

01

## Электродинамика кругового дихроизма и возможность создания на его основе кругового поляроида

© А.Н. Волобуев

Самарский государственный медицинский университет,  
443099 Самара, Россия

e-mail: volobuev47@yandex.ru

(Поступило в Редакцию 5 февраля 2015 г.)

Разработаны электродинамические принципы кругового дихроизма на основе представления об электропроводящих круговых структурах в веществе. Найдена и использована упрощенная запись материальных уравнений оптически активной среды без перехода в комплексную область. Найдена зависимость показателя поглощения одной из круговых поляризаций в составе линейно поляризованного света от параметров вещества. Проведен анализ этих параметров, направленный на выявление возможности создания кругового поляроида.

### Введение

В оптических исследованиях биологических структур для поляризации естественного света и анализа изменения направления плоскости поляризации широко используются поляроиды. Поляроиды или поляризационные светофильтры основаны на явлении линейного дихроизма в некоторых кристаллах, например в герпатите  $4C_{20}H_{24}N_2O_2 \cdot 3H_2SO_4 \cdot 2HJ \cdot J_4 \cdot 6H_2O$ .

Линейный дихроизм — это свойство различного поглощения света в кристалле в зависимости от ориентации плоскости поляризации света. В дихроичном веществе имеются удлиненные структуры (в герпатите это углеродные цепи), вдоль которых электроны могут колебаться со значительно большей амплитудой, чем поперек [1]. Поэтому, плоскость поляризации света, определяемая направлением вектора напряженности электрического поля  $E$  в световой волне и направленная вдоль этих структур, поглощается значительно сильнее, чем поперек (рис. 1).

Герпатит достаточно эффективный, с точки зрения поляризационных свойств, кристалл. Уже при толщине  $100 \mu m$  на выходе из кристалла получается практически полностью линейно поляризованный свет.

Однако в оптических исследованиях часто необходимо получить свет с круговой поляризацией. В настоящее время круговой поляроид изготавливают, соединив вместе поляроидную пластинку на основе линейного дихроизма и так называемую четвертьволновую пластинку, задерживающую фазу волны на  $1/4$  длины волны. Недостатком таких круговых поляроидов является то, что свет с полностью круговой поляризацией получается только для монохроматического света с определенной длиной волны.

Для получения белого света с круговой поляризацией можно использовать явление кругового дихроизма (или эффект Коттона) [2]. Круговой дихроизм заключается в неодинаковом поглощении света с право- и левокруговой поляризацией. Круговой дихроизм сопровождается

явлением оптической активности вещества, т.е. вращением плоскости поляризации линейно поляризованного света. Однако в настоящее время использование кругового дихроизма для создания кругового поляроида затруднительно, так как различие в поглощении света право- и левокруговой поляризацией у известных веществ очень невелико и составляет несколько процентов от среднего коэффициента поглощения [3].

Целью настоящей работы является исследование на основе классических представлений проблемы кругового дихроизма и нахождения круга веществ, которые можно использовать для создания круговых поляроидов.

Для дальнейшего анализа рассмотрим одноосный кристалл, обладающий круговым дихроизмом, так что свет направлен вдоль оптической оси кристалла. Поэтому явление обычного двойного лучепреломления можно не учитывать, так как обыкновенный и необыкновенный лучи вдоль оптической оси кристалла имеют одинаковую скорость.

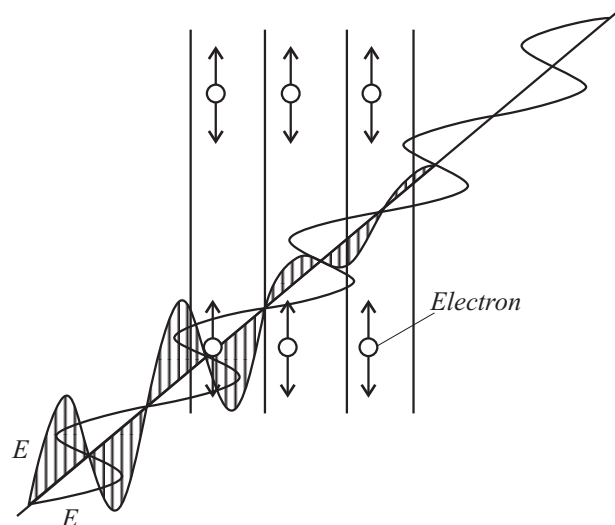


Рис. 1. Принцип возникновения линейно поляризованного света в дихроичном кристалле.

