

05

Гистерезис в поведении длинного периодически модулированного джозефсоновского контакта в магнитном поле при немалых значениях параметра пиннинга

© М.А. Зеликман

Санкт-Петербургский политехнический университет им. Петра Великого,
194064 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: marzelik@mail.ru

(Поступило в Редакцию 14 июня 2015 г.)

На базе подхода, основанного на анализе непрерывного видоизменения конфигурации, протекающего в направлении уменьшения потенциала Гиббса, рассчитана кривая намагничивания длинного периодически модулированного джозефсоновского контакта при циклическом изменении внешнего магнитного поля для случая немалых значений параметра пиннинга I . Показано, что, в отличие от случая малых I , когда петля гистерезиса представляет собой часть некоторой универсальной кривой, части петель, соответствующие убыванию h в первом и втором квадрантах (и симметричные им), проходят ниже универсальной петли, причем степень отклонения растет с ростом параметра пиннинга I . На основе рассмотрения вихревых конфигураций проведен анализ свойств петель гистерезиса при различных амплитудах изменения магнитного поля.

Введение

В последние годы внимание теоретиков и экспериментаторов привлекает проблема проникновения магнитного поля в длинный периодически модулированный джозефсоновский контакт. С одной стороны, это связано с интересом к искусственным структурам такого типа [1], на которых могут быть проверены теоретические предсказания. С другой стороны, эта задача представляет собой модель, которой свойственны все процессы, имеющие место в сверхпроводящих образцах: выталкивание магнитного поля, возникновение вихрей, их пиннинг и все связанные с этим феномены, в частности, проникновение в контакт внешнего магнитного поля. Математически же эта задача существенно проще аналогичной задачи для трехмерного сверхпроводника. Она может быть решена достаточно точно, что позволяет рассчитать структуру вихрей, найти энергии и силы пиннинга, а также понять различные детали происходящих процессов.

Искусственный периодически модулированный джозефсоновский контакт (рис. 1, *a*) представляет собой тонкий слой диэлектрика (плоскость xz) между двумя сверхпроводниками, пересеченный параллельными друг другу бесконечными вдоль оси z полосами диэлектрика толщины $2l$ вдоль оси y и ширины d вдоль оси x , периодически расположенными вдоль оси x на расстоянии L друг от друга. Внешнее магнитное поле, а также оси вихрей направлены вдоль оси z . На рис. 1, *b* изображена структура искусственно создаваемого периодически модулированного джозефсоновского контакта [1]. На участках между полосами величина скачка фазы между сторонами контакта медленно меняется с координатой, в то время как при переходе через полосу она меняется скачком. Обозначим усредненное по k -му участку между

полосами значение скачка через φ_k (рис. 1, *a*). Пусть скачок фазы на ближайшем к границе контакта участке равен φ_1 и по мере продвижения внутрь φ_2, φ_3 и т.д. Распределение величин φ_k описывает установившееся токовое состояние.

В работах [2,3] рассчитаны распределения фаз, токов и магнитного поля в таком контакте при адиабатическом включении внешнего магнитного поля H_e . При достаточно малых значениях H_e у границы контакта возникает мейсснеровская конфигурация, когда величины φ_k убывают с ростом номера и равны нулю в глубине контакта. При этом магнитное поле, созданное приграничными токами, полностью компенсирует внешнее поле в глубине контакта. В работе [2] показано, что такая ситуация имеет место до тех пор, пока внешнее

