05,12

Солитоны электрической поляризации в мультиферроиках

© В.В. Киселев, А.А. Расковалов

Институт физики металлов им. М.Н. Михеева УрО РАН,
Екатеринбург, Россия

E-mail: kiseliev@imp.uran.ru

(Поступила в Редакцию 21 июля 2015 г.)

В рамках модели sine-Gordon дан полный анализ физических свойств бризеров в спиральных структурах мультиферроиков. Обсуждаются способы их наблюдения и возбуждения во внешних электрическом и магнитном полях.

Работа выполнена в рамках государственного задания ФАНО России (тема „Квант“, № г. р. 01201463332) и поддержана стипендией Президента РФ для молодых ученых СП-6342.2013.1.

1. Введение

В последние годы растет интерес к новым сегнетомагнитным материалам, в которых при комнатных температурах и умеренных магнитных и электрических полях проявляются значительные магнитоэлектрические эффекты [1]. Особое место среди них занимают мультиферроики с весьма распространенным типом магнитного упорядочения — циклоидальной магнитной структурой [2,3]. Их теоретическое описание осложнено существенной нелинейностью базовых уравнений, наличием сильнонелинейного основного состояния среды (в виде спиральной структуры), неразработанностью методов анализа коллективных возбуждений в средах с магнитными неоднородностями. Условия образования частицеподобных солитонов в мультиферроиках со спиральной структурой, возможности управления их образованием и свойствами посредством внешних электрического и магнитного полей до сих пор не изучены. Конструктивное решение проблемы возможно в рамках упрощенных нелинейных моделей, которые с одной стороны корректно учитывают основные взаимодействия в системе, а с другой — допускают точные решения.

В работах [3–8] показано, что в широком классе магнитоупорядоченных сред спиральные структуры можно индуцировать внешним электрическим полем. Это возможно, например, в кристаллах, симметрия которых допускает существование линейных по градиентам инвариантов в разложении энергии по степеням параметра порядка (векторы ферро- или антиферромагнетизма).

В качестве примера рассмотрим широко распространенную группу двухподрешеточных антиферромагнетиков, принадлежащих кристаллографическому классу D_{2h} [4]. Согласно [4,9,10], плотность функции Лагранжа для антиферромагнетика в электрическом поле $\mathbf{E} = (0, 0, E)$, параллельном оси z, имеет вид

$$L = M_0^2\big[(\alpha-\alpha')[c^2(\partial_t \mathbf{l})^2 - (\partial_i \mathbf{l}\cdot\partial_i \mathbf{l})] + b_3 l_3^2 + b_2 l_2^2 + E\kappa\,(l_3\partial_y l_2 - l_2 \partial_y l_3)\big]. \tag{1}$$

Здесь $\mathbf{l}(\mathbf{r}, t)$ — нормированный вектор антиферромагнетизма ($\mathbf{l}^2 = 1$), M_0 — номинальная намагниченность подрешеток, α, α' — константы неоднородного обмена между одинаковыми и разными подрешетками соответственно ($\alpha - \alpha' > 0$), $b_3 > b_2 > 0$ — постоянные кристаллографической анизотропии, κ — параметр неоднородного магнитоэлектрического взаимодействия; $c = \gamma M_0\sqrt{2\,\delta\,(\alpha-\alpha')}$ — максимальная групповая скорость активационных спиновых волн в спиральной структуре, γ — магнитомеханическое отношение, δ — постоянная однородного обмена между подрешетками [10].

Плотность энергии кристалла записывается как

$$w = M_0^2\big[(\alpha-\alpha')[c^2(\partial_t \mathbf{l})^2 + (\partial_i \mathbf{l}\cdot\partial_i \mathbf{l})] - b_3 l_3^2 - b_2 l_2^2 + E\kappa\,(l_2\partial_y l_3 - l_3 \partial_y l_2)\big]. \tag{2}$$

В работе [4] показано, что при достаточной величине E энергетически выгодной станет неоднородная структура вдоль оси Oy с циклоидальным вращением вектора $\mathbf{l}$ в плоскости yOz.

