \nu \Omega_c + \sum_{\alpha=1}^2 \mu_{\alpha} \omega_{\alpha} \right) \tau} \\ &\times \exp \left[ -i \sum_{\alpha=1}^2 \lambda_{\alpha} (\omega_{\alpha} t - \delta_{\alpha}) \right], \end{aligned} \quad (8)$$

$$g_{\alpha} = \Omega_{\alpha} / \omega_{\alpha}, \quad \Omega_{\alpha} = e E_{\alpha} d / \hbar,$$

$$j_{0\nu} = \frac{\nu \Delta_{\nu} e d}{\hbar} \int f_0(k) \cos(\nu k_3 d) \frac{d^3 k}{(2\pi)^3}.$$

Если частоты компонент поля (2) несоизмеримы, т.е.  $\mu_{\alpha} \omega_{\alpha} \neq \mu_{\beta} \omega_{\beta}$  ( $\mu_{\alpha, \beta}$  — небольшие целые числа), то согласно (7), (8) статический ток равен

$$\begin{aligned} j_c^{(\nu)}(\Omega_c, \Omega_1, \Omega_2, \omega_1, \omega_2) \\ = \sum_{\nu} j_{0\nu} \sum_{\mu_{1,2}=-\infty}^{\infty} \frac{\nu \Omega_c + \sum_{\alpha=1}^2 \mu_{\alpha} \omega_{\alpha}}{1 + \left( \nu \Omega_c + \sum_{\alpha=1}^2 \mu_{\alpha} \omega_{\alpha} \right)^2 \tau^2} \prod_{\alpha=1}^2 J_{\mu_{\alpha}}^2(\nu g_{\alpha}), \end{aligned} \quad (9)$$

токи на частотах  $\omega_{\alpha}$ ,  $\alpha = 1, 2$ ,

$$\begin{aligned} j_{\omega_{\alpha}}(t) &= \text{Re} \sum_{\nu=1}^N \sigma^{(\nu)}(\omega_{\alpha}; \Omega_c, \Omega_1, \Omega_2, \omega_1, \omega_2) E_{\alpha} \\ &\times \exp[-i(\omega_{\alpha} t - \delta_{\alpha})] \end{aligned} \quad (10)$$

полностью определяются несинхронными (не зависящими от фазовых соотношений полей) нелинейными парциальными проводимостями:

$$\begin{aligned} \sigma^{(\nu)}(\omega_{\alpha}; \Omega_c, \Omega_1, \Omega_2, \omega_1) &= \sum_{\nu} \frac{\sigma_{0\nu}}{(\nu \Omega_{\alpha})^2} \\ &\times \sum_{\mu_{1,2}=-\infty}^{\infty} \left\{ \left[ 2\mu_{\alpha} \omega_{\alpha} \left( \nu \Omega_c + \sum_{\beta=1}^2 \mu_{\beta} \omega_{\beta} \right) - i \frac{\Omega_{\alpha}}{\tau} \frac{d}{dg_{\alpha}} \right] \right. \\ &\times \left. \frac{J_{\mu_1}^2(\nu g_1) J_{\mu_2}^2(\nu g_2)}{1 + \left( \nu \Omega_c + \sum_{\beta=1}^2 \mu_{\beta} \omega_{\beta} \right)^2 \tau^2} \right\}, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $\sigma_{0\nu} = (e \nu d \tau / \hbar) j_{0\nu}$  — парциальная линейная статическая проводимость СР. Если второе гармоническое поле слабое, то действительная часть проводимости на