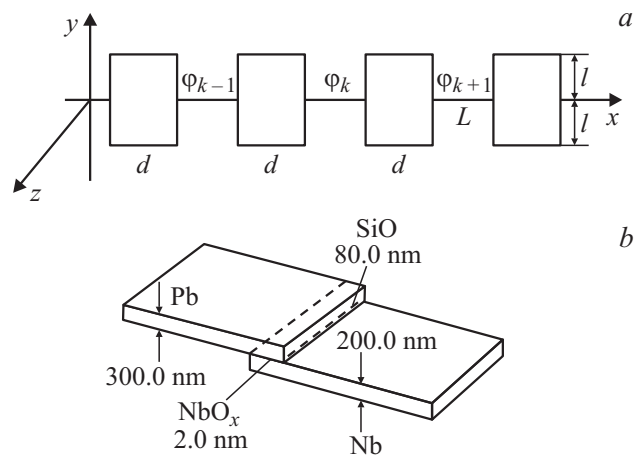


Рис. 1. (а) Модель периодически модулированного джозефсоновского контакта. (б) Структура искусственно созданного периодически модулированного джозефсоновского контакта.

поле не достигнет некоторого максимально возможного значения H_s , причем вплоть до этого значения поля мейсснеровское состояние является устойчивым. При полях, больших H_s , в контакт начинают проникать вихри.

В работах [3–6] показано, что характер вихревой картины зависит от величины так называемого параметра пиннинга I , определение которого будет дано далее. При малых значениях I ситуация такая же, как при нулевом пиннинге, т.е. при превышении внешним полем некоторого значения $H_{\max} > H_s$ вихри заполняют сразу весь контакт от его границы до бесконечности. При больших же значениях I вихри с ростом поля постепенно продвигаются от границы внутрь контакта, а магнитное поле в глубине контакта остается равным нулю. В работе [4] на базе подхода, развитого в нелинейной физике [5], показано, что существует критическое значение параметра пиннинга $I_C = 0.9716$, разделяющее эти два режима. При $I > I_C$ при любом внешнем поле может существовать приграничная токовая конфигурация конечной длины, обеспечивающая полную компенсацию поля внутри контакта вдали от границы.

В работе [3] профиль магнитного поля внутри контакта в случае $I > I_C$ рассчитан на базе подхода, основанного на анализе непрерывного видоизменения конфигурации, протекающего в направлении уменьшения потенциала Гиббса. При увеличении внешнего магнитного поля происходит непрерывная трансформация устанавливающегося распределения токов. При этом в каких-то участках конфигурации токи убывают, в каких-то возрастают, т.е. вихри не ведут себя как заталкиваемые полем внутрь жесткие частицы, а как бы „втекают“ внутрь контакта. Предложенный алгоритм позволяет найти ту конфигурацию, в которую переходит мейсснеровское состояние при малом превышении внешним полем значения H_s , и проследить ее развитие при дальнейшем увеличении поля. Компьютерный численный расчет [3] показал, что существует критическое значение параметра пиннинга I_C в интервале 0.95–1.00, разделяющее два возможных режима проникновения в контакт магнитного поля. Этот результат находится в полном согласии с предсказаниями [4].

При $I > I_C$ при любом значении внешнего поля возникает приграничная токовая структура конечной длины, полностью компенсирующая внешнее поле в глубине контакта. В [3] проведено подробное исследование этого случая. Если же $I < I_C$, то такая приграничная структура может существовать лишь до значения внешнего поля $H_{\max}(I)$. При $H_e > H_{\max}$ поле проникает в среду на бесконечную глубину. В работе [6] детально анализируется полученная при монотонном увеличении внешнего магнитного поля начальная кривая намагничивания длинного контакта для случая малых значений параметра пиннинга. В [7] рассчитана петля гистерезиса для намагниченности такого контакта при циклическом изменении внешнего магнитного поля для случая $I = 0.9$.

Целью настоящей работы является расчет кривой намагничивания и исследование гистерезиса в длинном контакте при циклическом изменении магнитного поля для случая $I > I_C$. Сначала будем увеличивать внешнее магнитное поле H_e . До значения поля H_s реализуется мейсснеровское решение. При $H_s < H_e < H_{\max}$ возникает приграничная последовательность вихрей, полностью компенсирующая внешнее поле в глубине контакта. Дойдя до некоторого значения поля H_a , начнем отслеживать развитие ситуации при его уменьшении. Достигнув значения $-H_a$, снова начнем увеличивать поле. Таким способом будет исследован весь цикл.