Для теоретического описания нелинейной динамики такой структуры введем параметризацию вектора $\mathbf{l} = \big(0,\ \sin\Phi(y,t),\ \cos\Phi(y,t)\big)$ и перейдем к безразмерным переменным $y' = y\sqrt{(b_3-b_2)/(\alpha-\alpha')}$, $t' = t\,c\sqrt{(b_3-b_2)/(\alpha-\alpha')}$. Тогда для расчета Φ на основе (1) получим уравнение sine-Gordon

$$(\partial_{t'}^2 - \partial_{y'}^2)\Phi = \sin\Phi\,\cos\Phi. \tag{3}$$

„Штрихи“ над новыми переменными далее опускаем.

В безразмерных переменных плотность энергии (2) системы примет вид

$$w/[M_0^2\,(b_3-b_2)] = (\partial_t\Phi)^2 + (\partial_y\Phi)^2 + q\,\partial_y\Phi + \sin^2\Phi, \tag{4}$$

где $q = E\,\kappa\,[(b_3-b_2)(\alpha-\alpha')]^{-1/2}$. При $q < 4/\pi$ минимуму энергии (4) отвечает однородное распределение параметра порядка $\Phi = 0 \pmod{\pi}$, а при $q > 4/\pi$ — циклоидальная структура в виде одномерной решетки π-кинков поля Φ [10,11]

$$\varphi_0(\chi) = \frac{\pi}{2} - \mathrm{am}(\chi, k), \qquad \chi = \frac{y}{k}. \tag{5}$$

Модуль k ($0 \le k \le 1$) эллиптической амплитуды Якоби $\mathrm{am}(\chi, k)$ определяется условием $\pi\,q\,k - 4E(k) = 0$.

Выражение (5) описывает домены длиной $L_0 = 2Kk$, в пределах которых $\varphi_0 \approx \pi s$ (s — целое). Домены разделены доменными границами шириной $l_0 = 2Kk'/\pi$, в которых происходит локализованный поворот вектора антиферромагнетизма $\mathbf{l}(y, t)$. Здесь $E = E(k)$, $K = K(k)$, $K' = K(k')$ — полные эллиптические интегралы первого и второго рода от модуля k и дополнительного модуля $k' = \sqrt{1 - k^2}$. Каждая доменная граница структуры описывается выражением [10,11]

$$\varphi_0 \approx 2 \operatorname{arctg} \exp\left[-(y - m L_0)/l_0\right], \quad \operatorname{mod} \pi,$$

где m — целое число. Для длиннопериодических структур с $L_0 > l_0$ это накладывает ограничения на значения k. Так, если $L_0 \simeq 7\, l_0$, то $k \simeq 0.99$. В настоящей работе рассматриваются сильнонелинейные циклоидальные структуры с параметром $k' = \sqrt{1 - k^2} << 1$.

Составляющая электрической поляризации среды вдоль оси Oz определяется выражением

$$P = -\frac{\partial w}{\partial E} = M_0^2 \kappa \sqrt{\frac{b_3 - b_2}{\alpha - \alpha'}}\, \partial_y \Phi. \tag{6}$$

Вид слагаемых магнитоэлектрической связи в мультиферроиках с циклоидальной структурой зависит от симметрии среды и различен для разных материалов [1–8,12,13]. Тем не менее если ограничиться анализом одномерных нелинейных возбуждений в спиральной структуре, то линейная по градиентам магнитоэлектрическая связь обычно приводит к универсальной модели sine-Gordon (3), (4). Эта модель, кроме того, дает описание нелинейной динамики во внешних полях многих не являющихся мультиферроиками магнетиков без центра инверсии, а также холестерических жидких кристаллов [10,14]. Анализ решений модели необходим для сопоставления предсказаний теории с экспериментальными данными.

Интегрирование модели (3) при наличии спиральной структуры представляет непростую задачу, решение которой возможно лишь с привлечением специальных методов. В [15,16] для анализа солитонных возбуждений на фоне спиральной структуры привлекались преобразования Дарбу и Бэклунда. В [17,18] сформулирована процедура „одевания“, пригодная для полного исследования солитонов и волн в спиральной структуре при локализованных начальных возмущениях и заданных граничных условиях на бесконечности. Показано, что образование и движение солитонов всегда сопровождается макроскопическими трансляциями структуры. Сдвиги в краевых условиях задачи связаны с параметрами, определяющими строение и скорость солитонов. Однако подробного анализа особенностей бризерных возбуждений в спиральной структуре дано не было.