частоте поля  $E_1$ , определяющая его потери, примет вид

$$\begin{aligned} & \operatorname{Re}\sigma^{(\nu)}(\omega_\alpha; \Omega_c, \Omega_1, \Omega_2, \omega_1) \\ &= \frac{\sigma_{0\nu}}{\nu\Omega_\alpha} \sum_\nu \sum_{\mu_{1,2}=-\infty}^\infty \prod_{\beta=1}^2 J_{\mu_\beta}(\nu g_\beta) J_{\mu_{\beta+1}}(\nu g_\beta) \\ & \times \sum_{\mu_{1,2}=-\infty}^\infty \left\{ \frac{\nu\Omega_c + \sum_{\beta=1}^2 \mu_\beta \omega_\beta}{1 + \left(\nu\Omega_c + \sum_{\beta=1}^2 \mu_\beta \omega_\beta\right)^2 \tau^2} \right. \\ & \left. - (-1)^n \frac{\nu\Omega_c - \sum_{\beta=1}^2 \mu_\beta \omega_\beta}{1 + \left(\nu\Omega_c + \sum_{\beta=1}^2 \mu_\beta \omega_\beta\right)^2 \tau^2} \right\}. \quad (12) \end{aligned}$$

Из (7)–(12) видно, что  $\nu$ -я компонента тока представляет собой ток в первой мини-зоне, „сжатый“ по оси электрического поля в  $\nu$  раз. При этом в токе не появляется новых гармоник, но максимумы амплитуд гармоник тока смещаются к меньшим полям. Слагаемые с  $\nu > 1$  проявляются в относительно слабых полях и (или) высоких частотах ( $g_{1,c} < 1$ ) и в резонансных областях, определяемых нулями знаменателей. В связи с этим становится важно определить величину нормировочных множителей  $j_{0\nu}$  для каждой мини-зоны. Они зависят от параметров сверхрешетки и ее температуры.

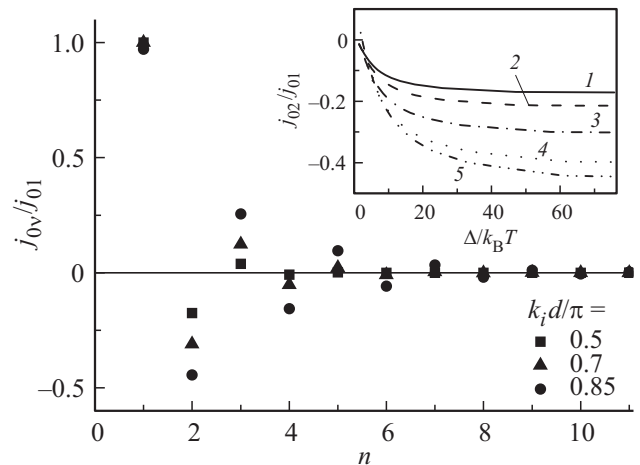
В качестве равновесного распределения рассмотрим распределение Максвелла–Больцмана. Тогда  $j_{0\nu} = \delta_{1,\nu} (e n d \hbar) I_\nu(\Delta/2T)/I_0(\Delta/2T)$  в СР с гармоническим законом дисперсии и  $j_{0\nu} = (-1)^{\nu+1} (2\hbar n e / m d \nu) \times \exp[-\pi^2 \nu^2 k T / 4\Delta]$  в СР с параболическим законом дисперсии, если  $k_B T \ll 4\Delta$ ,  $\Delta = \pi^2 \hbar^2 / 2m_3 d^2$ . Для более общего случая  $j_{0\nu}/j_{01} = \nu[\Delta_\nu \varphi_\nu(\Delta, T)/\Delta_1 \varphi_1(\Delta, T)]$ , где

$$\varphi_\nu = d/2\pi \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \exp\left[-\frac{\varepsilon_3(k_3) - \varepsilon_3(0)}{k_B T}\right] \cos(\nu k_3 d) / dk_3, \quad (13)$$

$T$  — температура,  $k_B$  — постоянная Больцмана. На рис. 1 показана зависимость нормировочных множителей  $j_{0\nu}$  от номера парциальной мини-зоны для СР с различной долей ОЭМ, параметры которых приведены

Параметры сверхрешеток, использовавшиеся при расчетах

СР	Размеры слоев $d_1-d_2-d_3-d_4, d_{ml}$	$\beta = k_i d / \pi$	$N$	$\Delta, \text{мэВ}$
СР-1	6–8–11–7	0.6	3	23
СР-2	7–8–11–7	0.65	3	24
СР-3	8–8–11–7	0.7	4	25
СР-4	9–8–11–7	0.73	5	30
СР-5	10–8–11–7	0.78	6–7	31
СР-6	11–8–11–7	0.88	$\geq 9$	32