Мейсснеровская конфигурация

В каждой ячейке должно быть выполнено условие квантования флюксоида

$$2\pi\Phi_m/\Phi_0 + \varphi_m - \varphi_{m+1} = 0, \quad (1)$$

где φ_m — скачок фазы на соответствующем джозефсоновском контакте, Φ_0 — квант магнитного потока, Φ_m — полный магнитный поток через m -ю ячейку ($m \leq 1$), в рассматриваемой геометрии равный

$$\begin{aligned} \Phi_m &= \mu_0 H S = \mu_0 S \left(\sum_{k=1}^m j_k L - H_e \right) \\ &= \mu_0 L S j_C \sum_{k=1}^m \sin \varphi_k - \Phi_e, \end{aligned} \quad (2)$$

где j_C — критическая плотность тока, H_e и Φ_e — соответственно напряженность внешнего магнитного поля и его магнитный поток через ячейку площадью $S = 2ld$. Подставив (2) в (1) для различных m и вычтя из уравнения для $(m-1)$ -го контакта уравнение для m -го, получим следующую систему разностных уравнений:

$$\varphi_{m+1} - 2\varphi_m + \varphi_{m-1} = I \sin \varphi_m \quad (m \leq 2), \quad (3)$$

где $I = 2\pi\mu_0 L S j_C / \Phi_0$ — так называемый параметр пиннинга.

В качестве граничных условий к (3) используем стремление к нулю φ_m при стремлении m к бесконечности, а также условие (1) для $m = 1$:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -I \sin \varphi_1 + 2\pi h, \quad (4)$$

где $h = H_e / H_0$ — нормированная напряженность внешнего поля, $H_0 = \Phi_0 / \mu_0 S$ — значение внешнего поля, при котором через каждую ячейку площадью S проходит 1 квант магнитного потока Φ_0 .

Найдем точное решение системы (3). Представим ее в виде рекуррентного закона

$$\varphi_{m+1} = 2\varphi_m - \varphi_{m-1} + I \sin \varphi_m \quad (m \geq 2). \quad (5)$$

Задаваясь значениями φ_1 , будем численно искать соответствующие им возможные значения φ_2 , при которых

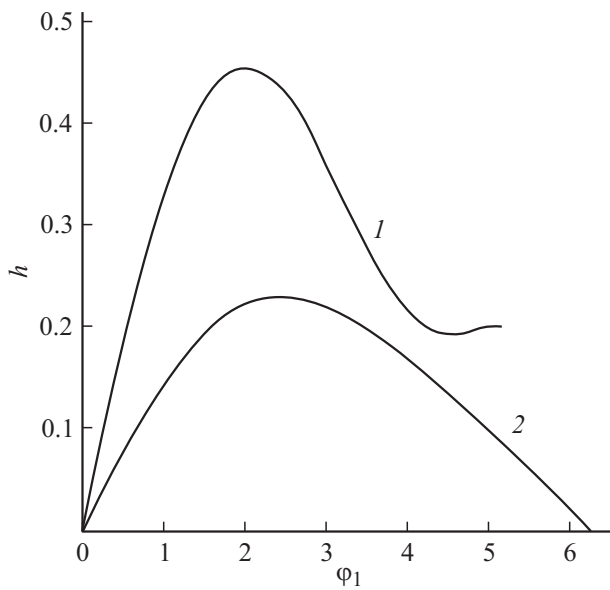


Рис. 2. Зависимость нормированной напряженности внешнего магнитного поля от скачка фазы на участке, ближайшем к границе контакта, для $I = 1.6$ — кривая 1 и $I = 0.5$ — кривая 2.

