

01;07;09

Анализ характеристик бозонного каскадного лазера

© К.А. Иванов^{1,2}, Н.А. Калитеевская^{1,2}, А.Р. Губайдуллин^{1,2},
М.А. Калитеевский^{1,2,3}

¹ Санкт-Петербургский национальный исследовательский Академический университет РАН

² Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики

³ Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург
E-mail: Kalit@mail.ioffe.ru

Поступило в Редакцию 17 мая 2015 г.

Проведено теоретическое исследование зависимости заселенности уровней от накачки в бозонном каскадном лазере. Получены аналитические выражения для заселенности различных уровней каскада и терагерцовой моды при величинах накачки меньше и больше пороговой. Выведены формулы для величины пороговой накачки и внешней квантовой эффективности.

Бозонный каскадный лазер [1–3] является новой концепцией твердотельного терагерцового излучателя, развитой на основе идеи поляритонного источника терагерцового излучения [4–6]. Необходимость создания новых типов терагерцовых эмиттеров и детекторов связана с недостатком доступных приборов для работы в терагерцовом диапазоне [7,8]. Бозонный каскадный лазер является соединением идей поляритонного эмиттера терагерцового излучения и квантово-каскадного лазера [9,10].

Для конструирования источников терагерцового излучения целесообразно развить аналитическое описание бозонного каскада. Однако до сих пор теоретические исследования проводились численными методами, и только в работе [2] имеются аналитические оценки населенностей уровней каскада и терагерцовой моды, причем исключительно для случая накачки, большей пороговой, и без учета влияния терагерцовых фотонов на излучательные переходы в бозонной системе. Такое влияние, получившее название двойной бозонной стимуляции, играет

решающую роль в излучающих бозонных системах, что было показано в работах [4,5]. Целью данной работы является развитие аналитического описания системы с двойной бозонной стимуляцией, рассмотрение случая накачки, меньше пороговой, и оценка самой пороговой накачки. Кроме того, будет исследовано, как резервуар в бозонной системе влияет на выход излучения.

Рассмотрим бозонный каскад, состоящий из N эквидистантных уровней, населенности которых обозначим переменными P_i , причем нумерация с нижнего по энергии уровня. Концепция поляритонного лазера предполагает, что уровни распределены эквидистантно по энергиям, а накачка со скоростью I осуществляется на верхний уровень [2,5]. Бозоны могут взаимодействовать с терагерцовой модой, с населенностью T , при этом переход бозона с уровня на уровень может происходить с испусканием (поглощением) терагерцового фотона, при этом населенность терагерцовой моды T увеличивается (уменьшается) на единицу. Вероятность спонтанного излучательного перехода обозначим W . Бозонный каскад помещен в резонатор для терагерцового излучения с добротностью Q , определяющей время жизни терагерцовых фотонов в резонаторе τ_c . Населенности бозонных уровней могут также изменяться путем ухода бозонов в резервуар, с населенностью R , или прихода из резервуара. Под резервуаром подразумевается совокупность всех состояний, кроме выделенных поляритонных уровней (верхний уровень, на который осуществляется накачка, нижний уровень, на котором осуществляется конденсация, и промежуточные уровни, переходы между которыми стимулируются посредством взаимодействия с оптической модой), на которых возможны существенные населенности. Число уровней вне рассматриваемого каскада много больше, чем число уровней каскада, и ожидать, что на каком-то из уровней, составляющих резервуар, населенность будет сравнима с единицей, не следует, поскольку резервуар составляют состояния, в которых конденсация не осуществляется. Вместе с тем общее число бозонов в резервуаре может быть велико.

Будем считать, что спонтанные излучательные переходы бозонов с уровня на уровень возможны только между соседними уровнями и характеризуются вероятностью $1/\tau_i$. Вероятность прихода (ухода) бозона с уровня с номером „ i “ в резервуар обозначим как $1/\tau_i^\pm$, а время жизни бозона в резервуаре $-\tau_R$.