**Рис. 1.** Зависимость нормировочных множителей  $j_{0\nu}$  от номера  $n$  парциальной мини-зоны в модельной СР с разной долей ОЭМ в мини-зоне. На вставке — зависимость  $j_{02}$  от параметра  $\Delta/k_B T$ : 1 — СР-1, 2 — СР-3, 3 — СР-4, 4 — СР-6, 5 — СР с параболическим законом дисперсии.

в таблице и описаны в разд. 3.1. На вставке приведена зависимость  $j_{02}$  от соотношения между температурой и шириной мини-зоны. Амплитуда парциального тока быстро убывает с ростом номера гармоники и температуры начиная от  $\Delta/k_B T > 25$ . Для рассматриваемых СР с  $d \sim 100 \text{ \AA}$ ,  $\Delta \sim 30 \text{ мэВ}$  это соответствует температуре  $T \leq 15 \text{ К}$ .

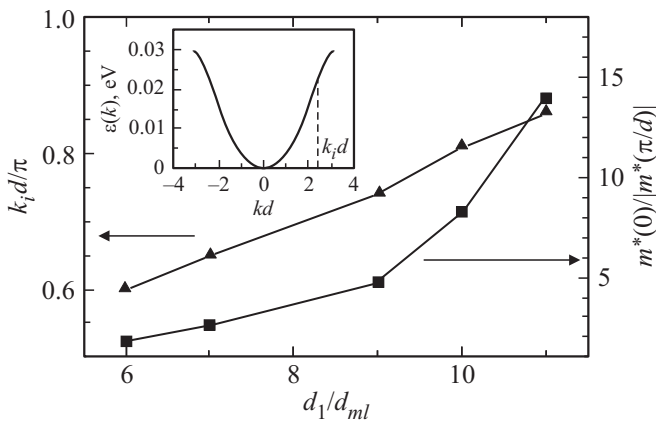
Таким образом, отклонение закона дисперсии от гармонического играет максимальную роль в слабых электрических полях, в структурах с широкими мини-зонами и (или) при низких температурах (параметр  $\Delta \gg k_B T$ ). Максимальная амплитуда второй гармоники равна 0.5 и достигается в СР с параболическим законом дисперсии.

### 3. Влияние наличия и размеров области отрицательной эффективной массы на разные типы проводимости

Исследуем особенности взаимодействия переменного и статического полей со СР, содержащими различную долю отрицательной эффективной массы в законе дисперсии.

#### 3.1. Моделируемые объекты

Для иллюстрации влияния изменения размеров области ОЭМ на токовые характеристики СР мы рассмотрим описанную нами ранее СР  $\text{GaAs}/\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  со сложной элементарной ячейкой [13] (см. таблицу), в которой будем менять размеры одной из ям ( $d_1$ ), сдвигая тем самым границу области ОЭМ (параметр  $\beta = k_i d / \pi$ , где  $k_i$  — точка перегиба в законе дисперсии). Параметры СР:  $(6-11d_{ml})\text{GaAs}-(8d_{ml})\text{Al}_{0.35}\text{Ga}_{0.65}\text{As}-(11d_{ml})\text{GaAs}-$



**Рис. 2.** Зависимость положения точки перегиба  $k_i d$  в законе дисперсии  $\epsilon(k)$  СР со сложной элементарной ячейкой (см. вставку) и отношения эффективных масс в экстремумах мини-зон от ширины первой ямы ( $d_1$ ).