В настоящей работе мы восполним этот пробел. Интересно, что бризеры не отделимы от спиральной структуры: их движение и пульсации сопровождаются деформациями и колебаниями структуры, в том числе с образованием „предвестников“ и „хвостов“ у солитонов. Детальное изучение тонкого строения ядер бризеров позволяет предложить способы наблюдения и возбуждения солитонов в циклоидальных структурах мультиферроиков.

2. Бризеры в спиральной структуре

Аналитическое решение модели (3), описывающее пульсирующий солитон — бризер в спиральной структуре, имеет вид [11,17,18]

$$\Phi(\chi, t) = \varphi_0(\bar\chi) + 2 \operatorname{Arctg}\left[\operatorname{tg}\frac{\beta}{2}\left(\frac{|m_1|^2 - |m_2|^2}{|m_1|^2 + |m_2|^2}\right)\right], \tag{7}$$

где $\bar\chi = \chi + 2\rho$, $\beta = \operatorname{am}(\mu, k) + \operatorname{am}(\mu^*, k)$, $\mu = -\rho + i\,\theta$, $0 < \rho < K$, $|\theta| < 2K'$ ($\theta \neq \pm K'$). Отношение m_1/m_2 выражается через сигма-функции Вейерштрасса [19] с периодами $[2K, 4iK']$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_1(\bar\chi)\, \exp(Y + i\,S) + b_2(\bar\chi)}{a_2(\bar\chi) - b_1(\bar\chi)\, \exp(Y + i\,S)},$$

$$a_1 = \sigma(\bar\chi + \mu)\, \exp\left[-\eta_1 \bar\chi \mu/K\right],$$

$$a_2 = \sigma(\bar\chi - \mu)\, \exp\left[\eta_1 \bar\chi \mu/K\right],$$

$$b_1 = i\,\sigma(\bar\chi + 2\,i\,K' + \mu)\exp[-\eta_3(\bar\chi + i\,K' + \mu) - \eta_1\bar\chi\mu/K],$$

$$b_2 = i\,\sigma(\bar\chi + 2\,i\,K' - \mu)\exp[-\eta_3(\bar\chi + i\,K' - \mu) + \eta_1\bar\chi\mu/K],$$

$$Y + i\,S = -Z(\mu, k)\,\chi + \frac{i\,t}{k}\, dn(\mu, k) - Y_0 - i\,S_0,$$

где Y_0, S_0 — вещественные постоянные интегрирования, $Z(\mu, k)$ — дзета-функция Якоби, $\operatorname{dn}(\mu, k)$ — эллиптическая функция Якоби [19,20]. Несмотря на кажущуюся сложность, выражение (7) позволяет осуществить исчерпывающий анализ трансформаций ядра бризера, а также порожденных им колебаний самой спиральной структуры.

Прежде всего отметим, что хотя первое слагаемое в решении (7) формально соответствует некоторой равновесной спирали, вдали от ядра бризера равновесная структура будет другой. Образование бризера всегда сопровождается макроскопическим сдвигом фоновой структуры на величину Δ по координате $\chi = y/k$ [11,18]

$$\Phi(\chi, t) \to \varphi_0(\chi), \quad y \to +\infty,$$

$$\Phi(\chi, t) \to \varphi_0(\chi + \Delta), \quad y \to -\infty. \tag{8}$$

Сдвиг выражается через параметр ρ бризера (7): $\Delta = 4\rho$.

Согласно (8), циклоидальная магнитная структура на больших расстояниях от бризера остается невозмущенной и порождает решетку солитонов электрической поляризации (6)

$$P(\chi, t) \to \tilde P(\chi), \quad y \to +\infty,$$

$$P(\chi, t) \to \tilde P(\chi + \Delta), \quad y \to -\infty, \tag{9}$$

где $\tilde{P}(\chi) = -M_0^2 \kappa\, k^{-1} \sqrt{(b_3 - b_2)/(\alpha - \alpha')}\, \mathrm{dn}(\chi, k)$. Это следует из разложения [11]

$$\mathrm{dn}(\chi, k) = \frac{\pi}{K'} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \mathrm{sech}\left[\frac{1}{l_0}(\chi - 2K\,p)\right],$$

где p — целые числа. Наличие решетки из солитонов поляризации приводит к периодическому изменению диэлектрической проницаемости среды [1,7]. Поэтому в прозрачных материалах циклоидальную структуру и ее деформации из-за образования бризера можно визуализировать не только магнитооптическими, но и оптическими методами.

