

09,12,13

Особенности гибридизации экситонов Френкеля и Ванье–Мотта в микрорезонаторе

© О.А. Дубовский, В.М. Агранович

Институт спектроскопии РАН,
Москва, Троицк, Россия

E-mail: agran@isan.troitsk.ru

(Поступила в Редакцию 8 декабря 2015 г.)

Исследуются поляритонные состояния в микрорезонаторе, где энергии экситона Френкеля в органической квантовой яме и полупроводникового экситона Ванье–Мотта в неорганической квантовой яме близки к оптической моде микрорезонатора. Показано, что взаимодействие каждого из таких экситонов с оптической модой микрорезонатора приводит к взаимодействию этих экситонов между собой и к образованию взаимно связанных гибридных возбуждений. Изучено влияние расположения квантовых ям в микрорезонаторе на спектры гибридных состояний различной поляризации.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант НК 14-29-07132/15).

1. Введение

Развитию оптоэлектроники содействовало создание гибридных структур, содержащих в квантовых ямах взаимодействующие неорганические и органические кристаллические материалы [1–7]. Однако взаимодействие экситонов из соседних квантовых ям является значительным только в структурах с исключительно малым расстоянием между квантовыми ямами. В связи с этим, представляет интерес исследование гибридных структур и в микроэвита. В этом случае даже удаленные друг от друга квантовые ямы с экситонами Френкеля и Ванье–Мотта взаимодействуют с фотонами микроэвита, что приводит к непосредственному взаимодействию этих экситонов. Впервые изучение свойств микроэвита с экситонами Френкеля и Ванье–Мотта было рассмотрено в [1]. В последнее время в [2] проведены экспериментальные исследования дисперсионных зависимостей поляритонных состояний в микроэвита с квантовыми ямами — органическими лестничными молекулами фенилена (oligo (p-phenylene)) в слое полимерной матрицы и неорганическими квантовыми ямами — эпитаксиальными слоями ZnMgO. В этой работе восстановленные по спектрам отражения света дисперсионные зависимости демонстрируют обнаруженные в [1] гибридные состояния с расщеплением пересекающихся дисперсионных зависимостей несвязанных состояний и образованием „узкого горла“. Экспериментальная реализация идеи, предложенной в [1], была проведена в ряде опубликованных работ [8–17] для органических квантовых ям, взаимодействующих с III–IV полупроводниковыми квантовыми ямами. Например, сильная связь в квантовых ямах использовалась в [15] для смешивания электронных возбуждений двух J — агрегатов молекулярных красителей.

В [1] исследовалась система двух квантовых ям только вблизи центра микрорезонатора на расстоянии $d \ll \lambda$,

меньшем длины волны колебаний с поляризацией, параллельной стенкам микрорезонатора. Поэтому представляет интерес обобщение результатов работы [1] применительно к системам микрорезонаторов с различными расположениями квантовых ям и различной поляризацией, определение смещения гибридных дисперсионных кривых при изменении позиций квантовых ям. В настоящей работе рассмотрен случай различного расположения в микрорезонаторе двух квантовых ям — одной для органического материала с экситонами Френкеля и второй для неорганического материала с экситонами Ванье–Мотта. В разд. 2–4 приведены основные уравнения, получено дисперсионное уравнение и проведен анализ дисперсионных зависимостей гибридных состояний. В разд. 5 приведены зависимости от частоты интенсивности возбуждения гибридных состояний. В разд. 6 получены дисперсионные уравнения и представлены дисперсионные зависимости гибридных состояний с ортогональной и квазипродольной к плоскостям микроэвита поляризации.

2. Основные уравнения

На рис. 1 представлен микрорезонатор с шириной L двух разделенных кристаллических плоскостей, в которых генерируются экситоны Ванье–Мотта (ЭВМ) (сплошная линия, WM) и экситоны Френкеля (ЭФ) (штриховая линия, F). Мы вводим координату $z = d_1$ для плоскости квантовой ямы с ЭВМ и координату $z = d_2 < d_1$ для плоскости квантовой ямы с ЭФ. Предполагаем, что диэлектрические проницаемости ϵ и $\bar{\epsilon}$ сред внутри и вне микрорезонатора — постоянные величины.

Будем полагать, как и в [1], что в микрорезонаторе электрическое поле с частотой ω поляризовано ортогонально к плоскости рисунка в направлении оси y . Волновой вектор гибридных состояний k направлен в плос-

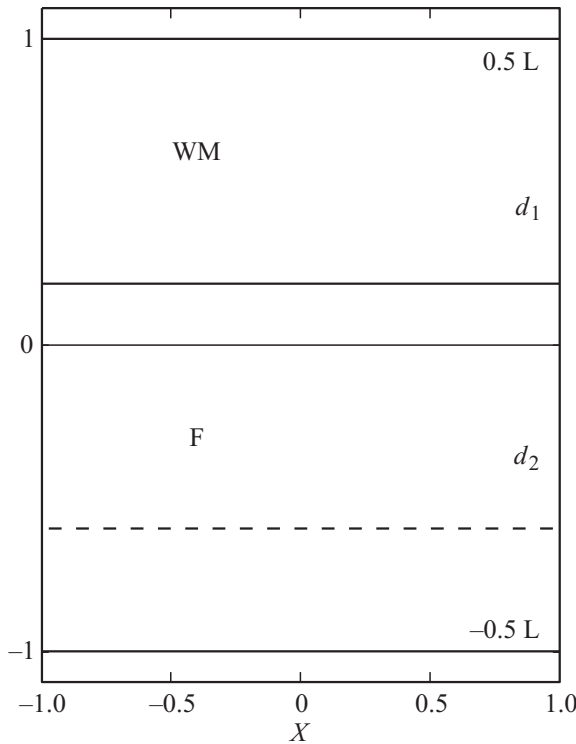


Рис. 1. Общая схема расположения в микрорезонаторе кристаллических плоскостей с ЭВМ и ЭФ.