существует решение в виде монотонно убывающей с ростом m комбинации значений φ_m . Далее из уравнения (4) найдем соответствующее полученному решению значение нормированной напряженности внешнего магнитного поля h . На рис. 2 приведены полученные в [3] графики зависимости $h(\varphi_1)$ для некоторых значений I . Начальный участок кривой до максимума соответствует мейсснеровскому режиму. Максимально возможное значение h_s соответствует величине магнитного поля H_s , выше которой мейсснеровское решение отсутствует. Развитие ситуации при дальнейшем увеличении поля будем исследовать на базе анализа потенциала Гиббса системы.

Методика вычислений

Рассмотрим конфигурацию, в которой скачки фазы φ_m в контактах с $m > N + 1$ равны нулю. По мере роста внешнего поля и увеличения толщины приграничного слоя величина N может выбираться сколь угодно большой, поэтому это условие не ограничивает общность задачи. Потенциал Гиббса такой конфигурации высотой в $1 m$ записывается в виде [2]

$$G = E - \int BHdV = \frac{\Phi_0^2}{2\pi^2\mu_0S} \times \left[\sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{2}(\varphi_{i+1} - \varphi_i)^2 + I(1 - \cos \varphi_i) \right) - 2\pi\varphi_1 h \right]. \quad (6)$$

При выводе (6) мы учли, что в рассматриваемой геометрии термодинамическая напряженность магнитного

поля H во всех точках одинакова и равна напряженности внешнего поля H_e , а также воспользовались соотношениями (1) при $\varphi_{N+2} = 0$. Тогда

$$\int BHdV = H_e \sum_i \Phi_i = \frac{H_e \Phi_0}{2\pi} \sum_{i=1}^N (\varphi_i - \varphi_{i+1}) = \frac{H_e \Phi_0}{2\pi} \varphi_1.$$

Будем трактовать величину G как высоту (или потенциальную энергию) горного рельефа, заданного на многомерном множестве координат. Установившиеся при каком-либо значении внешнего поля h конфигурации соответствуют минимумам энергии (впадинам) в этом рельефе. Если h скачком увеличится на какую-то малую величину, это приведет к некоторому видоизменению рельефа, в результате чего конфигурация (набор координат), соответствовавшая минимуму прежнего рельефа, теперь окажется на склоне нового. Дальнейшее изменение формы этой конфигурации можно рассматривать как „скатывание“ по новому рельефу с уменьшением „потенциальной энергии“. Пусть этот процесс происходит как результат большого количества маленьких шагов. Логично предположить, что в каждой „точке“ скатывание происходит вдоль линии наибоьстрейшего спуска, т. е. вдоль градиента функции G . Это значит, что при каждом шаге все „координаты,, φ_i получают приращение, пропорциональные соответствующей проекции градиента:

$$\Delta\varphi_i = - \frac{\partial G}{\partial \varphi_i} \delta,$$

где δ — малый постоянный множитель, задающий величину шага. Далее вычисляем все $\partial G/\partial \varphi_i$ в новой точке, т. е. при новых значениях φ_i , и производим следующий шаг. Эта процедура повторяется до тех пор, пока не придем к новой устойчивой конфигурации, находящейся во впадине рельефа, соответствующего заданному h .

Перед тем как записать выражения для $\partial G/\partial \varphi_i$, учтем граничное условие равенства нулю магнитного поля в глубине контакта. Его можно записать в виде

$$I \sum_{m=1}^{N+1} \sin \varphi_m = 2\pi h. \quad (7)$$

Условие (7) можно трактовать как задание φ_{N+1} в виде функции всех остальных φ_m :

$$\varphi_{N+1} = \arcsin \left(2\pi h/I - \sum_{i=1}^N \sin \varphi_i \right), \quad (8)$$