Кроме того, на границах образца, перпендикулярных оси Oz, циклоидальная структура порождает электрические заряды с поверхностной плотностью P. Суммарный заряд, приходящийся на единицу длины каждого из солитонов решетки (9), равен: $q = \pm M_0^2 \kappa\, \pi \sqrt{(b_3 - b_2)/(\alpha - \alpha')}$. При $\kappa > 0$ знак заряда на нижней грани образца положителен, а на верхней отрицателен. Сканирование электрического поля поляризационных зарядов также дает информацию о деформациях спиральной структуры при образовании в ней бризера.

Скорость V движения бризера в спиральной структуре, ширина l стенок, ограничивающих ядро бризера, волновое число p и частота ω колебаний поля Φ в области локализации бризера определяются формулами

$$V = -\frac{\mathrm{Im}\, dn\,\mu}{\mathrm{Re}\, Z(\mu)}, \quad l = -\frac{k}{\mathrm{Re}\, Z(\mu)},$$

$$p = \frac{1}{k}\,\mathrm{Im}\, Z(\mu), \quad \omega = \frac{1}{k}\,\mathrm{Re}\, dn\,\mu.$$

Явные выражения для скорости движения бризера как целого и его частоты имеют вид [20]

$$V = \frac{k^2 s_\rho c_\rho s'_\theta}{Z(\rho, k)[1 - s_\theta'^2 d_\rho^2] + k^2 s_\rho c_\rho d_\rho s_\theta'^2},$$

$$\omega = \frac{d_\rho c'_\theta d'_\theta}{k(1 - s_\theta'^2 d_\rho^2)}. \qquad (10)$$

Здесь для сокращения записи введены следующие обозначения для эллиптических функций Якоби: $\mathrm{sn}(\rho, k) = s_\rho$, $\mathrm{sn}(\theta, k') = s'_\theta$ и т. д.

Введем частоту бризера в сопутствующей ему системе отсчета: $\Omega = \omega - pV$. Тогда на плоскости $V - \Omega$ параметры бризера попадут в энергетическую щель между голдстоуновской и активационной ветвями спектра линейных спин-волновых мод в спиральной структуре [15].

С точностью до несущественных изменений постоянных интегрирования Y_0, S_0 решение (7) обладает симметрией

$$\Phi(\mu \pm 2\,iK', \chi, t) = \Phi(\mu, \chi, -t).$$

Поэтому достаточно обсудить решение (7) при значениях $|\theta| < K'$, $0 < \rho < K$. На границах указанной области сценарии делокализации бризера различны.

Наиболее удобен для наблюдения неподвижный бризер. Согласно (10), в прямоугольнике $0 \le \rho \le K$, $|\theta| \le K'$, ему соответствует значение $\theta = 0$ и, следовательно, $\mu = -\rho$. Из (7) следует, что амплитуда такого бризера равна

$$A = 4\,\mathrm{arctg}\,\mathrm{tg}(\beta/2) = 2\beta = 4\,\mathrm{am}\,\rho. \qquad (11)$$

При малых сдвигах структуры, когда $0 \le \rho \le K/4$, неподвижный бризер слабо локализован

$$\Phi(\chi, t) \simeq \varphi_0(\chi + 2\rho\,[1 - \mathrm{th}\,Y]) + \frac{2\rho\,k}{\mathrm{ch}\,Y}\,\mathrm{sn}\,\chi\,\cos S. \qquad (12)$$

Здесь

$$S = \frac{t}{k} - S_0, \quad Y = \left(1 - \frac{E}{K}\right)\rho\,\chi - Y_0,$$

Y_0, S_0 — вещественные постоянные.

Первое слагаемое в (12) характеризует малую неоднородную трансляцию исходной спиральной структуры из-за образования бризера. Второй член описывает слаболокализованное ядро бризера в виде „обрезанной“ стоячей голдстоуновской линейной моды [21].