кости рис. 1 вдоль оси x . Выделим область I ($z > L/2, \bar{\epsilon}$) с диэлектрической проницаемостью $\bar{\epsilon}$ вне микрорезонатора и область II ($d_1 < z < L/2, \epsilon$) с диэлектрической проницаемостью ϵ микрорезонатора. Аналогичным образом выделяются области III ($d_2 < z < d_1, \epsilon$), IV ($-L/2 < z < d_2, \epsilon$) и V ($z < L/2, \bar{\epsilon}$). В областях I, II, III, IV, V электрические поля могут быть представлены в следующем виде:

$$E_I = A_0 e^{iq[z-(L/2)]}, \quad E_{II} = A_1 e^{i\beta z} + A_2 e^{-i\beta z}, \quad (1)$$

$$E_{III} = A_3 e^{i\beta z} + A_4 e^{-i\beta z}, \quad E_{IV} = A_5 e^{i\beta z} + A_6 e^{-i\beta z},$$

$$E_V = A_7 e^{-iq[z+(L/2)]}.$$

В (1) z -компонента волнового вектора электрического и магнитного полей вне микрорезонатора определяется равенством $q = \sqrt{\bar{\epsilon}(\omega/c)^2 - k^2}$, и z -компонента волнового векторов внутри микрорезонатора — $\beta = \sqrt{\epsilon(\omega/c)^2 - k^2}$. Условия непрерывности электрического и магнитного полей на границах разделов областей I–II и IV–V определяют соотношения амплитуд A_1, A_2 и A_5, A_6

$$A_1 = -rA_2, \quad A_6 = -rA_5, \quad r = r(\omega) = \frac{q + \beta}{q - \beta} e^{-i\beta L}, \quad (2)$$

где r — обратная величина коэффициента отражения Френеля. Два условия непрерывности амплитуд электрических полей E_1 и E_2 в плоскости 1 с ЭВМ и в

плоскости 2 с ЭФ определяют следующие соотношения полей $E_{1,2}$ и амплитуд $A_{1,2,3,4}$:

$$E_1 = A_1 e^{i\beta d_1} + A_2 e^{-i\beta d_1} = A_3 e^{i\beta d_1} + A_4 e^{-i\beta d_1},$$

$$E_2 = A_5 e^{i\beta d_2} + A_6 e^{-i\beta d_2} = A_3 e^{i\beta d_2} + A_4 e^{-i\beta d_2}. \quad (3)$$

Поля E_1 и E_2 , в отличие от случая, рассмотренного в [1], могут различаться. Из системы линейных уравнений (2) и (3) непосредственно следуют определения амплитуд $A_{1,2,3,4}$ как функций полей $E_{1,2}$.

Два условия непрерывности магнитных полей ($H_x = (ic/\omega)(\partial E_y/\partial z)$) в плоскости 1 (II–III) и плоскости 2 (IV–V) с включением дипольных моментов $P_{1,2}$ для ЭВМ и ЭФ имеют вид следующих двух уравнений

$$(A_1 e^{i\beta d_1} - A_2 e^{-i\beta d_1}) - (A_3 e^{i\beta d_1} - A_4 e^{-i\beta d_1}) = 4\pi i \beta^{-1} (\omega/c)^2 P_1,$$

$$(A_3 e^{i\beta d_2} - A_4 e^{-i\beta d_2}) - (A_5 e^{i\beta d_2} - A_6 e^{-i\beta d_2}) = 4\pi i \beta^{-1} (\omega/c)^2 P_2. \quad (4)$$

Зависимости дипольных моментов $P_{1,2}$ от полей $E_{1,2}$ с использованием поляризуемости $\chi_{1,2}(\omega, k)$ определяются соотношениями $P_{1,2} = \chi_{1,2}(\omega, k) E_{1,2}$. Подставляя в (4) эти зависимости и зависимости амплитуд $A_{1,2,3,4}$ как функции полей $E_{1,2}$ из (3), получаем систему двух связанных уравнений для полей $E_{1,2}$

$$\left[S_1(\omega, k) - B(\omega) - 4\pi i \beta^{-1} \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \chi_1(\omega, k) \right] E_1 + C(\omega) E_2 = 0,$$

$$\left[S_2(\omega, k) - B(\omega) - 4\pi i \beta^{-1} \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \chi_2(\omega, k) \right] E_2 + C(\omega) E_1 = 0. \quad (5)$$

В (5) функции $S_{1,2}(\omega, k), B(\omega)$ и $C(\omega)$ имеют следующий вид:

$$S_1(\omega, k) = \frac{-[r(\omega, k)e^{i\beta d_1} + e^{-i\beta d_1}]}{[-r(\omega, k)e^{i\beta d_1} + e^{-i\beta d_1}]},$$

$$S_2(\omega, k) = \frac{-[r(\omega, k)e^{-i\beta d_2} + e^{i\beta d_2}]}{[-r(\omega, k)e^{-i\beta d_2} + e^{i\beta d_2}]},$$

$$B(\omega) = -i \operatorname{ctg}[\beta(d_1 - d_2)],$$

$$C(\omega) = -i [\sin[\beta(d_1 - d_2)]]^{-1}. \quad (6)$$

Решения системы двух связанных уравнений (5) и дают дисперсионные зависимости для трех связанных возбуждений.

3. Дисперсионное уравнение и его анализ

Рассмотрим предельный случай больших $\bar{\epsilon}$ при полном внутреннем отражении собственных оптических колебаний микрорезонатора от границ. Электрическое поле этих оптических колебаний $E_{\Pi} = 2A_1 \cos(\beta z)$ равно нулю на двух границах при $\beta L = \pi, 3\pi \dots (2n + 1)\pi, \dots$. Первая ветвь собственных оптических колебаний микрорезонатора в этой серии с $\beta L = \pi$ имеет частоту $\Omega = \Omega(k) = (c/\sqrt{\epsilon})\sqrt{(\pi/L)^2 + k^2}$. При этом величина $r \approx \exp(i\beta L) = -1$. При таком значении величины r система уравнений (6) вырождается и дает указанные собственные волны микрокэвити. Используем, как и в [1], разложение r по малым отклонениям от частоты с соответствующим коэффициентом $\partial r/\partial \omega$

$$r = -1 + \left(\frac{\partial r}{\partial \omega}\right)(\omega - \Omega), \quad \left(\frac{\partial r}{\partial \omega}\right) = i\Delta, \quad \Delta = \frac{L\omega\epsilon}{\beta c^2}. \quad (7)$$

В этом приближении функции $S_1(\omega)$ и $S_2(\omega)$ имеют следующее представление:

$$S_1(\omega, k) = S_1^{(0)} - \frac{i\Delta(\omega - \Omega)}{2[\cos(\beta d_1)]^2}, \quad S_1^{(0)} = i \operatorname{tg}(\beta d_1),$$

$$S_2(\omega, k) = S_2^{(0)} - \frac{i\Delta(\omega - \Omega)}{2[\cos(\beta d_2)]^2}, \quad S_2^{(0)} = -i \operatorname{tg}(\beta d_2). \quad (8)$$