### Электродинамика оптической активности

При проведении исследования будем считать по аналогии с линейным дихроизмом, что причиной поглощения света с круговой поляризацией является возможность движения электронов в веществе по окружности в соответствии с направлением поляризации света.

Будем основываться на феноменологической теории оптической активности, которую предложил французский физик О.Ж. Френель в 1823 г. Он предположил, что световой вектор  $\mathbf{E}$  (в данном случае вектор напряженности электрического поля) в линейно поляризованной световой волне, распространяющейся вдоль оси  $X$ , можно представить в виде суммы двух вращающихся в разные стороны световых векторов (рис. 2).

Линейные скорости распространения вращающихся вправо и влево световых векторов вдоль оси  $X$  соответственно равны  $V_R$  и  $V_L$ , а угловые скорости их вращения  $\omega$  одинаковы. Поэтому двойной угол поворота  $\varphi$  плоскости поляризации, т.е. плоскости колебаний светового вектора  $\mathbf{E}$ , можно найти из условия

$$\varphi = \frac{\varphi_R - \varphi_L}{2} = \frac{\omega}{2} (t_R - t_L) = \frac{\omega}{2} \left( \frac{l}{V_R} - \frac{l}{V_L} \right), \quad (1)$$

где  $\varphi_R$  и  $\varphi_L$  — углы поворота право- и левовращающихся световых векторов,  $t_R$  и  $t_L$  — времена, в течение которых эти векторы пройдут путь  $l$  в веществе.

Причину появления двойного угла можно понять, если предположить, что световой вектор с левой круговой поляризацией не вращается, т.е.  $\varphi_L = 0$ . Тогда биссектриса между вращающимся и не вращающимся световыми векторами, расположенная под углом  $\varphi = \frac{\varphi_R}{2}$ , характеризует поворот плоскости поляризации светового вектора  $\mathbf{E}$ .

Объемная плотность энергии электромагнитного поля в веществе представляет собой сумму объемных плотностей энергий электрического и магнитного полей

ностей энергий электрического и магнитного полей

$$\varepsilon = \varepsilon_E + \varepsilon_H = \frac{\varepsilon_a E^2 + \mu_a H^2}{2}, \quad (2)$$

где  $\varepsilon_a$  и  $\mu_a$  — абсолютные диэлектрическая и магнитная проницаемости вещества,  $\mathbf{H}$  — вектор напряженности магнитного поля в световой волне (рис. 1).

В связи с формированием электромагнитной волны, связанным с переходом электрической составляющей поля в магнитную, далее опять в электрическую и т.д., электрическая и магнитная объемные плотности энергии равны между собой  $\varepsilon_E = \varepsilon_H$  или  $\varepsilon_a E^2 = \mu_a H^2$ . Поглощением электромагнитного поля пока пренебрегаем. Извлекая квадратный корень из последнего равенства, найдем  $\sqrt{\varepsilon_a} E = \sqrt{\mu_a} H$ . Полученное равенство принципиально не носит векторного характера, так как векторы напряженностей электрического и магнитного полей в электромагнитной волне перпендикулярны друг другу. Для того, чтобы записать векторное равенство, нужно перейти в комплексную область

$$\sqrt{\varepsilon_a} \mathbf{E} = -i \sqrt{\mu_a} \mathbf{H}. \quad (3)$$

Заметим, что мнимая единица осуществляет поворот вектора  $\mathbf{H}$  на  $\pi/2$ , вследствие чего возникает однонаправленность векторов в уравнении (3). Кроме того, возводя в квадрат уравнение (3), получаем исходное равенство  $\varepsilon_a E^2 = \mu_a H^2$ .