С увеличением сдвига структуры (при $K/4 < \rho < 3K/4$) нелинейные взаимодействия приводят к локализации ядра бризера в спиральной структуре. Положение центра бризера задает параметр Y_0. Наиболее интересен случай, когда ядро бризера попадает внутрь одного из доменов структуры. Тогда бризер слабее взаимодействует со стенками структуры. В этом случае его ядро отчасти напоминает неподвижный бризер на фоне однородного состояния среды (при $q < 4/\pi$) [11]

$$\Phi \simeq 2\,\mathrm{arctg}\left(\frac{\mathrm{sh}\rho\,\cos S}{\mathrm{ch}\,Y}\right),$$

$$S = \frac{t}{\mathrm{ch}\rho} - S_0, \quad Y = y\,\mathrm{th}\rho - Y_0. \qquad (13)$$

Распределению (13) отвечает электрическая поляризация

$$P = -\frac{2M_0\kappa}{\mathrm{ch}\rho}\sqrt{\frac{b_3 - b_2}{\alpha - \alpha'}}\,\frac{\mathrm{sh}^2\rho\,\cos S\,\mathrm{sh}\,Y}{\mathrm{sh}^2\rho\,\cos^2 S + \mathrm{ch}^2 Y},$$

среднее значение которой (по периоду и области локализации бризера) равно нулю.

Тем не менее бризер в спиральной структуре можно обнаружить по измерениям электрической поляризации, так как вся система приобретает новые свойства. Прежде всего ядро бризера отодвигает от себя соседние стенки структуры и колеблется в пределах домена, длина которого превосходит период фоновой структуры. Именно в этом состоит причина макроскопического сдвига спиральной структуры (8) при образовании в ней бризера. Для ядра бризера протяженный домен играет роль резонатора. Анализ показывает, что длина такого резонатора по переменной $\chi = y/k$ равна $2K + 4\rho$ и с ростом ρ приближается к трем периодам структуры. Хотя сам бризер трудно визуализировать магнитооптическими методами, протяженный резонаторный домен поддается наблюдению (в виде „дырки" в структуре). При движении бризера этот домен перемещается вдоль структуры со скоростью V (10).

Частота ω внутренних пульсаций неподвижного бризера попадает в энергетическую щель между частотами голдстоуновских и активационных стоячих линейных мод в спиральной структуре. Поэтому измерения поглощаемой мощности микроволнового излучения на характерных частотах внутренних колебаний бризера (10) можно использовать для его обнаружения.

Кроме пульсаций с частотой ω ядро бризера совершает продольные колебания с той же частотой между стенками резонаторного домена.

Продольные колебания ядра порождают противофазные колебания ближайших к нему стенок структуры. С ростом ρ возрастают длина резонаторного домена, амплитуды продольных колебаний стенок структуры и пульсаций бризера.

При $3K/4 \le \rho \le K$ ядро бризера по-прежнему колеблется в ограниченной области: внутри домена шириной $2K + 4\rho$. Тем не менее бризер делокализуется из-за сильных продольных колебаний прилегающих к его ядру стенок структуры.

Обсудим особенности движущегося бризера. Поскольку направление его движения вдоль структуры зависит только от знака параметра θ, проанализируем решение (7) при $0 < \rho < K$, $0 < \theta < K'$.

С ростом величины θ скорость бризера монотонно увеличивается от нуля до значений, близких к максимальной групповой скорости активационных линейных мод спиральной структуры. В безразмерных переменных эта скорость равна единице.

Частота бризера варьируется от конечных значений (при $\theta = 0$) до значений, близких к нулю (при $\theta \simeq K'$).

Ядро движущегося бризера, как и неподвижного, пульсирует и колеблется в области длиной $\sim (2K + 4\rho)$ (по переменной χ). Однако характер колебаний и деформаций ближайших к ядру стенок структуры зависит от соотношения средней скорости бризера V и фазовой скорости $V_{\text{ph}} = \omega/p$ волновых процессов в области его локализации.

При малых скоростях движения бризера ($V < V_{\text{ph}}$) колебания ближайших к ядру стенок структуры успевают следовать за перемещениями и пульсациями ядра бризера. Ядро последовательно „перетекает" из одного домена структуры в другой, приводя к их дилатации. В целом, при $V < V_{\text{ph}}$ движущийся бризер похож на неподвижный.