Для входящих в (9) величин $S_{1,2}^{(0)}(\omega) - B(\omega)$ с использованием (6) получаем соотношения

$$S_1^{(0)}(\omega) - B = i \frac{\cos(\beta d_2)}{\cos(\beta d_1) \sin[\beta(d_1 - d_2)]}, \quad (9)$$

$$S_2^{(0)}(\omega) - B = i \frac{\cos(\beta d_1)}{\cos(\beta d_2) \sin[\beta(d_1 - d_2)]}.$$

Подстановка (9) в (5) приводит дисперсионное уравнение к виду

$$\Delta(\omega - \Omega) + 4\pi\beta^{-1} \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 (c_1^2 \chi_1(\omega) + c_2^2 \chi_2(\omega)) - s\Phi_1(\omega)\Phi_2(\omega) = 0, \quad (10a)$$

$$\Phi_{1,2}(\omega) = c_{1,2}^{-1} \left[\left(\frac{1}{2}\right)\Delta(\omega - \Omega) + 4\pi\beta^{-1} \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 c_{1,2}^2 \chi_{1,2}(\omega) \right]. \quad (10b)$$

В (10b) для краткости введены обозначения $c_{1,2} = \cos(\beta d_{1,2})$. Дисперсионное уравнение (10) является уравнением четвертой степени по частоте.

В предельном случае квантовых ям, расположенных в центре микрорезонатора, приведенные уравнения сводятся к уравнению, полученному в [1]. Будем в дальнейшем полагать, что частоты экситонов Френкеля и

Ванье–Мотта близки к частоте оптической моды микрорезонатора, а поляризуемости $\chi_{1,2}(\omega)$ имеют следующий вид:

$$\chi_1(\omega, k) = \frac{L\epsilon}{4\pi\Omega} \frac{|\Gamma_1|^2}{(\omega_1(k) - \omega)},$$

$$\chi_2(\omega) = \frac{L\epsilon}{4\pi\Omega} \frac{|\Gamma_2|^2}{(\omega_2 - \omega)}. \quad (11)$$

В (11) постоянные $\Gamma_{1,2}$ с размерностью частоты определяют силы осцилляторов. Будем также полагать, что дисперсионная зависимость частоты ЭВМ от волнового вектора имеет вид $\omega_1(k) = \omega_1(0) + ak^2$. Ширина же зоны ЭФ намного меньше, чем ширина зоны ЭВМ, и мы будем считать ее равной нулю.

Рассмотрим сначала уравнение (10). При предельных позициях квантовых ям, когда $d_1 = d_2 = 0$ и соответственно $s = 0, c_1 = c_2 = 1$ уравнение (10) после деления на параметр Δ точно совпадает с дисперсионным уравнением, полученным в [1],

$$\omega - \Omega(k) + \frac{|\Gamma_1|^2}{\omega_1(k) - \omega} + \frac{|\Gamma_2|^2}{\omega_2 - \omega} = 0. \quad (12)$$

Уравнение (12) имеет три решения в виде дисперсионных зависимостей для трех гибридных возбуждений (связанных ЭВМ, ЭФ и оптической моды микрорезонатора), отличающихся вследствие взаимодействия экситонов через поле микрорезонатора от дисперсионных зависимостей несвязанных возбуждений. Уравнение (12) является кубическим уравнением относительно частоты ω .

Отметим, что в уравнении (10) поляризуемости $\chi_{1,2}$ входят с факторами $c_{1,2}^2$, так что величины $c_{1,2}^2 |\Gamma_{1,2}|^2$ понижаются при приближении тех или иных возбуждений к стенкам микрорезонатора. Так, в предельном случае, когда плоскость ЭФ близка к нижней внутренней поверхности микрокэвити и $d_2 = -L/2$, ЭФ не взаимодействуют с ЭВМ, и уравнение (10) приводится к виду

$$[\omega - \Omega(k)] + \frac{|\Gamma_1|^2 [\cos(\beta d_1)]^2}{\omega_1 - \omega} = 0. \quad (13)$$

Во втором предельном случае, когда плоскость экситонов ЭВМ близка к верхней внутренней поверхности микрорезонатора и $d_1 = L/2$, ЭВМ не взаимодействуют с ЭФ, и уравнение (10) приводится к виду

$$[\omega - \Omega(k)] + \frac{|\Gamma_2|^2 [\cos(\beta d_2)]^2}{\omega_2 - \omega} = 0. \quad (14)$$

Квадратичные по частоте уравнения (13) и (14) имеют вид дисперсионных уравнений для поляритонных состояний фотонов и ЭВМ (13) или фотонов и ЭФ (14).

В дальнейшем перейдем к безразмерным переменным — волновым векторам и частотам в единицах, обратных их дуальным пространственно-временным переменным. Так, например, для пары GaAs–тетрацен [18,19] используются как безразмерные переменные волновые векторы $\vec{k} = kL/\pi$ в единицах

$\pi/L = 2.4 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-1}$ и z -координаты плоскостей в обратных единицах L/π . Частоты приводятся в единицах частоты оптической моды микроэвита с энергией $\hbar\Omega(0) = 1.5 \text{ eV}$. Величина диэлектрической постоянной полагается равной $\epsilon = 10$. Предполагаем также, что $\omega_2 = \Omega(0)$, т.е. частоты ЭФ и оптической моды при нулевом волновом векторе совпадают, однако частота ЭВМ смещена в высокочастотную область $\omega_1(k) = \Omega(0)(1 + \delta + a\bar{k}^2)$ с параметром $\delta = 0.01$. При этом для величины $a = \hbar k^2/[2M\Omega(0)]$, определяющей дисперсию ЭВМ с эффективной массой M , при типичных эффективных массах получаем оценку $a = 10^{-5}$. Для типичной силы осциллятора ЭВМ величина $\Gamma_1 = 10^{-3}\Omega(0)$. При отношении модулей дипольных моментов ЭФ и ЭВМ $|P_F|/|P_W| = 8$ величина $\Gamma_2 = 8 \cdot 10^{-3}\Omega(0)$.