Преобразуем равенство (3) к следующему виду, разделив все векторы на две составляющие, право- и левовращающиеся,  $R$  и  $L$ :

$$\begin{aligned} \varepsilon_a \mathbf{E} - i\chi \sqrt{\varepsilon_a \mu_a} \mathbf{H} + \varepsilon_a \mathbf{E} + i\chi \sqrt{\varepsilon_a \mu_a} \mathbf{H} &= \mathbf{D}_R + \mathbf{D}_L \\ &= -i \sqrt{\frac{\varepsilon_a}{\mu_a}} \left( \mu_a \mathbf{H} + i\chi \sqrt{\varepsilon_a \mu_a} \mathbf{E} + \mu_a \mathbf{H} - i\chi \sqrt{\varepsilon_a \mu_a} \mathbf{E} \right) \\ &= -i \sqrt{\frac{\varepsilon_a}{\mu_a}} (\mathbf{B}_R + \mathbf{B}_L), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\mathbf{D}$  и  $\mathbf{B}$  — индукции электрического и магнитного полей,  $\chi$  — постоянная для данной частоты света величина.

Введем следующие обозначения:

$$\mathbf{D}_R = \varepsilon_a \mathbf{E}_R - i\chi \sqrt{\varepsilon_a \mu_a} \mathbf{H}_R, \quad (5)$$

$$\mathbf{B}_R = \mu_a \mathbf{H}_R + i\chi \sqrt{\varepsilon_a \mu_a} \mathbf{E}_R, \quad (6)$$

где

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_R + \mathbf{E}_L, \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}_R + \mathbf{H}_L. \quad (7)$$

Уравнения (5) и (6) представляют собой материальные уравнения рассматриваемого оптически активного вещества. Постоянная  $\chi$  в радиотехнике носит название параметр киральности (в оптике обычно хиральности). В отличие, например, от [4] мы используем безразмерный параметр киральности.

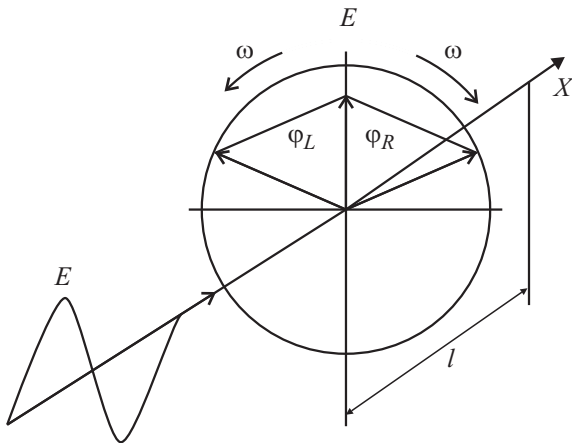


Рис. 2. Иллюстрация теории Френеля. Линейно поляризованный свет как суперпозиция левой и правой круговых поляризаций.

Введем также обозначения

$$\mathbf{D}_L = \varepsilon_a \mathbf{E}_L + i\chi\sqrt{\varepsilon_a\mu_a}\mathbf{H}_L, \quad (8)$$

$$\mathbf{B}_L = \mu_a \mathbf{H}_L - i\chi\sqrt{\varepsilon_a\mu_a}\mathbf{E}_L, \quad (9)$$

где

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_R + \mathbf{B}_L, \quad \mathbf{D} = \mathbf{D}_R + \mathbf{D}_L. \quad (10)$$

В соответствии с (4), полагая последовательно отсутствие лево- или правовращающейся компоненты электромагнитного поля, можно записать связь между индукциями электрического и магнитного полей

$$\mathbf{D}_{R,L} = -i\sqrt{\frac{\varepsilon_a}{\mu_a}}\mathbf{B}_{R,L}. \quad (11)$$

Напряженности электрического и магнитного полей в среде с поглощением света левокруговой поляризации удовлетворяют уравнениям Максвелла

$$\text{rot } \mathbf{E}_{R,L} = -\frac{\partial \mathbf{B}_{R,L}}{\partial t}, \quad (12)$$

$$\text{rot } \mathbf{H}_R = \frac{\partial \mathbf{D}_R}{\partial t}, \quad (13)$$

$$\text{rot } \mathbf{H}_L = \frac{\partial \mathbf{D}_L}{\partial t} + \sigma \mathbf{E}_L, \quad (14)$$

$$\text{div } \mathbf{B}_{R,L} = 0, \quad (15)$$

$$\text{div } \mathbf{D}_{R,L} = 0. \quad (16)$$

Различия в уравнениях (13) и (14) для право- и левокруговой поляризации связано с селективным поглощением света левокруговой поляризации. Удельная электропроводность  $\sigma$  отражает возможность возникновения левокруговых движений электронов в веществе и, следовательно, возможность поглощения света.