Заселенности уровней бозонного каскада, резервуара и терагерцовой моды связаны системой уравнений Больцмана

$$\begin{aligned} \dot{P}_i = & I\delta_{iN} - \frac{P_i}{\tau_i} + W_i(Q)(1 - \delta_{i1}) \left[P_{i-1}(P_i + 1)T - P_i(P_{i-1} + 1)(T + 1) \right] \\ & + W_i(Q)(1 - \delta_{iN}) \left[P_{i+1}(P_i + 1)(T + 1) - P_i(P_{i+1} + 1)T \right] \\ & - (1 - \delta_{i1}) \frac{P_i}{\tau_i^-} + (P_i + 1) \frac{R}{\tau_i^+}, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\dot{T} = -\frac{T}{\tau_c(Q)} + \sum_{i=1}^{N-1} W_i(Q) \left[-P_{i+1}(P_i + 1)T + P_i(P_{i+1} + 1)(T + 1) \right], \quad (2)$$

$$\dot{R} = -\frac{R}{\tau_R} + \sum_{i=1}^N \left[(1 - \delta_{i1}) \frac{P_i}{\tau_i^-} - (P_i + 1) \frac{R}{\tau_i^+} \right], \quad (3)$$

где точка над переменной обозначает дифференцирование по времени.

В стационарном режиме, когда $\dot{P}_i = \dot{T} = \dot{R} = 0$, система дифференциальных уравнений сводится к системе алгебраических уравнений, которая при определенных упрощениях позволяет получить аналитические выражения для населенностей уровней и квантовой эффективности. Поскольку уравнения (1)–(3) похожи на скоростные уравнения для обычного лазера, можно ожидать, что система будет демонстрировать пороговое поведение при увеличении накачки. Для существующих бозонных систем (например, экситонных поляритонов) времена жизни бозонов τ_i имеют порядок пикосекунд, а характерные времена прихода из резервуара (ухода в резервуар) τ_i^\pm , и время жизни в резервуаре τ_R имеет порядок сотен пикосекунд [11]. В то же время вероятность излучательных переходов W имеет порядок обратных миллисекунд [3]. Поэтому до достижения пороговой генерации величинами, пропорциональными W , можно пренебречь. Для получения выражения для заселенностей будем полагать, что для всех бозонных уровней (для любого i) $\tau_i = \tau_p$ и $\tau_i^\pm = \tau^\pm$.

Складывая уравнения (1) и (3), убеждаемся, что слагаемые, пропорциональные W и $1/\tau^\pm$, взаимно сокращаются, поэтому получим

$$\sum_{i=1}^N P_i + \frac{R\tau_p}{\tau_r} = I\tau_p. \quad (4)$$

При малой заселенности терагерцовой моды вероятность излучательных переходов между бозонными уровнями мала, заселенность терагерцовой моды T существенно меньше единицы

$$T = IW\tau_c\tau_p, \quad (5)$$

а заселенность верхнего уровня, куда осуществляется накачка, равна

$$P_n = I\tau_p. \quad (6)$$

Учитывая, что до достижения порога переход бозонов между уровнями осуществляется через резервуар (с равной вероятностью для каждого уровня P_1, \dots, P_{N-1}), а не посредством излучательных переходов с верхнего, можно, во-первых, оценить R из уравнения (3)

$$R = \frac{I\tau_p/\tau^-}{I\tau_p/\tau^+ + N/\tau_p^+ + 1/\tau_R}. \quad (7)$$

Пользуясь уравнениями (4) и (7), можно получить выражения для населенностей всех бозонных уровней, за исключением верхнего

$$P_i = \frac{I\tau_p - R\tau_p/\tau_R}{N-1}. \quad (8)$$

В отсутствие резервуара картина населенностей будет несколько иной. Заселенность бозонных уровней будет определяться вероятностью излучательных переходов и временем жизни бозонов, так что из уравнения (1) следует

$$P_i = IW^{N-i}\tau_p^{N-i+1}. \quad (9)$$

При достижении пороговой накачки, когда T становится порядка единицы, излучательные переходы между уровнями каскада начинают играть определяющую роль для величин заселенностей уровней каскада. Исходя из уравнения (5) можно оценить величину пороговой накачки

$$I_{thr} = \frac{1}{W\tau_p\tau_c}. \quad (10)$$

По достижении порога, благодаря стимулированным излучательным переходам, населенность резервуара становится малой по сравнению с населенностями бозонных уровней, поскольку $\tau^\pm \gg \tau_p$.