4. Дисперсионные зависимости при различных положениях квантовых ям

На рис. 2–6 представлены системы гибридных дисперсионных кривых при различных позициях плоскостей с ЭВМ и ЭФ, полученные с использованием решений дисперсионного уравнения (10). Эти графики позволяют установить характер изменения вида гибридных дисперсионных кривых при изменении позиций плоскостей ЭВМ и ЭФ.

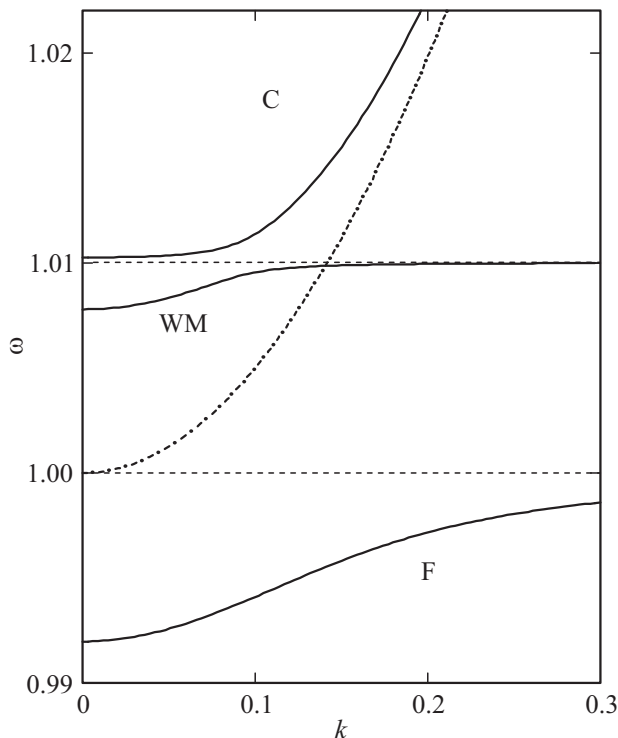


Рис. 2. Дисперсионные зависимости гибридных ЭВМ, ЭФ и оптической моды микрорезонатора для позиций плоскостей ЭВМ и ЭФ в центре микроэвита с $d_1 = 0, d_2 = 0$.

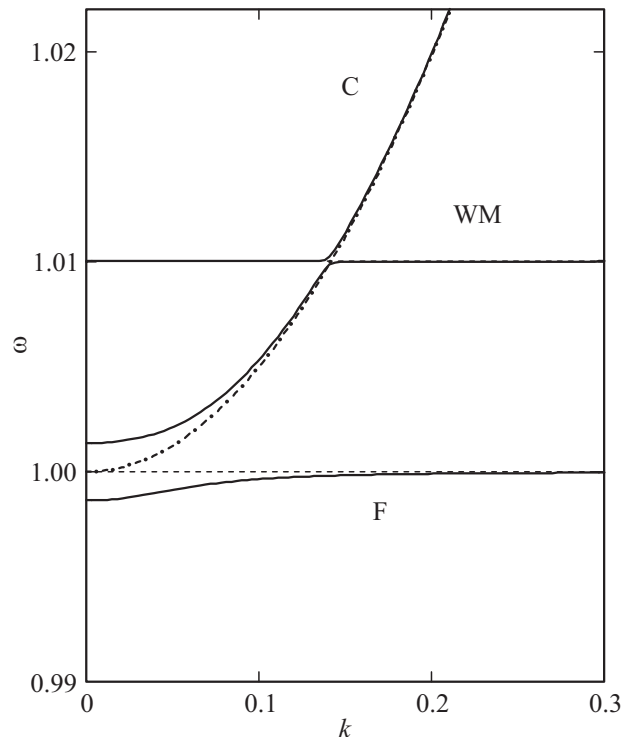


Рис. 3. Дисперсионные зависимости гибридных ЭВМ, ЭФ и оптической моды микрорезонатора при симметричных позициях поверхностей $d_1 = 1.3L/\pi, d_2 = -1.3/\pi$.

На рис. 2, 3 сплошными кривыми для различных значений d_1 и d_2 представлены полученные в результате решения уравнения (10) дисперсионные кривые $\omega = \omega(k)$ при симметричном относительно центра микроэвита расположении плоскостей 1, 2 с ЭВМ и ЭФ. Штрихпунктирная кривая представляет дисперсионную зависимость несвязанной оптической моды микроэвита, а штриховые линии представляют дисперсионную зависимость несвязанного ЭВМ и частоту ЭФ. Эти же типы кривых используются для гибридных и несвязанных состояний в последующих рисунках.

На рис. 2 представлены дисперсионные зависимости при значениях $d_1 = -d_2 = 0$. Видны три дисперсионные зависимости. Средняя, промежуточная по частоте ветвь W представляет гибридный ЭВМ. Низкочастотная ветвь F представляет гибридный ЭФ. Высокочастотная ветвь C представляет гибридную оптическую моду микроэвита. Эти зависимости точно совпадают с дисперсионными зависимостями [1]. Совпадение этих результатов с результатами, полученными в [1], подтверждает процедуру получения дисперсионного уравнения (10). На рис. 3 дисперсионные зависимости представлены для симметрично увеличенного расстояния между плоскостями ЭВМ и ЭФ при $d_1 = -d_2 = 1.3$. Так же, как и на рис. 2, видны три дисперсионные зависимости. Однако эти зависимости смещены относительно дисперсионных зависимостей, представленных на рис. 2. Дисперсионная кривая гибридного ЭФ F при увеличении расстояния между квантовыми ямами смещается в высокочастотную

область. Дисперсионная зависимость ЭВМ гибридного ЭФ при увеличении расстояния смещается, наоборот, в низкочастотную сторону. Дисперсионная зависимость гибрида оптической моды С смещается так же, как и гибридного ЭВМ в низкочастотную область. При этом поверхности находятся вблизи предельных границ микрокэвити $d_1 = -d_2 = \pi/2$.

Отметим, что при увеличении расстояния между плоскостями ЭФ и ЭВМ низкочастотная ветвь гибридного ЭФ приближается к частоте несвязанного ЭФ $\omega_2 = 1$. Дисперсионная кривая гибридного ЭВМ трансформируется в две кривых, сопряженных при волновом векторе k_0 „узкого горла“ — пересечении при частоте $\omega_2(k_0) = \Omega(k_0)$ дисперсионной кривой не связанного ЭВМ и дисперсионной кривой не связанной оптической моды. При $k < k_0$ это дисперсионная кривая несвязанной оптической моды, а при $k > k_0$ это дисперсионная кривая не связанного ЭВМ. Дисперсионная кривая гибрида оптической моды трансформируется в две кривых, сопряженных при том же волновом векторе k_0 , но с инвертированием кривых. При $k > k_0$ это дисперсионная кривая несвязанной оптической моды, а при $k < k_0$ дисперсионной кривой не связанного ЭВМ. При $d_1 = -d_2 \rightarrow \pi/2$ ширина „узкого горла“ уменьшается до нуля, что связано с переходом квантовых ям в две противоположные области нулевого поля оптической моды.