## Упрощенные материальные уравнения оптически активного вещества и закон Био

Упростим материальные уравнения (5), (6), для чего, используя (11), последовательно исключим из уравнений (5) и (6) напряженности электрического  $\mathbf{E}_R$  и магнитного  $\mathbf{H}_R$  полей

$$\mathbf{D}_R = (1 + \chi)\varepsilon_a \mathbf{E}_R, \quad (17)$$

$$\mathbf{B}_R = (1 + \chi)\mu_a \mathbf{H}_R. \quad (18)$$

Аналогичные преобразования проведем для уравнений (7) и (8). В результате найдем

$$\mathbf{D}_L = (1 - \chi)\varepsilon_a \mathbf{E}_L, \quad (19)$$

$$\mathbf{B}_L = (1 - \chi)\mu_a \mathbf{H}_L. \quad (20)$$

Подставим в уравнения (12) и (13) для правовращающейся компоненты электромагнитного поля напряженности электрического и магнитного полей (17) и (18)

$$\text{rot } \mathbf{D}_R = -(1 + \chi)\varepsilon_a \frac{\partial \mathbf{B}_R}{\partial t}, \quad (21)$$

$$\text{rot } \mathbf{B}_R = (1 + \chi)\mu_a \frac{\partial \mathbf{D}_R}{\partial t}. \quad (22)$$

Найдем ротор уравнения (21)

$$\begin{aligned} \text{rot rot } \mathbf{D}_R &= \text{grad div } \mathbf{D}_R - \Delta \mathbf{D}_R \\ &= -(1 + \chi)\varepsilon_a \frac{\partial \text{rot } \mathbf{B}_R}{\partial t}. \end{aligned} \quad (23)$$

В (23) использована известная формула векторного анализа. Подставляя в (23) формулы (16) и (22), получим

$$\Delta \mathbf{D}_R = \left(\frac{1 + \chi}{V_0}\right)^2 \frac{\partial^2 \mathbf{D}_R}{\partial t^2}, \quad (24)$$

где обозначено  $V_0 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_a\mu_a}}$  — скорость электромагнитных волн в среде без особенностей.

Аналогично, находя ротор от формулы (22), используя (15) и (21), получим

$$\Delta \mathbf{B}_R = \left(\frac{1 + \chi}{V_0}\right)^2 \frac{\partial^2 \mathbf{B}_R}{\partial t^2}. \quad (25)$$

Получены волновые уравнения (24) и (25) для правовращающейся компоненты электромагнитного поля, которая распространяется со скоростью  $V_R = \frac{V_0}{1 + \chi}$ .

Найдем волновые уравнения для левовращающейся компоненты.

Подставим в уравнения (12) и (14) напряженности электрического и магнитного полей из (19) и (20)

$$\text{rot } \mathbf{D}_L = -(1 - \chi)\varepsilon_a \frac{\partial \mathbf{B}_L}{\partial t}, \quad (26)$$

$$\text{rot } \mathbf{B}_L = (1 - \chi)\mu_a \frac{\partial \mathbf{D}_L}{\partial t} + \frac{\mu_a}{\varepsilon_a} \sigma \mathbf{D}_L. \quad (27)$$

Находя ротор уравнения (26), используя (16) и (27), получим

$$\Delta \mathbf{D}_L = \left(\frac{1 - \chi}{V_0}\right)^2 \frac{\partial^2 \mathbf{D}_L}{\partial t^2} + (1 - \chi)\mu_a \sigma \frac{\partial \mathbf{D}_L}{\partial t}. \quad (28)$$

Аналогично, находя ротор уравнения (27), используя (15) и (26), получим

$$\Delta \mathbf{B}_L = \left(\frac{1 - \chi}{V_0}\right)^2 \frac{\partial^2 \mathbf{B}_L}{\partial t^2} + (1 - \chi)\mu_a \sigma \frac{\partial \mathbf{B}_L}{\partial t}. \quad (29)$$

Если  $\sigma = 0$ , то волна с левокруговой поляризацией распространяется со скоростью  $V_L = \frac{V_0}{1 - \chi}$ .