$(8d_{mt})\text{Al}_{0.35}\text{Ga}_{0.65}\text{As}$ , толщина монослоя  $d_{mt} = 2.825 \text{ \AA}$ . Сверхрешетки отличаются друг от друга долей области отрицательной эффективной массы в мини-зоне Бриллюэна, она уменьшается с ростом номера СР (см. таблицу, рис. 2) от 40 до 15%. Количество парциальных мини-зон, существенных в законе дисперсии, при этом увеличивается от 3 (СР-1:  $d_1 = 6d_{mt}$ ) до 11 (СР-6:  $d_1 = 11d_{mt}$ ). Заметим, что негармонический закон дисперсии может быть реализован и в СР с простой элементарной ячейкой, и именно в таких СР экспериментально наблюдались абсолютная отрицательная проводимость (АОП) [5,6] и блоховские колебания [7,8,14].

### 3.2. Статическая вольт-амперная характеристика и абсолютная отрицательная проводимость в сверхрешетке

Как известно [1], в чисто статическом поле СР имеет вольт-амперную характеристику (ВАХ)  $N$ -типа, что связано с брэгговскими отражениями электронов от границ мини-зон. В СР с гармоническим законом дисперсии и в  $\tau$ -приближении ток определяется известным выражением

$$j(E) = \sigma_0 \frac{E}{1 + (E/E^*)^2}, \quad (14)$$

где  $E^* = edE/\hbar$  — критическое напряжение, при котором достигается максимум тока,  $\sigma_0$  — линейная статическая проводимость СР. В предельном случае сверхрешетки с параболическим законом дисперсии зависимость тока от напряжения меняется [2]:

$$j(E) = \sigma_0 \left( \frac{2}{\pi} \right)^2 \left[ E - \frac{\pi E^*}{\text{sh}(E/E^*)} \right]. \quad (15)$$

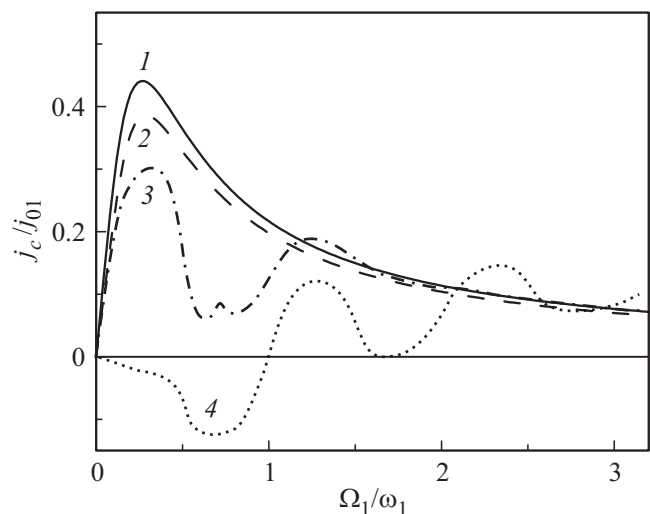
Критическое напряжение, соответствующее максимуму тока, оказывается несколько больше:  $\tilde{E}^* = 1.174E^*$ .

В полях, превышающих критическое, дифференциальная проводимость СР становится отрицательной.

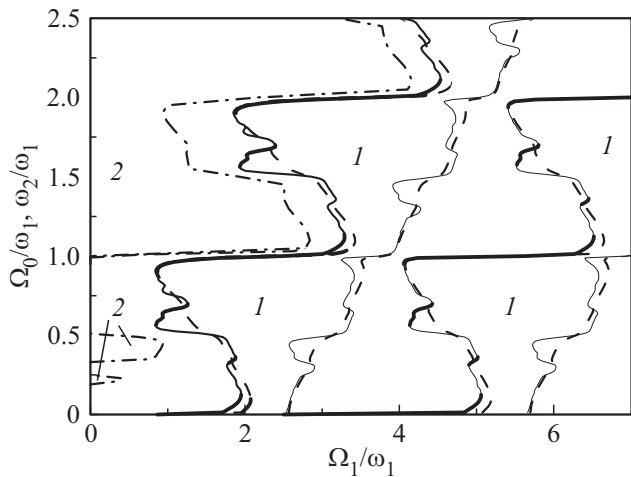
Чтобы исследовать изменения взаимодействия между статическим и гармоническим полями, рассмотрим СР в поле (2) при  $E_2 = 0$ . Переменное поле модулирует статическую проводимость СР, сдвигая область отрицательной дифференциальной проводимости (ОДП) (рис. 3) и приводя к появлению новых областей ОДП. Это явление известно и для объемных полупроводников, обладающих статической ВАХ  $N$ -типа. Направление сдвига зависит как от частоты поля (параметр  $\omega\tau$ ) [15,16], так и от схемы включения структуры во внешнюю цепь [17]. В полях, амплитуды которых сравнимы с критическим полем  $E^*$  ( $E^* = \hbar/ed\tau$  для СР с гармоническим и  $E^* \approx 1.174\hbar/ed\tau$  для СР с параболическим законами дисперсии [2]), не только дифференциальная, но и полная статическая проводимость становится отрицательной. Это явление получило название абсолютной отрицательной проводимости и наблюдалось как в объемных полупроводниках [18,19], так и в сверхрешетках [20].