Таким образом, рис. 2,3 демонстрируют основные особенности трансформации дисперсионных кривых при переходе от гибридных возбуждений [1] к трем невзаимодействующим компонентам, поскольку ЭФ и ЭВМ в последнем варианте $d_1 = -d_2 \approx \pi/2$ помещены в близкое к нулю поле оптической моды на границах микрорезонатора.

При решении дисперсионного уравнения 4-го порядка (10) фиксировалась и четвертая высокочастотная ветвь. Появление этой ветви связано с тем обстоятельством, что при больших частотах в (10) член с $s\omega^4$ (при $d_1 - d_2 \rightarrow 0, s \rightarrow 0$) существенно превышает остальные члены 3-го и т.д. порядков по частоте. В этих остальных членах при $s \rightarrow 0$ величины $c_{1,2} \rightarrow 1$. Так для соответствующих рис. 2,3 расстояний $|d_{1,2}| = 0$ и $|d_{1,2}| = 1.3$ частоты четвертой ветви равны $\omega_4 = 640$ и $\omega_4 = 1.1$. Эти ветви существенно выше области частот, рассмотренной в [1], для которой использовалось указанное выше разложение по частоте. При расстояниях $d_1 - d_2 \rightarrow \pi, s \rightarrow 0$ частота четвертой ветви приближается к рассматриваемой области частот. Это происходит, однако, лишь при предельно малых удалениях плоскостей от границ микрокэвити $\delta \ll \lambda$, для которых необходима уже соответствующая детализация теории.

Некоторые особенности поведения спектров гибридных возбуждений наблюдаются в структурах с асимметричным расположением плоскостей ЭВМ и ЭФ, отличным от ранее рассмотренного симметричного расположения. Так на рис. 4, *a, b* представлены дисперсионные зависимости для двух схем с асимметричными относительно центра плоскостями ЭФ и ЭВМ

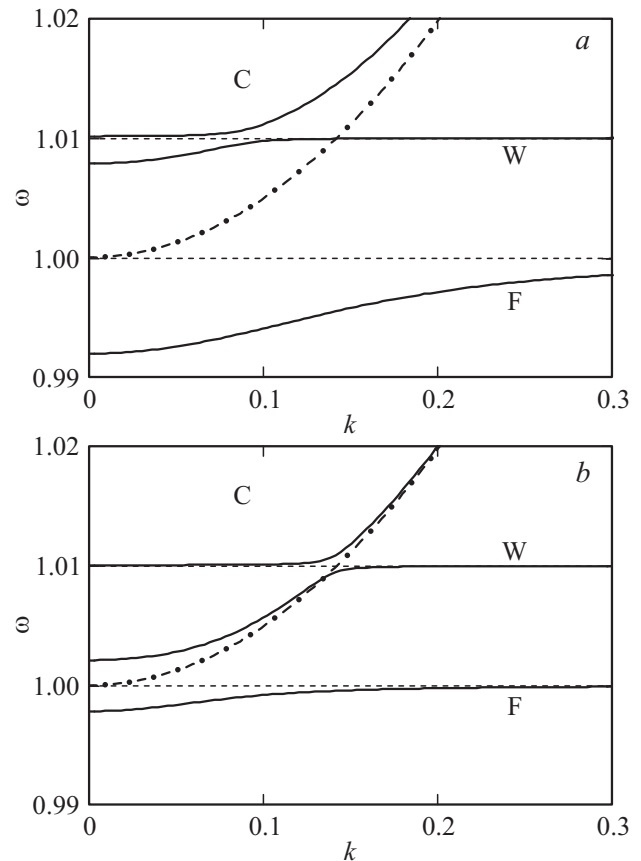


Рис. 4. Дисперсионные зависимости гибридных ЭВМ, ЭФ и оптической моды микрорезонатора при постоянном положении поверхности ЭВМ в центре микрорезонатора и смещающихся от центра вниз на рис. 1 позициях поверхности ЭФ — 1) $d_1 = 0.8L/\pi, d_2 = 0$, 2) $d_1 = 0.8L/\pi, d_2 = -1.3/\pi$.

в разных половинах микрорезонатора. Системы трех дисперсионных кривых представлены на рис. 4, *a, b* при $d_1 = 0.8, d_2 = 0$ (*a*) и $d_1 = 0.8, d_2 = -1.3$ (*b*). В этой последовательности плоскость ЭВМ находится на постоянной позиции в центре верхней половины микрокэвити рис. 1, а плоскость ЭФ смещается от центра к нижней границе микрорезонатора, к ее нулевому полю. Система дисперсионных зависимостей рис. 4 отличается от дисперсионных зависимостей рис. 2,3. Сравнение с рис. 2,3 показывает, что поведение трех гибридных возбуждений при смещении плоскости ЭФ к нижней границе демонстрирует исключение ЭФ из гибрида трех связанных возбуждений. Теперь структура содержит несвязанный ЭФ и связанную пару ЭВМ и оптической моды (см. рис. 4, *a, b*).