что следует учитывать при вычислении производных $\partial G/\partial \varphi_i$. Тогда выражения для „проекции градиента“ G имеют вид

$$\frac{\partial G}{\partial \varphi_i} = 2\varphi_i - \varphi_{i-1} - \varphi_{i+1} + I \sin \varphi_i - \frac{\partial G}{\partial \varphi_{N+1}} \frac{\cos \varphi_i}{\cos \varphi_{N+1}} \quad (2 \leq i \leq N), \quad (9a)$$

$$\frac{\partial G}{\partial \varphi_1} = \varphi_1 - \varphi_2 + I \sin \varphi_1 - 2\pi h - \frac{\partial G}{\partial \varphi_{N+1}} \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_{N+1}}, \quad (9b)$$

$$\frac{\partial G}{\partial \varphi_{N+1}} = \varphi_{N+1} - \varphi_N + I \sin \varphi_{N+1}. \quad (9c)$$

В качестве начальной точки для этого алгоритма возьмем точку на границе мейсснеровского режима H_s , т.е. решение системы (5) для такого φ_1 , при котором h равно своему максимальному значению h_s . Дадим h какое-то небольшое приращение Δh и предоставим возможность „точке“ двигаться по „линии наискорейшего спуска“, как это объяснялось выше. В смысле программирования это означает задать цикл, в каждом шаге которого новые значения φ_m при $1 \leq m \leq N$ вычисляются по формуле

$$\varphi_m = \varphi_m - \frac{\partial G}{\partial \varphi_m} \delta$$

с учетом (7), а φ_{N+1} — по (8). В конце концов, придем к конфигурации, в которой все производные $\partial G/\partial \varphi_i$ обратятся в нуль, т.е. будут выполнены условия (3). Это и есть искомая устойчивая равновесная конфигурация, соответствующая $h = h_s + \Delta h$. Далее, начиная от этой конфигурации, можно дать новое приращение Δh и т.д. До значения $h = h_a$ знак δ положительный, а далее отрицательный. Так можно исследовать распределение скачков фазы φ_i , а значит, токов и магнитных полей внутри контакта во всем диапазоне изменения внешнего поля.

Результаты расчетов, их интерпретация и анализ

Критическое значение параметра пиннинга I_C определялось в работах [4–6] и оказалось равным 0.9716. В работе [7] для исследования было выбрано значение $I = 0.9 < I_C$. Теперь рассмотрим значения $I > I_C$, а именно $I = 1.2$ ($h_s = 0.377$) и $I = 1.5$ ($h_s = 0.432$).

Компьютерные расчеты полностью подтвердили возможность использования предложенного алгоритма для расчета проникновения поля в контакт. Действительно, постепенным увеличением значения h от h_s удается проследить последовательное изменение конфигурации токов, причем при каждом h найденные конфигурации удовлетворяют условиям (3). Расчет при любом значении внешнего поля h (которое является постоянным параметром на каждом этапе расчета) приводит к приграничной конфигурации конечной длины. Глубина проникновения увеличивается с ростом параметра h .

Полученную конфигурацию φ_m можно интерпретировать как последовательность вихрей, проникших в контакт. Согласно (1), магнитное поле внутри m -й ячейки может быть вычислено по формуле

$$h_m = (\varphi_{m+1} - \varphi_m)/2\pi. \quad (10)$$

Из аналогии с вихрями в длинном джозефсоновском контакте без пиннинга [8] следует, что центры вихрей находятся в ячейках с максимальными значениями h_m . При