В этом случае на основе формулы Френеля (1) можно найти угол поворота плоскости поляризации линейно поляризованной световой волны

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{\omega}{2} \left( \frac{l}{V_R} - \frac{l}{V_L} \right) \\ &= \frac{\omega}{2} \left( \frac{1+\chi}{V_0} - \frac{1-\chi}{V_0} \right) l = \frac{\omega\chi}{V_0} l = \alpha l, \end{aligned} \quad (30)$$

где  $\alpha = \frac{\omega\chi}{V_0}$  — так называемая удельная оптическая активность, линейно зависящая от параметра киральности.

Полученный закон Био (30) был найден в [5] непосредственно исходя из материальных уравнений (5), (6) и (8), (9).

### Круговой дихроизм и возможность создания кругового поляроида

Подставим в (28) индукцию электрического поля в левовращающейся электромагнитной волне, распространяющейся вдоль координаты  $X$ , в виде [6]

$$\mathbf{D}_L = \mathbf{D}_{L0} \exp(-qX) \exp(i(\omega t - kX)), \quad (31)$$

где  $\mathbf{D}_{L0}$  — амплитуда индукции электрического поля,  $q$  — коэффициент поглощения света с левокруговой поляризацией,  $k$  — волновое число. В результате найдем

$$q^2 + 2ikq - k^2 = -\frac{\omega^2}{V_L^2} + i(1-\chi)\mu_a\sigma\omega. \quad (32)$$

Приравнявая действительные и мнимые части в уравнении (32), получим

$$q^2 - k^2 = -\frac{\omega^2}{V_L^2},$$

$$2kq = (1-\chi)\mu_a\sigma\omega.$$

Решая найденную систему алгебраических уравнений, имеем

$$q = \frac{\omega}{V_L} \sqrt{\frac{1}{2} \left( 1 + \frac{((1-\chi)\mu_a\sigma)^2 V_L^4}{\omega^2} - 1 \right)}, \quad (33)$$

$$k = \frac{\omega}{V_L} \sqrt{\frac{1}{2} \left( 1 + \frac{((1-\chi)\mu_a\sigma)^2 V_L^4}{\omega^2} + 1 \right)}, \quad (34)$$

В связи с тем, что уравнение для индукции электрического поля (28) полностью идентично уравнению для индукции магнитного поля (29), параметры  $q$  и  $k$  для этих полей одинаковы.

Видимый свет имеет достаточно высокую частоту  $\omega$ , поэтому в уравнениях (33) и (34) можно использовать приближенное равенство

$$\sqrt{1 + \frac{((1-\chi)\mu_a\sigma)^2 V_L^4}{\omega^2}} \approx 1 + \frac{((1-\chi)\mu_a\sigma)^2 V_L^4}{2\omega^2}. \quad (35)$$

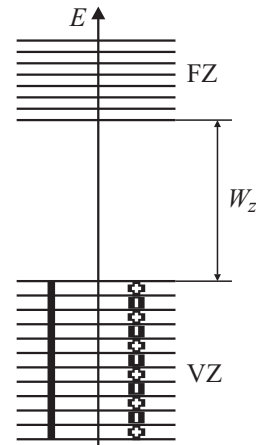


Рис. 3. Валентная ВЗ, запрещенная и свободная СЗ зоны в энергетической структуре кристалла.

В этом случае коэффициент поглощения равен

$$q = \frac{1}{2} (1-\chi)\mu_a\sigma V_L = \frac{1}{2} \mu_a\sigma V_0. \quad (36)$$

Заметим, что коэффициент поглощения  $q$  света круговой поляризации практически не зависит от параметра киральности вещества  $\chi$  или от удельного вращения  $\alpha$ .

Волновое число имеет величину

$$\begin{aligned} k &= \frac{\omega}{V_L} \sqrt{\left( 1 + \frac{((1-\chi)\mu_a\sigma)^2 V_L^4}{4\omega^2} \right)} \\ &\approx \frac{\omega}{V_L} \left( 1 + \frac{((1-\chi)\mu_a\sigma)^2 V_L^4}{8\omega^2} \right) \approx \frac{\omega}{V_L}. \end{aligned} \quad (37)$$

Используя формулу (36) и закон Бугера для интенсивности поглощения света в веществе в виде [7] с учетом  $I \sim D^2$ , имеем

$$I_L = I_{L0} \exp(-2qX) = I_{L0} \exp(-\mu_a\sigma V_0 X), \quad (38)$$

где  $I_{L0}$  — интенсивность света левокруговой поляризации, падающего на вещество,  $2q$  — показатель поглощения такого света.