В то же время поведение сближающихся дисперсионных кривых в области W и области С демонстрирует образование связанной пары ЭВМ с оптической модой микрорезонатора при конечном, а не нулевом, как на рис. 2,3 поляритонном „узком горле“. Отметим, что при переходе от рис. 4, *a* к рис. 4, *b* „узкое горло“ смещается к точке пересечения дисперсионных кривых $\Omega(k)$

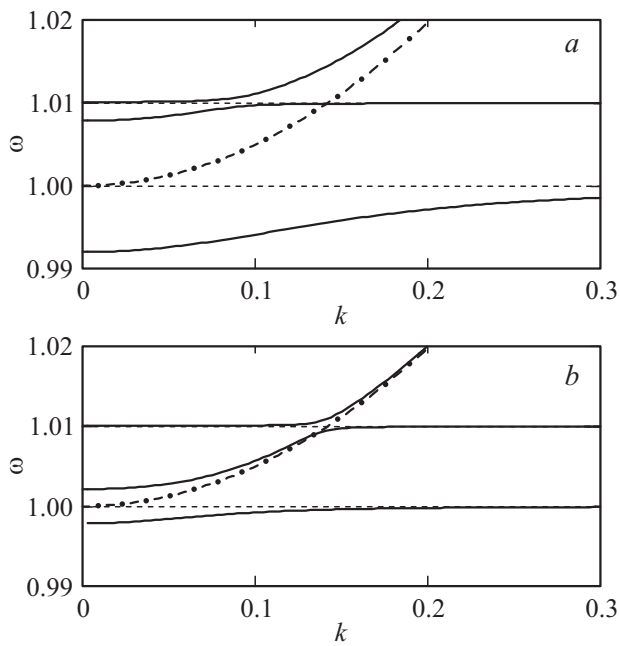


Рис. 5. Дисперсионные зависимости гибридных ЭВМ, ЭФ и оптической моды микрорезонатора при постоянном положении позиции поверхности ЭФ вблизи центра микрорезонатора и смещающихся от центра вверх на рис. 1 позициях поверхности ЭВМ — 1) $d_1 = 0.8L/\pi$, $d_2 = 0$, 2) $d_1 = 1.57L/\pi$, $d_2 = 0$.

и $\omega_2(k)$. Это согласуется с аналитическими результатами решений уравнений (10) в предельных случаях.

На рис. 5, *a, b* представлены дисперсионные зависимости, демонстрирующие противоположную рис. 4 последовательность превращения системы трех связанных гибридных возбуждений в систему из одного несвязанного ЭВМ и связанной пары ЭФ и оптической моды. Системы трех дисперсионных кривых представлены на рис. 5, *a, b* при расположениях плоскостей $d_1 = 0.8$, $d_2 = 0$ (*a*) и $d_1 = 1.4$, $d_2 = 0$ (*b*). В этой последовательности плоскость ЭФ находится на постоянной позиции в центре микрорезонатора рис. 1, а плоскость ЭВМ смещается от центра к верхней границе микрорезонатора, к ее нулевому полю. Система дисперсионных зависимостей рис. 5 отличается от дисперсионных зависимостей рис. 4. Сравнение с рис. 4 показывает, что поведение трех гибридных возбуждений при смещении одной плоскости ЭВМ к верхней границе демонстрирует исключение только ЭВМ из гибрида трех связанных возбуждений и превращение его в систему несвязанный ЭВМ и связанная пара ЭФ с оптической модой. Отметим, что при переходе от рис. 5, *a* к рис. 5, *b* „узкое горло“ не смещается к точке пересечения дисперсионных кривых $\Omega(k)$ и $\omega_2(k)$, а схлопывается при том же волновом векторе.

Ранее полагалось, что энергия ЭВМ больше энергии ЭФ. Полученные выше результаты позволяют оценить поведение дисперсионных зависимостей и в системе с обратным расположением резонансов, когда энергия ЭФ больше энергии ЭВМ. При этом полагалось, что частота

ЭФ $\omega_2 = 1.015$, а частота ЭВМ при нулевом волновом векторе $\omega_1(0) = 1.005$, т.е. разность частот ЭВМ и ЭФ та же самая, что и в рассмотренных ранее случаях. Частотная зависимость $\Omega(k)$ оптической моды микрорезонатора не изменена, что позволяет сохранить прежнюю систему перехода к безразмерным переменным. При этом последовательность частот при нулевом волновом векторе следующая $\Omega(0) < \omega_1(0) < \omega_2$ в отличие от прежней последовательности $\Omega(0) = \omega_1(0) < \omega_2$. При последовательности $\Omega(0) < \omega_1(0) < \omega_2$ дисперсионная зависимость несвязанной оптической моды микрорезонатора $\Omega(k)$ в фазовом пространстве пересекает две дисперсионные зависимости — дисперсионную зависимость ЭВМ $\omega_1(k)$ и линию $\omega = \omega_2$ ЭФ. Поэтому в принципе возможно образование двух областей с „горлами“. При прежней последовательности частот $\Omega(0) = \omega_2 < \omega_1(0)$ дисперсионная зависимость $\Omega(k)$ пересекала только зависимость $\omega = \omega_1(k)$.

Системы трех дисперсионных кривых представлены на рис. 6, *a, b* при расположении двух плоскостей в центре микрорезонатора. На рис. 6, *a* дисперсионные зависимости представлены при предыдущей последовательности $\Omega(0) = \omega_2 < \omega_1(0)$ с обсуждавшимися выше дисперсионными зависимостями. „Узкое горло“ наблюдается при волновом векторе $k = 0.13$.

На рис. 6, *b* дисперсионные зависимости представлены при обратной последовательности $\Omega(0) < \omega_1(0) < \omega_2$. Видно, что одно „узкое горло“ образуется на частоте ЭФ при промежуточном волновом векторе $k = 0.15$ между пересечениями оптической ветви с ветвью несвязанного ЭФ и с ветвью несвязанного ЭВМ. Второе, указанное стрелкой „широкое горло“ с центром на частоте ЭВМ

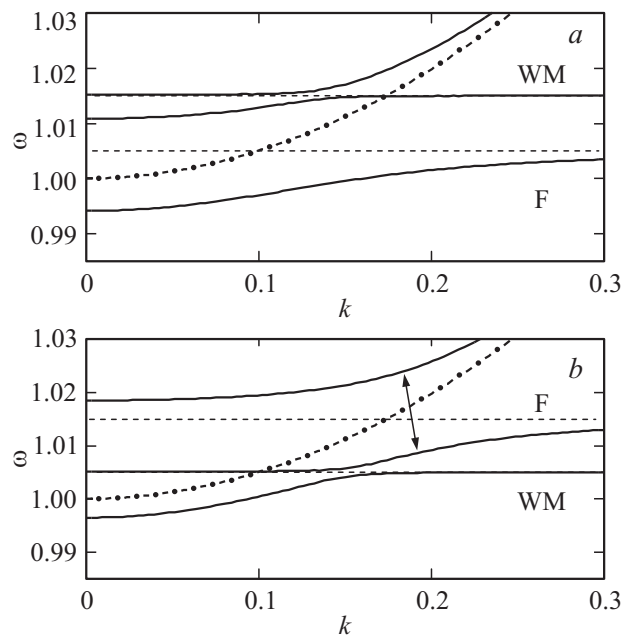


Рис. 6. Дисперсионные зависимости при различном чередовании частот ЭВМ и ЭФ для симметрично расходящихся позиций плоскостей ЭВМ и ЭФ — 1) $\Omega(0) = \omega_2 < \omega_1(0)$, 2) $\Omega(0) < \omega_1(0) < \omega_2$.