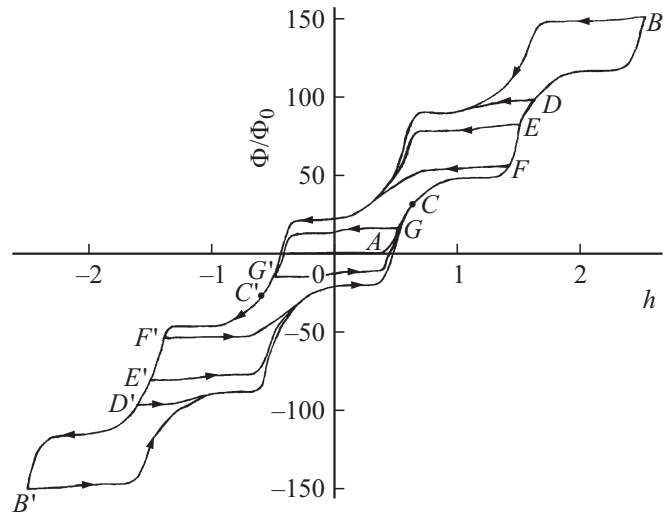


Рис. 3. Зависимость нормированного магнитного потока Φ/Φ_0 через контакт от внешнего поля h для $I = 1.2$. Буквами обозначены точки разворота. В точке C' распределение в точности совпадает с распределением в точке C , отличаясь лишь знаком.

этом анализ распределения скачков фазы φ_m показывает, что это те ячейки, в которых φ_m впервые превосходят значения $2\pi k + \pi$ (k — целое число). Отсюда следует, что для трактовки картины как последовательности вихрей нужно каждый раз, как только φ_m превосходит π , вычитать из него целое число раз по 2π так, чтобы все $|\varphi_m| < \pi$. При этом количество вычитенных 2π равно числу квантов магнитного потока в соответствующем вихре. Характер вихревых последовательностей при монотонном увеличении магнитного поля для случая $I > I_C$ подробно исследовался в [3]. Настоящее исследование позволяет найти вид этих последовательностей при циклическом изменении внешнего поля.

В работе [7] анализировалась магнитная индукция, равная отношению полного магнитного потока к площади контакта. В рассматриваемом случае этот подход непригоден, так как площадь контакта бесконечна, а поток конечен и сосредоточен в приграничной области. Поэтому будем исследовать зависимость от внешнего поля h величины нормированного на Φ_0 магнитного потока через контакт, равной, согласно (1), $\varphi_1/2\pi$.

Рассмотрим случай $I = 1.2$ (рис. 3). При монотонном увеличении внешнего поля от нуля получаем „основную“ кривую, совпадающую с осью абсцисс до точки A . Для построения петли гистерезиса сделаем разворот в точке B ($h = 2.5$) и начнем уменьшать напряженность внешнего поля. В точке C' ($h \approx -0.6$) распределение φ_m в точности совпадает с распределением в точке C , отличаясь лишь знаком. Это значит, что дальнейший ход кривой от C' будет повторять ее форму от C до C' и завершится в точке C . Полученная петля $C-B-C'-B'-C$ повторяется при периодическом изменении h с амплитудой 2.5. Будем называть ее универсальной.

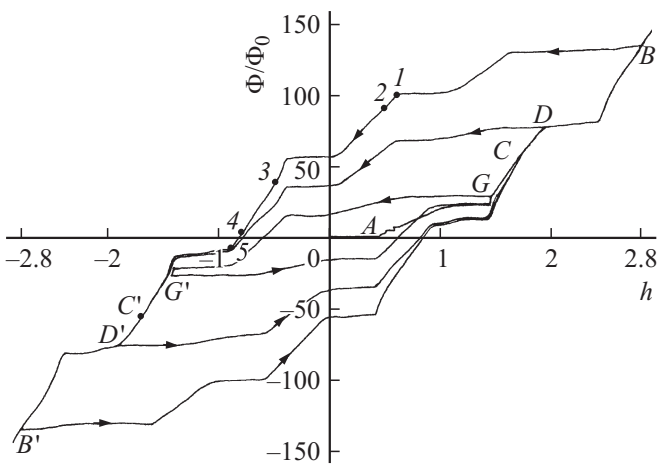


Рис. 4. Зависимость нормированного магнитного потока Φ/Φ_0 через контакт от внешнего поля h для $I = 1.5$. Буквами обозначены точки разворота. Цифрами от 1 до 5 отмечены точки, в которых анализируются вихревые последовательности. В точке C' распределение φ_m в точности совпадает с распределением в точке C , отличаясь лишь знаком.