На рис. 4 на плоскости амплитуд гармонического и статического полей показаны области АОП ( $I$ ) для СР с гармоническим законом дисперсии (штриховые кривые) и квазипараболическим законом дисперсии (СР-6 — сплошные кривые). Граничные кривые областей (2) соответствуют бестоковым состояниям ( $j_c = 0$ ), в том числе: тонкие кривые — неустойчивым, а толстые кривые — устойчивым состояниям СР. На последних нелинейные высокочастотная и статическая дифференциальная проводимости положительны.

Так как состояния АОП неустойчивы, энергия переменного поля будет передаваться статическому полю, усиливая его. Поэтому в разомкнутой по постоянному



**Рис. 3.** Вольт-амперные характеристики СР в присутствии переменного поля. 1 — СР с гармоническим законом дисперсии, (2–5) — с квазипараболическим ( $\beta = 0.88$ ).  $g_1$ : (1, 2) — 0, 3 — 1, 4 — 2.5.  $\omega_1\tau = 4$ .



**Рис. 4.** Границы области неустойчивости статического поля  $E_c$  (1) и гармонического поля  $E_1$  (2) при  $E_2 = 0$  и для второй компоненты бигармонического поля  $E_2$  при  $E_c = 0$  (1). Сплошная линия — СР-6 (квазипараболический закон дисперсии), штриховая линия — СР-1 (гармонический закон дисперсии). Участки кривых, показанные толстой линией, соответствуют устойчивым, тонкой — неустойчивым состояниям. Штрихпунктирная линия —  $\text{Re}\sigma(\omega_1) = 0$ .  $\omega_1\tau = 10$ .  $T = 10$  К.

току цепи будет возникать статическое напряжение, целочисленно квантованное относительно частоты переменного поля [21] с точностью до  $(\omega\tau)^{-1}$ . Эти состояния соответствуют участкам кривых  $j_c = 0$ , показанным толстой линией.

Как видно из рис. 4, в СР с малой долей ОЭМ области АОП заметно расширяются и появляются дополнительные участки устойчивых по статическому току состояний с дробно квантованным статическим полем  $\nu\Omega_0 \approx \sum_{\alpha=1}^2 \mu_\alpha \omega_\alpha \pm \tau^{-1}$ . В СР с гармоническим законом дисперсии дробное квантование статического поля возможно только при сильном легировании СР, когда электрическое поле внутри СР становится многочастотным [21].

Заметим, что, как и для СР с гармоническим законом дисперсии, области АОП совпадают с областями неустойчивости слабого переменного поля (2 на рис. 4), с частотой, не кратной частоте сильного поля.

Таким образом, уменьшение доли отрицательной массы в законе дисперсии не только не препятствует возникновению абсолютной и дифференциальной статической отрицательных проводимостей, но и расширяет эти области, приводя к дробному квантованию статического поля.