При больших скоростях движения бризера ($V > V_{\text{ph}}$) деформации фоновой структуры отстают от изменения его ядра. При этом происходит следующее. Вначале движение ядра немного замедляется деформацией структуры на переднем фронте бризера. В результате перед ядром образуется „предвестник" бризера в виде деформаций спиральной структуры. Затем ядро бризера начинает наращивать скорость. „Предвестник" сокращается и в некоторый момент исчезает. Тогда весь бризер оказывается локализованным в пределах своего ядра. Однако далее бризер по инерции „проскакивает" это состояние и, двигаясь с замедлением, оставляет после себя квазистатический „хвост" . Иными словами, при $V > V_{\text{ph}}$ поступательное движение ядра бризера сопровождается его колебаниями вдоль структуры с поочередным образованием „предвестников" и „хвостов" из ее квазистатических деформаций. При $\theta \to K'$ протяженность „предвестников" и „хвостов" становится значительной: бризер делокализуется.

3. Генерирование бризеров

Проведенный анализ подсказывает пути возбуждения бризера в спиральной структуре. Необходимо посредством внешних полей удлинить и возбудить один из доменов структуры так, чтобы он стал резонатором для бризера. Это можно сделать посредством модуляций внешнего электрического поля. Необходимый результат вызовет также короткий импульс внешнего магнитного поля, направленного вдоль оси Oy. Магнитное поле $\mathbf{H} = (0, H, 0)$ вносит вклад $H^2 l_2^2/(2\delta)$ в энергию (2) антиферромагнетика, где δ — постоянная однородного обмена между подрешетками [10]. В рассматриваемой модели введение поля H равносильно изменению управляющего параметра

$$q = E\kappa \left[\left(b_3 - b_2 + \frac{1}{2\delta} \left(\frac{H}{M_0} \right)^2 \right) (\alpha - \alpha') \right]^{-1/2}.$$

Поэтому локальное включение магнитного поля растянет один из доменов структуры. После выключения поля он срелаксирует и превратится в резонатор для бризера. Магнитное поле не должно быть слишком большим ($H^2/(2\delta) < b_2$), иначе оно изменит плоскость циклоиды.

Подкрепим приведенные соображения расчетом. Для этого воспользуемся результатами работы [17], где предложена схема интегрирования модели (7) при локализованных начальных возмущениях структуры и краевых условиях (8). Согласно [11,17], начальные возмущения генерируют солитоны только тогда, когда в формулировке прямой задачи рассеяния один из коэффициентов матрицы перехода обращается в нуль.

Зададим начальное возмущение спиральной структуры в виде ступеньки шириной d и высотой $2f$

$$\Phi(\chi, t = 0) = \varphi_0(\chi + \Delta), \quad \chi < \chi_0,$$

$$\Phi(\chi, t = 0) = 2f = \text{const}, \quad \chi_0 < \chi < \chi_1,$$

$$\Phi(\chi, t = 0) = \varphi_0(\chi), \quad \chi > \chi_1, \tag{14}$$

где $\chi_0 = r - K$, $\chi_1 = 2K - r$, $\chi_1 - \chi_0 = d = 2(K - r) + \Delta$. Используя результаты работ [11,17], находим уравнение для расчета параметра $\mu = -\rho + i\,\theta$ $(\theta = 0)$, задающего структуру бризера

$$\operatorname{cth}\left(\frac{\xi\,k\,d}{2}\right) + \frac{k}{\xi}\,\operatorname{sn}(\rho, k)\,\operatorname{sn}(r-\rho, k)\cos f = 0,$$

$$\xi = \sqrt{\cos^2 f - \operatorname{cn}^2(\rho, k)}. \qquad (15)$$

Это и есть упомянутое ранее условие обращения в нуль одного из коэффициентов матрицы перехода.

Величина $K - r$ $(0 \le r \le K)$ определяет смещение ступеньки относительно спиральной структуры. При $r = K$ ступенька моделирует начальное возмущение одного из доменов структуры длиной $d = \Delta$. При $0 \le d \le 1.8K$ такое возмущение не порождает бризера: фоновые распределения $\varphi_0(\chi)$ и $\varphi_0(\chi + \Delta)$ сближаются, формируя единую структуру $\varphi_0(\chi + \Delta/2)$ на всей области изменения χ. Согласно численному моделированию, ступенька генерирует бризер, начиная с пороговых значений ее высоты $2f \ge 3\,\mathrm{am}(\rho, k)$. В случае $4\,\mathrm{am}\,\rho < 2f \le 6\,\mathrm{am}\,\rho$ начальное возмущение сначала снижает амплитуду до уровня $A = 4\,\mathrm{am}\,\rho$, сбрасывая избыток энергии в виде диспергирующих волн. Затем из него формируется неподвижный бризер, ядро которого располагается в середине резонаторного домена. Когда высота ступеньки $2f \ge 6\,\mathrm{am}\,\rho$, она распадается на два бризера, движущихся в противоположных направлениях.