Если разворот производить в точке D ($h = 1.6$), то выход на универсальную петлю происходит при $h \approx 1$, а далее движение происходит уже по ней. Аналогично ведут себя кривые при развороте в точках E и F . Отметим, что точное совпадение этих кривых с универсальной петлей происходит только при значениях $h \approx 0.20-0.25$.

Особо отметим кривую, начинающуюся в точке G . Она везде проходит ниже универсальной петли, не сливаясь с нею. Однако в ее крайней левой точке ($h = -0.5$) распределение скачков фазы в точности совпадает с их распределением в правой точке ($h = 0.5$), что позволяет построить петлю симметричным образом.

На рис. 4 представлены аналогичные зависимости для случая $I = 1.5$.

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы.

1) Универсальная кривая обладает периодичностью по обеим осям: по внешнему полю период равен I , а по магнитному потоку период зависит от размеров контакта.

2) Участки обратного хода универсальной петли представляют собой перевернутые и направленные в противоположную сторону участки прямого хода. Иными словами, верхняя часть петли симметрична нижней относительно начала координат.

3) При любых значениях h_a части петель, соответствующие увеличению h в первом квадранте (и симметричные им), лежат на универсальной кривой (за исключением петель с амплитудой h_a меньше или примерно равной h_s).

4) Части петель, соответствующие убыванию h в первом и втором квадрантах (и симметричные им), проходят ниже универсальной петли, причем степень отклонения растет с ростом параметра пиннинга I .

5) Вершины петель лежат на основной кривой.

Главное отличие от случая малых значений параметра пиннинга ($I < I_c$), рассмотренного в [7], заключается в пункте 4. При величинах I , незначительно превышающих I_c , все петли, за исключением коротких участков на их концах, лежат на универсальной кривой (рис. 3), аналогично тому, как это происходит при $I < I_c$ [7]. Но с ростом I отклонения от нее заметно растут (рис. 4).

Для анализа причин наблюдаемых особенностей нужно принимать во внимание вид вихревых последовательностей на разных участках кривых. Рассмотрим кривые для $I = 1.5$ (рис. 4). В приводимых далее последовательностях цифры обозначают величины флюксоида в ячейках, начиная от границы. На начальном участке от начала координат до $h = 0.432$, совпадающем с осью абсцисс, имеет место эффект Мейсснера, т. е. вихрей нет (...0000). Далее начинается подъем, соответствующий образованию вихрей вблизи границы контакта.

Наклонный участок кривой описывает уплотняющуюся с ростом поля последовательность вихрей, содержащих единичный флюксоид. Выход кривой на горизонталь связан с образованием вблизи границы целого ряда вихрей в соседних ячейках, что снова соответствует мейсснеровской конфигурации, но уже с единичным флюксоидом во всех ячейках. Резкий подъем после горизонтального участка объясняется возникновением вихрей с двойным флюксоидом. Далее все происходит по той же схеме, то есть образуются вихри с тройным, четверным и т. д. флюксоидами.

При уменьшении внешнего поля происходят аналогичные перестройки вихревых последовательностей. На горизонтальных участках происходит постепенное увеличение числа одинаковых вихрей около границы в соседних ячейках, что соответствует мейсснеровской конфигурации, например, в точке 1 ($h = 0.6$) последовательность вихрей такова (граница контакта находится справа):

$$\dots 1121211211211121111.$$

При дальнейшем уменьшении поля часть вихрей покидает контакт. В точке 2 ($h = 0.5$) имеем

$$\dots 21112111110111011011.$$

Далее при движении по наклонной части графика продолжается уход вихрей из контакта. При $h = 0$ начинается новый мейсснеровский (горизонтальный) участок, в конце которого ($h = -0.4$) ряд вихрей имеет вид

$$\dots 010010100100100010000.$$

На следующем наклонном участке в контакт начинают проникать вихри противоположной ориентации. Например, в точке 3 ($h = -0.5$) имеем

$$\dots 01000100000-1000-100-100.$$

В глубине еще остаются вихри с двойным флюксоидом.