### 3.3. Области неустойчивости гармонического поля

Взаимодействие гармонического и статического полей с произвольными амплитудами описывается проводимостями (8)–(12). Поглощаемая энергия в поле

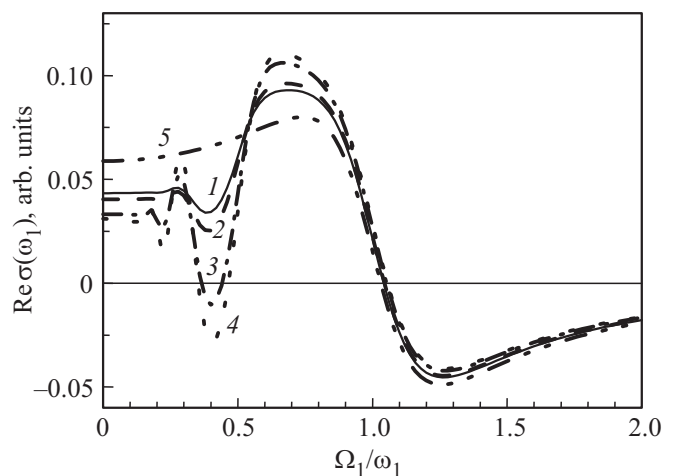
$E_c + E_1 \cos(\omega_1 t)$  равна

$$\overline{jE} = \sigma_c E_c^2 + \frac{1}{2} \text{Re}\sigma(\omega_1; \Omega_c, \Omega_1, \omega_1) E_1^2. \quad (16)$$

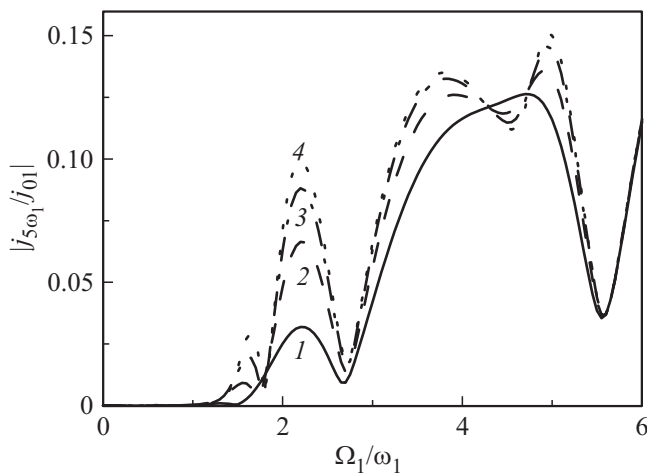
Первое слагаемое в (13) описывает потери статического поля и рассмотрено в предыдущем параграфе, второе — потери гармонического. При  $\text{Re}\sigma(\omega_1; \Omega_c, \Omega_1, \omega_1) < 0$  возможно усиление гармонического поля. Границы этих областей для СР-6 показаны штрихпунктирной кривой на рис. 4. Наблюдается появление дополнительных областей неустойчивости гармонического поля при  $\Omega_c < 1$ , отсутствовавших в СР с гармоническим законом дисперсии. Они соответствуют резонансам в  $\nu$ -х парциальных мини-зонах:  $\nu\Omega_c \approx \lambda_0 \omega_1 \pm \tau^{-1}$  ( $\lambda_0 = 1, 2, \dots$ ;  $\omega\tau \gg 1$ ). Согласно (9)–(13), в этих областях между статическим и гармоническим полями идет малодиссипативный знакопеременный энергообмен, описываемый соотношением

$$j_c E_c = -\frac{1}{2} \text{Re}\sigma(\omega_1; \Omega_c, \Omega_1, \omega_1) E_1^2 + O\left(\frac{1}{\omega_1\tau}\right) \approx \mu\hbar\omega_1 \frac{j_{0\nu}}{ed} J_\lambda^2(\nu g_1) \frac{(\nu\Omega_c - \lambda_0\omega_1)\tau}{1 + (\nu\Omega_c - \lambda_0\omega_1)^2\tau^2}. \quad (17)$$