Пренебрегая заселенностью резервуара R в уравнении в (4), можно получить, что заселенности бозонных уровней выравниваются

$$P_i = I\tau_p/N. \quad (11)$$

При этом, как следует из (3), заселенность R становится равной

$$R = \frac{(N-1)\tau^+}{N\tau^-}. \quad (12)$$

Заметим, что населенность резервуара стабилизируется и не зависит от накачки. Оценить населенность терагерцовой моды после достижения порога несколько сложнее. Дело в том, что если принять значения населенностей в каскаде равными, то оценка получится сильно заниженной — решающую роль играет разность населенностей соседних уровней. Поэтому будем считать, что населенности бозонных уровней различны, но распределены равномерно, что позволит записать соотношение

$$\frac{P_N - P_1}{P_{N-1} - P_2} = \frac{N-1}{N-3}. \quad (13)$$

Тогда можно ввести вспомогательный параметр $\delta = P_N - P_1$, вычисляемый из (1) вычитанием соседних уравнений и применением (13). Имеем

$$\delta = \frac{\tau_p N(I - 2\alpha W)}{N + 2\tau_p T W}, \quad (14)$$

где $\alpha = I\tau_p/N + (I\tau_p/N)^2$.

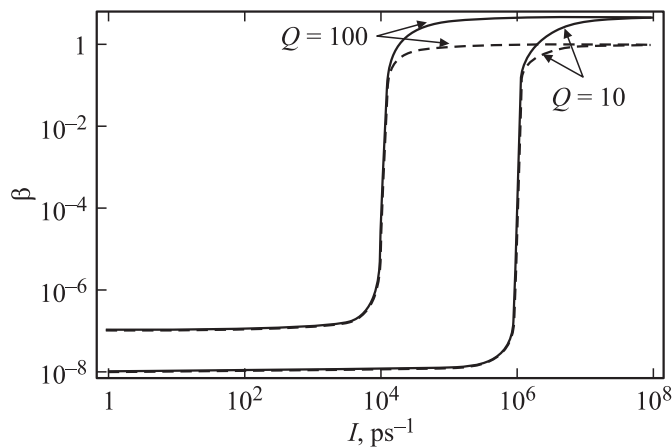
После этого сумму в (2) можно упростить, используя найденную разность между населенностями в качестве поправки второго порядка малости:

$$\frac{T}{\tau_c} = W(T\delta + N\alpha). \quad (15)$$

Заметим, что (15) представляет собой квадратное уравнение, решение которого для достаточно больших значений накачки ($I \gg 1/\tau_p\tau_c W$) выглядит как

$$T = \frac{(N-1)I}{4} \left(\tau_c + \sqrt{\tau_c^2 + \frac{8\tau_p\tau_c}{N^2}} \right). \quad (16)$$

Важным параметром источника излучения является квантовая эффективность (см. рисунок), которую в данной системе логично определить



Квантовая эффективность для значений добротности $Q = 10$ и $Q = 100$ и различного числа уровней. Пунктирные линии соответствуют системам с числом уровней, равным трем, сплошные — с десятью. Видно увеличение предельной квантовой эффективности с ростом числа уровней и уменьшение пороговой накачки с ростом добротности резонатора.