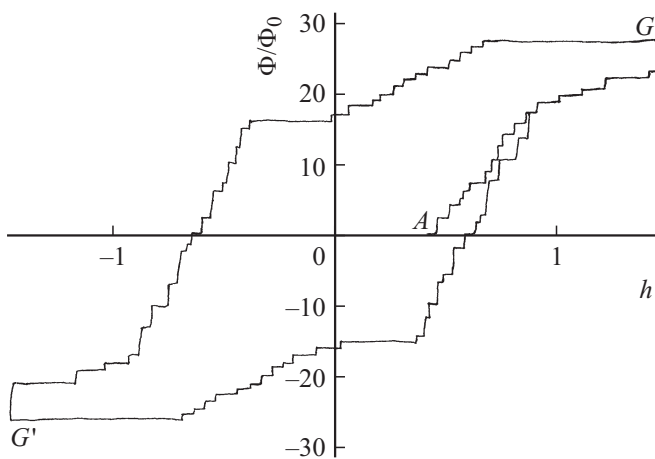


Рис. 5. Часть основной кривой намагничивания и петля гистерезиса, соответствующая повороту в точках G и G' на рис. 4.

Далее процесс проникновения отрицательных вихрей продолжается, при этом они постепенно уничтожают положительные вихри в глубине. При $h = -0.8$ (точка 4) вихри с двойным флюксоидом уже отсутствуют во всем контакте. При $h = -0.9$ (точка 5) начинается следующий мейсснеровский участок с отрицательным единичным флюксоидом. Положительные вихри продолжают существовать внутри контакта вплоть до точки C' ($h = -1.7$), при котором распределение фаз становится в точности таким, как в точке C ($h = 1.7$) — с противоположным знаком.

Отметим, что кривые на рис. 3 и 4 сглажены. Если изображать детали, то эти кривые не являются гладкими. Поскольку изменения потока через контакт связаны с изменением количества вихрей в нем, то вся зависимость имеет лестничную структуру. На рис. 5 приведены часть основной кривой намагничивания и петля гистерезиса, соответствующая повороту в точках G и G' на рис. 4. Хорошо виден ступенчатый характер кривых.

Заключение

На базе подхода, основанного на анализе непрерывного видоизменения конфигурации, протекающего в направлении уменьшения потенциала Гиббса, рассчитана кривая намагничивания длинного периодически модулированного джозефсоновского контакта при циклическом изменении внешнего магнитного поля для случая немалых значений параметра пиннинга I .

Показано, что в отличие от случая малых I , когда петля гистерезиса представляет собой часть некоторой универсальной кривой, части петель, соответствующие убыванию в первом и втором квадрантах (и симметричные им), проходят ниже универсальной петли, причем степень отклонения растет с ростом параметра пиннинга I .

На основе рассмотрения вихревых конфигураций проведен анализ свойств петель гистерезиса при различных амплитудах изменения магнитного поля.

Список литературы

- [1] Golubov A.A., Serpuchenko I.L., Ustinov A.V. // Sov. Phys. JETP. 1988. Vol. 67. P. 1256.
- [2] Зеликман М.А. // ЖТФ. 2007. Т. 77. Вып. 10. С. 68–74.
- [3] Зеликман М.А. // ЖТФ. 2009. Т. 79. Вып. 2. С. 36–42.
- [4] Dorogovtzev S.N., Samuhin A.N. // Europhys. Lett. 1994. Vol. 25. P. 693–698.
- [5] Заславский Г.М., Сагдеев Р.З. Введение в нелинейную физику. М.: Наука, 1988.
- [6] Зеликман М.А. // ЖТФ. 2009. Т. 79. Вып. 12. С. 19–25.
- [7] Зеликман М.А. // ЖТФ. 2015. Т. 85. Вып. 9. С. 39–44.
- [8] Кулик И.О., Янсон И.К. Эффект Джозефсона в сверхпроводящих туннельных структурах. М.: Наука, 1970.