вблизи $k \simeq 0.2$ имеет большие, по сравнению с первым „узким горлом“, диапазоны как по частоте, так и по волновому вектору.

5. Интенсивность возбуждения гибридных состояний

Представляет интерес спектральная зависимость интенсивности возбуждения найденных гибридных состояний внешними источниками. Для определения этой интенсивности система уравнений (5) для полей трансформировалась в систему уравнений для поляризаций и приводилась к виду, в котором выделена функция Грина электромагнитного поля оптической моды — в использованном для микроэввити приближении $\tilde{G}(\omega, k) = [\omega - \Omega(k) + iv]^{-1}$ с мнимой составляющей ν , которая для свободного поля устремляется к нулю. Эта составляющая определяет соответствующую дельта-функцию и собственное радиационное затухание изолированного дипольного осциллятора. При введении в правую часть уравнений внешней силы решения этих уравнений имеют известный вид, использующий соответствующий детерминант. Без выделения для краткости парциальных вкладов ЭФ и ЭВМ интенсивность возбуждения определяется квадратом модуля обратной величины детерминанта

$$D(\omega, k) = \left| 1 - \left(\frac{1}{\omega - \Omega(k) + iv} \right) \times \left[\frac{|\Gamma_1|^2}{\omega - \omega_1(k)} + \frac{|\Gamma_2|^2}{\omega - \omega_2} \right] \right|^{-2} \quad (15)$$

с $\nu = 5 \cdot 10^{-4}$. Нетрудно видеть, что приравнение знаменателя $D(\omega, k)$ к нулю дает при $d_1 = d_2 = 0$ дисперсионное уравнение (12) с гибридными резонансами.

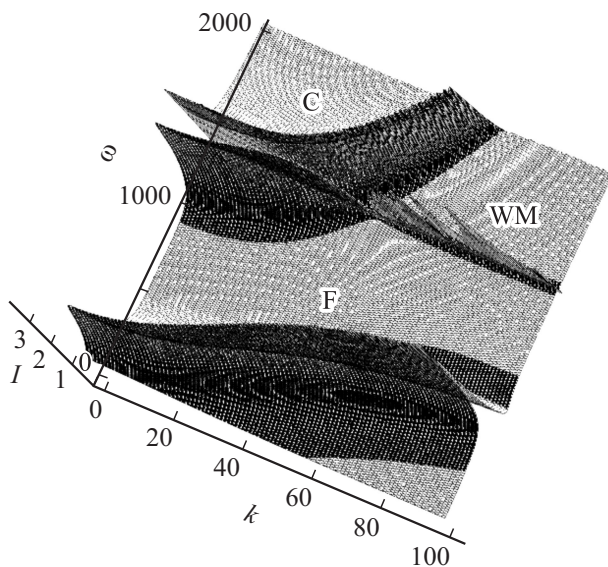


Рис. 7. 3D-интенсивность возбуждения гибридных состояний при $d_1 = 0, d_2 = 0$.

На рис. 7 в логарифмическом масштабе представлена 3D-зависимость интенсивности возбуждения $I(\omega, k) = \log[1 + D(\omega, k)]$ для позиций квантовых ям $d_1 = -d_2 = 0$. На оси волновых векторов $k_j = N^{-1}0.3j$ представлен индекс $j = 0, 1, 2, \dots, N, N = 100$. На оси частот $\omega_j = 0.99 + M^{-1}0.03j$ представлен индекс $j = 0, 1, 2, \dots, M, M = 500$. В фазовой плоскости (ω, k) на рис. 7 как следы видны гибридные дисперсионные зависимости рис. 2. Отметим дополнительную резонансную структуру в области больших векторов гибридного ЭВМ. На рис. 7 видно, что наиболее интенсивно возбуждается гибридный низкочастотный ЭФ, имеющий наибольшую силу осциллятора. Менее сильно возбуждаются связанная напрямую с ЭФ гибридная оптическая мода и ЭВМ.

6. Гибридные возбуждения с ортогональной и квазипродольной поляризациями

Для полученных в [1] гибридных возбуждений с у поляризацией поля и диполей отлична от нуля x компонента волнового вектора k_x , равна нулю y компонента волнового вектора $k_y = 0$ и z компонента волнового вектора равна $k_z = \pi/L$. Используем известное разложение компонент E_i поля дипольного излучателя с компонентами P_j по частотам и волновым векторам. Это разложение включает произведение функции Грина свободного электромагнитного поля $G(\omega, k) = [(\omega/c)^2 - K^2 + iv]^{-1}$ с $K^2 = (k_x)^2 + (k_y)^2 + (k_z)^2$ и тензора $k_i k_j - (\omega/c)^2 \delta_{i,j}$. При этом динамические уравнения для двух плоскостей с „y“ поляризацией в центре микроэввити при учете их взаимного влияния имеют вид

$$\begin{aligned} (-\omega^2 + \omega_1^2)P_1^{(y)} &= \Gamma_1^2 \frac{[-(\omega/c)^2]}{(\omega/c)^2 - (\pi/L)^2 - k_x^2} (P_1^{(y)} + P_2^{(y)}), \\ (-\omega^2 + \omega_2^2)P_2^{(y)} &= \Gamma_2^2 \frac{[-(\omega/c)^2]}{(\omega/c)^2 - (\pi/L)^2 - k_x^2} (P_1^{(y)} + P_2^{(y)}). \end{aligned} \quad (16)$$

Эта система уравнений после деления на частотные факторы в левых частях и введения частоты $\Omega(k_x) = \sqrt{(\pi/L)^2 + k_x^2}$ имеют вид

$$\begin{aligned} P_1^{(y)} &= \left(\frac{\Gamma_1^2}{\omega_1^2 - \omega^2} \right) \frac{[-(\omega/c)^2]}{(\omega/c)^2 - [\Omega(k_x)/c]^2} (P_1^{(y)} + P_2^{(y)}), \\ P_2^{(y)} &= \left(\frac{\Gamma_2^2}{\omega_2^2 - \omega^2} \right) \frac{[-(\omega/c)^2]}{(\omega/c)^2 - [\Omega(k_x)/c]^2} (P_1^{(y)} + P_2^{(y)}). \end{aligned} \quad (17)$$