Соотношение (16) показывает, что в указанных резонансных областях при переходе между соседними ямами в СР электрон либо набирает энергию  $\nu\hbar\Omega_c$ , двигаясь против статического поля, и с вероятностью  $J_\lambda^2(g_1)$  излучает  $\lambda$  квантов гармонического поля  $E_1$  ( $\nu\Omega_c > \lambda_0\omega_1$ ) либо поглощает их и сдвигается на  $\nu$  периодов СР в направлении статического поля, преодолевая потенциальный барьер высотой  $\nu\hbar\Omega_c$  ( $\nu\Omega_c < \lambda_0\omega_1$ ). При таких переходах решетке передается лишь относительно небольшой ( $\sim \hbar\tau^{-1}$ ) избыток энергии, поэтому  $j_c E_c \gg \overline{jE}$ . В этих полях в  $\nu$ -й мини-зоне возникает относительно



**Рис. 5.** Реальная часть проводимости на частоте  $\omega_1$  для СР с разной долей области ОЭМ. Обозначения кривых 1–4 соответствуют рис. 1, 5 — гармонический закон дисперсии.



**Рис. 6.** Зависимости амплитуды пятой гармоники тока  $j_{5\omega_1}$  от амплитуды высокочастотного поля для СР с разной долей области ОЭМ.  $k_1 d/\pi$ : 1 — СР-1, 2 — СР-3, 3 — СР-5, 4 — СР-6.  $\omega_1 \tau = 10$ .

большой ток

$$j_v \sim \frac{i j_{0v} J_{-\lambda^0}(v g_1)}{1 + i(v \Omega_c - \lambda^0 \omega_1) \tau} \times \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} J_{\mu-\lambda^0}(v g_\alpha) \exp[-i \lambda_0(\omega_1 t - \delta_1)] \sim j_{0v}. \quad (18)$$

Из рис. 5 видно, как изменяется реальная часть высокочастотной проводимости под действием статического поля в СР с разной долей ОЭМ. Если в сильных полях ( $g_c > 1$ ) закон дисперсии слабо влияет на проводимость переменного поля, то в меньших полях появляются дополнительные области неустойчивости, отсутствовавшие в СР с гармоническим законом дисперсии (кривая 5 на рис. 5).

Усиление немонотонности проводимостей делает СР с негармоническим законом дисперсии более привлекательными и для использования их в качестве умножителей. В качестве иллюстрации на рис. 6 показаны зависимости амплитуд токов на пятой гармонике от безразмерной амплитуды поля  $E_1$ . Заметно уменьшение порогового напряжения для генерации гармоник тока высокого порядка и увеличение их амплитуд в слабодиссипативных СР с малой долей ОЭМ в законе дисперсии.

#### 4. Заключение

Исследованы статическая и высокочастотная проводимости СР с различной долей области отрицательной эффективной массы в мини-зоне.

Показано, что:

— отклонение закона дисперсии электрона от гармонического и соответствующее этому уменьшение доли ОЭМ в мини-зоне Бриллюэна наиболее сильно влияет

на электронную проводимость СР с относительно широкими мини-зонами и (или) при низких температурах (отношение  $\Delta/k_B T \gg 1$ );

— с уменьшением доли области отрицательных масс в мини-зоне статическая ОДП сдвигается к большим полям и появляются новые области ОДП, области абсолютной отрицательной проводимости расширяются и абсолютная величина АОП возрастает, понижается пороговое напряжение генерации гармоник тока высокочастотным переменным полем;

— АОП является причиной спонтанной генерации значительных статических полей в СР под воздействием интенсивного высокочастотного гармонического поля ( $\omega \tau \gg 1$ ), которые в СР с малой долей ОЭМ (негармоническим законом дисперсии) могут быть как целочисленно, так и дробно квантованы относительно частоты переменного поля.

Работа выполнена при финансовой поддержке РАН, РФФИ (грант № 13-02-00734).