Представляет интерес найти толщину вещества, обладающего круговым дихроизмом, на которой интенсивность света одной из круговых поляризаций уменьшается в  $e \approx 2.718$  раз. В соответствии с (38) эта толщина равна

$$X_e = \frac{1}{\mu_a\sigma V_0} = \frac{1}{\sigma} \sqrt{\frac{\varepsilon_a}{\mu_a}} = \frac{1}{\sigma} \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}}, \quad (39)$$

где  $\varepsilon_0$  и  $\mu_0$  — электрическая и магнитная постоянные, не зависящие от природы вещества,  $\varepsilon$  и  $\mu$  — относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости вещества.

Чем меньше величина  $X_e$ , тем лучше вещество подходит для создания кругового поляроида. Данное вещество не может быть ферромагнетиком, поэтому можно

принять относительную магнитную проницаемость вещества  $\mu \approx 1$ .

Большая величина удельной электропроводности вещества  $\sigma$  слабо коррелирует с необходимой прозрачностью вещества в видимой области. Действительно, для существования прозрачности, с точки зрения зонной теории, вещество должно обладать довольно большой запрещенной зоной  $W_z$  в своей энергетической структуре [7], рис. 3 (на рис. 3 величина  $E$  — энергия электрона).

В видимой области должно выполняться условие  $\hbar\omega < W_z$ , где  $\hbar$  — приведенная постоянная Планка. Но осуществление этого условия плохо коррелирует с переводом электронов под действие квантов света из валентной ВЗ в свободную зону СЗ, т.е. возникновению электронов проводимости вещества. Этот перевод может осуществляться только за счет температурного воздействия или ультрафиолетовой части спектра. Поэтому электропроводность материала не может быть большой.

Единственный путь уменьшения  $X_e$  — это использование вещества с небольшим показателем преломления, так как  $n \propto \sqrt{\epsilon}$ . С этой точки зрения попытки применения сегнетоэлектриков с большой относительной диэлектрической проницаемостью для создания круговых поляроидов вряд ли можно считать оправданными.

## Заключение

На основе представлений Френеля о механизме оптической активности проведен анализ возникновения кругового дихроизма с целью исследования возможности создания кругового поляроида.

Для этого найдена и использована упрощенная запись материальных уравнений оптически активной среды без перехода в комплексную область. На основе этих уравнений и уравнений Максвелла получена зависимость угла поворота плоскости поляризации от длины пути распространения линейно поляризованного света, показана зависимость удельного вращения от параметра киральности вещества.

Разработаны электродинамические принципы кругового дихроизма на основе представления об электропроводящих круговых структурах в веществе. Найдена зависимость показателя поглощения одной из круговых поляризаций в составе линейно поляризованного света от параметров вещества. Проведен анализ этих параметров, направленный на выявление возможности создания кругового поляроида.

## Список литературы

- [1] Крауфорд Ф. Волны. Берклевский курс физики. Т. 3. М.: Наука, 1976. С. 367.
- [2] Физический энциклопедический словарь / Под ред. А.М. Прохорова. М.: Советская энциклопедия, 1983. С. 316.
- [3] Джерасси К. Дисперсия оптического вращения. М.: Из-во иностранной литературы, 1962. С. 212.
- [4] Неганов В.А., Осипов О.В. Отражающие, волноведущие и излучающие структуры с киральными элементами. М.: Радио и связь, 2006. С. 11.
- [5] Осипов О.В., Волобуев А.Н. // Письма в ЖТФ. 2009. Т. 35. Вып. 16. С. 28–33.
- [6] Левич В.Г., Вдовин Ю.А., Мямлин В.А. Курс теоретической физики. Т. 2. М.: Физматлит, 1962. С. 102.
- [7] Волобуев А.Н. Основы медицинской и биологической физики. Самара; Самарский дом печати, 2011. С. 535, 541.