Аналитический расчет (15) дает близкие результаты: если задать ступеньку высотой $2f \sim 4\,\mathrm{am}\,\rho$, то уравнение (15) будет иметь решения $\mu = -\rho$, когда параметр ρ лежит в интервале $1.8K \le \rho \le 2.5K$. При этом $\Delta = 4\rho = d$.

4. Заключение

Подводя итог, отметим, что в мультиферроиках с циклоидальной структурой посредством комбинации внешних электрического и магнитного полей можно создавать условия, благоприятные для наблюдения солитонов, и эффективно управлять возможностями их генерирования. В рамках модельной задачи мы проанализировали типичные закономерности нелинейной динамики солитонов в мультиферроиках с циклоидальной магнитной структурой. Мультиферроики с циклоидальной структурой образуют богатый класс материалов. Без анализа солитонных режимов в этих материалах невозможна успешная интерпретация экспериментальных данных, конструирование новых магнитоэлектрических приборов и устройств, работающих без потерь энергии из-за протекания токов.

Авторы выражают благодарность С.В. Баталову за помощь в проведении численных расчетов.

Список литературы

[1] А.П. Пятаков, А.К. Звездин. УФН **182**, *6*, 593 (2012).
[2] T. Kimura. Annu. Rev. Mater. Res. **37**, 387 (2007).
[3] И.М. Витебский. ЖЭТФ **82**, *2*, 357 (1982).
[4] В.Г. Барьяхтар, Д.А. Яблонский. ФТТ **24**, *8*, 2522 (1982).
[5] В.Г. Барьяхтар, В.А. Львов, Д.А. Яблонский. Письма в ЖЭТФ **37**, *12*, 565 (1983).
[6] A. Sparavigna, A. Stzigazzi, A. Zvezdin. Phys. Rev. B **50**, *5*, 2953 (1994).
[7] M. Mostovoy. Phys. Rev. Lett. **96**, 06 760 (2006).
[8] I. Dzyaloshinskii. Europhys. Lett. **83**, 67 001 (2008).
[9] А.Ф. Андреев, В.И. Марченко. УФН **130**, *1*, 37 (1980).
[10] А.Б. Борисов, В.В. Киселев. Нелинейные волны, солитоны и локализованные структуры в магнетиках. УрО РАН, Екатеринбург (2011). Т. 2. 416 с.
[11] А.Б. Борисов, В.В. Киселев. Квазиодномерные магнитные солитоны. Физматлит, М. (2014). 520 с.
[12] I. Sosnowska, A.K. Zvezdin. J. Magn. Magn. Mater. **144**, 167 (1995).
[13] В.В. Меньшенин. ЖЭТФ **155**, *2*, 265 (2009).
[14] П. де Жен. Жидкие кристаллы. Мир, М. (1977). 400 с.
[15] А.С. Ковалев, И.В. Герасимчук. ЖЭТФ **122**, *5*, 1116 (2002).
[16] A.B. Borisov, J. Kishine, Y.G. Bostrem, A.S. Ovchinnikov. Phys. Rev. B **79**, 134 436 (2009).
[17] В.В. Киселев, А.А. Расковалов. ТМФ **173**, *2*, 268 (2012).
[18] В.В. Киселев, А.А. Расковалов. ФММ **113**, *12*, 1180 (2012).
[19] Г. Бейтмен, А. Эрдейи. Эллиптические и автоморфные функции, функции Ламе и Матье. Наука, М. (1967). 229 с.
[20] P.F. Byrd, M.D. Friedman. Handbook of elliptic integrals for engineers and scientists. Springer-Verlag (1971). 360 p.
[21] В.Л. Покровский, А.П. Талапов. ЖЭТФ **75**, *3*, 1151 (1978).