#### Список литературы

- [1] L. Esaki, R. Tsu. IBM J. Res. Dev., **14**, 61 (1970).
- [2] Ю.А. Романов. ФТТ, **45**, 529 (2003).
- [3] Ю.А. Романов, Ю.Ю. Романова. ФТТ, **43** (3), 520 (2001) [Phys. Solid State, **43** (3), 539 (2001)].
- [4] Yu.A. Romanov, J.Yu. Romanova, L.G. Mourokh. Phys. Rev. B, **79**, 245 320 (2009).
- [5] M.C. Wanke, A.G. Markelz, K. Unterrainer, S.J. Allen, R. Bhatt. *Physic of Semiconductors*, ed. by N. Scheffter, R. Zimmerman (World Scientific, Singapore, 1996), p. 1791M.
- [6] M.C. Wanke, J.S. Scott, S.J. Allen, K.D. Maranowski, A.C. Gossard. *Proc. SPIE Conf. on Terahertz Spectroscopy and Applications* (San Jose, California, 1999) v. 3617, p. 148.
- [7] J. Feldmann, K. Leo, J. Shah, D.A.B. Miller, J.E. Cunningham, T. Meier, G. von Plessen, A. Schulze, P. Thomas, S. Schmitt-Rink. Phys. Rev. B, **46**, 7252 (1992).
- [8] Y. Shimada, K. Hirakawa, M. Odnobliudov, K.A. Chao. Phys. Rev. Lett., **90**, 046 806 (2003).
- [9] K. Jin, M. Odnoblyudov, Y. Shimada, K. Hirakawa, K.A. Chao. Phys. Rev. B, **68**, 153 315 (2003).
- [10] Ю.А. Романов, Ю.Ю. Романова. ФТТ, **46** (1), 162 (2004) [Phys. Solid State, **46** (1), 164 (2004)].
- [11] J.Yu. Romanova, E.V. Demidov, L.G. Mourokh, Yu.A. Romanov. J. Phys.: Condens. Matter, **23**, 305 801 (2011).
- [12] Ю.Ю. Романова, М.Л. Орлов, Ю.А. Романов. ФТП, **46**, 1475 (2012) [Semiconductors, **46**, 1443 (2012)].
- [13] Ю.Ю. Романова, Е.П. Додин, Ю.Н. Ноздрин, А.А. Бирюков, Н.В. Байдусь, Д.А. Павлов, Н.В. Малехонова. ФТП, **49**, 122 (2015).
- [14] Y. Shimada, N. Sekine, K. Hirakawa. Appl. Phys. Lett., **84** (24), 4926 (2004).
- [15] Y.A. Romanov, J.Y. Romanova, L.G. Mourokh. J. Appl. Phys., **99**, 013 707 (2006).
- [16] Ю.Ю. Романова. ФТП, **46**, 1483 (2012) [Semiconductors, **46**, 1451 (2012)].
- [17] И.В. Алтухов, М.С. Каган, С.Г. Калашников, В.В. Кукушкин, Е.Г. Ландсберг. ФТП, **12**, 299 (1978).

- [18] Ю. Пожела. *Плазма и токовые неустойчивости в полупроводниках* (М., Наука, 1977).
- [19] Т.Я. Банис, И.В. Паршелюнас, Ю.К. Пожела. ФТП, **5**, 1990 (1971).
- [20] B.J. Keay, S. Zenner, S.J. Allen, K.O. Maranovski, A.C. Gossard, U. Bhattacharya, M.J.W. Rodwell. Phys. Rev. Lett., **75**, 4102 (1995).
- [21] Ю.А. Романов, Ю.Ю. Романова. ЖЭТФ, **118** (5), 1193 (2000).

*Редактор Л.В. Шаронова*

## **On the role of negative effective mass in the formation of the conductivity of semiconductor superlattices**

*Yu.Yu. Romanova*<sup>+,\*</sup>

<sup>+</sup> Institute for Physics of Microstructures,  
Russian Academy of Sciences,  
603950 Nizhny Novgorod, Russia

<sup>\*</sup> Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod,  
603950 Nizhny Novgorod, Russia

**Abstract** In this paper we investigate the conditions of formation of static and high-frequency negative conductivity of semiconductor superlattices with different size of the negative effective mass region in the miniband. It has been shown that a decrease of the negative mass region leads to an expansion of both negative differential and absolute conductivity areas of the superlattice and the appearance of additional harmonic field instability states. As a result of static field instability in the superlattice placed in the open circuit to direct current can be generated both integer and fractionally quantized static fields.