как отношение $\beta = T/I\tau_c$. Имея оценки для T , получаем значение квантовой эффективности до порога

$$\beta = W\tau_p \tag{17}$$

и после порога

$$\beta = \frac{(N-1)}{4} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{8\tau_p}{\tau_c N^2}} \right), \tag{18}$$

так что квантовая эффективность после порога с высокой точностью прямо пропорциональна числу межуровневых переходов. Следует отметить, что приведенные выше оценки (16) и (18) получены без учета взаимодействия каскада и резервуара. Можно, однако, учесть и влияние резервуара, введя населенность резервуара в качестве малой поправки. Полагая, что влияние резервуара сводится к потере бозонов (что эквивалентно снижению накачки и уменьшению времени жизни

бозонов на уровнях), заменим и накачку, и время жизни бозонов их эффективными значениями I' и τ_p'

$$I \rightarrow I' = I - R/\tau_R, \quad (19)$$

$$1/\tau_p' = 1/\tau_p + R/\tau^+, \quad (20)$$

получим

$$T = \frac{(N-1)I''}{4} \left(\tau_c + \sqrt{\tau_c^2 + \frac{8\tau_p\tau_c}{\gamma^2 N^2}} \right), \quad (21)$$

$$\beta = \frac{\gamma(N-1)}{4} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{8\tau_p}{\gamma\tau_c N^2}} \right), \quad (22)$$

где введены обозначения $I'' = I - P_N/\tau^-$ и $\gamma = I''/I = 1 - \tau/N\tau^-$. Учет взаимодействия с резервуаром предсказуемо привел к уменьшению квантовой эффективности, однако для реалистичных параметров [11] это снижение будет незначительным.

Итак, в работе получены аналитические выражения, описывающие процессы генерации излучения в бозонном каскадном лазере. Показано, что зависимости заселенностей уровней от накачки демонстрируют пороговое поведение. До порога излучательные переходы имеют низкую вероятность, вследствие чего бозоны, накачиваемые на верхний уровень, преимущественно попадают в резервуар, и населенности уровней ниже верхнего пренебрежимо малы. Порог наступает тем раньше, чем больше добротность резонатора. После порога населенности всех уровней выравниваются благодаря излучательным переходам между ними, которые ведут и к заполнению терагерцовой моды; в результате квантовая эффективность растет и становится пропорциональна числу межуровневых переходов в каскаде.

Список литературы

- [1] Liew T.C.H., Glazov M.M., Kavokin K.V., Shelykh I.A., Kaliteevski M.A., Kavokin A.V. // Phys. Rev. Lett. 2010. V. 107. P. 047402.
- [2] Калитеевский М.А., Иванов К.А. // Письма в ЖТФ. 2013. Т. 39. В. 1. С. 79–87.
- [3] Kaliteevski M.A., Ivanov K.A., Pozina G., Gallant A.J. // Scientific Reports. 2014. V. 4. P. 5444.

- [4] *Kavokin K.V., Kaliteevski M.A., Abram R.A., Kavokin A.V., Sharkova S., Shelykh I.A.* // *Appl. Phys. Lett.* 2010. V. 97. P. 201 111.
- [5] *Savenko I.G., Shelykh I.A., Kaliteevski M.A.* // *Phys. Rev. Lett.* 2011. V. 107 (2). P. 027 401.
- [6] *De Liberato S., Ciuti S., Phillips C.C.* // *Phys. Rev. B.* 2013. V. 87. P. 241 304.
- [7] *Chamberlain J.M.* // *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A.* 2004. V. 362. P. 199–213.
- [8] *Tonouchi M.* // *Nature Photonics.* 2007. V. 1. P. 97–105.
- [9] *Казаринов Р.Ф., Сурис Р.А.* // *ФТП.* 1971. Т. 5. В. 4. С. 797–800.
- [10] *Faist J., Capasso F., Sivco D.L., Sirtori C., Hutchinson A.L., Cho A.Y.* // *Science.* 1994. V. 264. P. 553.
- [11] *Iorsh I., Glauser M., Rossbach G., Levrat J., Cobet M., Butte R., Grandjean N., Kaliteevski M.A., Abram R.A., Kavokin A.V.* // *Phys. Rev. B.* 2012. V. 86. P. 125 308.