Из (17) после сложения получаем следующее дисперсионное уравнение

$$1 + \left(\frac{\Gamma_1^2}{\omega_1^2 - \omega^2} + \frac{\Gamma_2^2}{\omega_2^2 - \omega^2} \right) \frac{(\omega/c)^2}{(\omega/c)^2 - [\Omega(k_x)/c]^2} = 0. \quad (18)$$

В приближении, аналогичном приближению Гайтлера–Лондона, с выделением только резонансных факто-

ров уравнение (18) имеет следующий вид:

$$1 + \left[\frac{1}{\omega - \Omega(k_x)} \right] \left(\frac{\tilde{\Gamma}_1^2}{\omega_1 - \omega} + \frac{\tilde{\Gamma}_2^2}{\omega_2 - \omega} \right) = 0, \quad (19)$$

где $\tilde{\Gamma}_{1,2}$ — соответствующим образом перенормированные величины $\Gamma_{1,2}$. Уравнение (19) точно совпадает с полученным в [1] кубическим по частоте дисперсионным уравнением.

Воспользуемся той же процедурой, но уже для колебаний диполей и полей, ортогональных к плоскостям в микрорезонаторе, условно „z“-колебаний, отличающихся от предыдущих „y“-колебаний. При этом будем по-прежнему полагать, что волновой вектор направлен вдоль оси x , и использовать обозначение $k = k_x$. Уравнения, аналогичные уравнениям (17), для „z“-колебаний имеют следующий вид:

$$P_1^{(z)} = \left(\frac{\Gamma_1^2}{\omega_1^2 - \omega^2} \right) \frac{[(\pi/L)^2 - (\omega/c)^2]}{(\omega/c)^2 - [\Omega(k_x)/c]^2} (P_1^{(z)} + P_2^{(z)}),$$

$$P_2^{(z)} = \left(\frac{\Gamma_2^2}{\omega_2^2 - \omega^2} \right) \frac{[(\pi/L)^2 - (\omega/c)^2]}{(\omega/c)^2 - [\Omega(k_x)/c]^2} (P_1^{(z)} + P_2^{(z)}). \quad (20)$$

Отметим, что для „z“-колебаний в числителях правых частей (24) присутствует дополнительный член $k_z^2 = (\pi/L)^2$ указанного тензора. При этом из (20) получаем соответствующее дисперсионное уравнение

$$1 = \left(\frac{\Gamma_1^2}{\omega_1^2 - \omega^2} + \frac{\Gamma_2^2}{\omega_2^2 - \omega^2} \right) \frac{[(\pi/L)^2 - (\omega/c)^2]}{(\omega/c)^2 - [\Omega(k_x)/c]^2}. \quad (21)$$

В приближении, аналогичном приближению Гайтлера–Лондона, с выделением резонансов и зависимости $[\Omega(k)]^2 = [\pi/L]^2 + k^2$ приводим уравнение (21) в безразмерном представлении к следующему виду:

$$1 + \left(\frac{\tilde{\Gamma}_1^2}{\omega_1 - \tilde{\omega}} + \frac{\tilde{\Gamma}_2^2}{\omega_2 - \tilde{\omega}} + \frac{\tilde{\Omega}(k_x) - \tilde{\Omega}(0)}{\tilde{\Omega}(0) - \tilde{\omega}} \right) = 0, \quad (22)$$

где тильды, которые далее опускаются, представляют соответствующим образом перенормированные величины. Отметим, что при предельно большом волновом векторе k и соответственно предельно большой частоте $\Omega(k)$ решением уравнения (22) является $\omega = \Omega(k)$, т.е. оптическая мода микрорезонатора. В [1] полагалось, что частоты ω_2 и $\Omega(0)$ совпадают $\omega_2 = \Omega(0)$. В этом случае уравнение (22) приводится к виду

$$1 + \left(\frac{\tilde{\Gamma}_1^2}{\omega_1 - \omega} + \frac{\Gamma_2^2 + \Omega(k) - \Omega(0)}{\omega_2 - \omega} \right) = 0. \quad (23)$$

Квадратичное по частоте уравнение (23) имеет следующие два решения

$$\omega_{\pm} = \frac{1}{2} (\omega_1 + \omega_2 + \Gamma_1^2 - \tilde{\Gamma}_2^2) \pm \sqrt{\frac{1}{4} (\omega_1 - \omega_2 + \Gamma_1^2 - \tilde{\Gamma}_2^2)^2 + \Gamma_1^2 \tilde{\Gamma}_2^2}, \quad (24)$$

где использовано сокращение $\tilde{\Gamma}_2^2 \equiv [\tilde{\Gamma}_2(k)]^2 \equiv \Gamma_2^2 + \Omega(k) - \Omega(0)$. При предельно большой частоте $\Omega(k)$

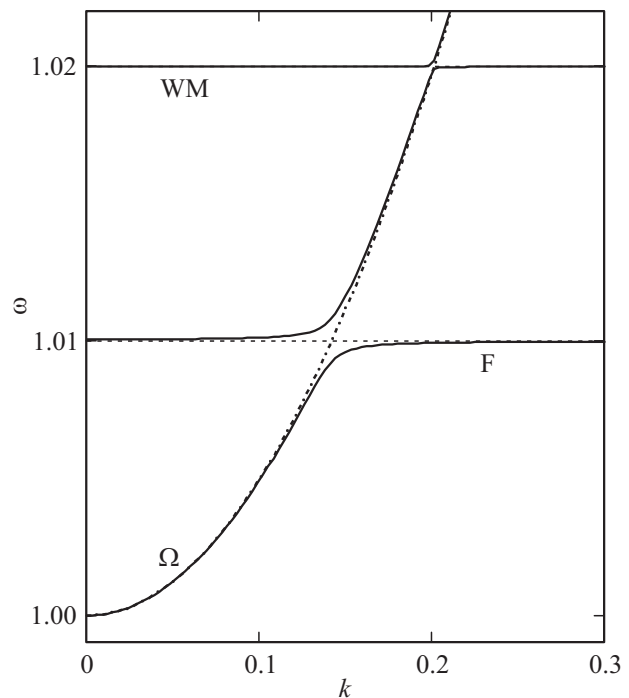


Рис. 8. Дисперсионные зависимости гибридных ЭВМ, ЭФ и оптической моды микрорезонатора „z“-поляризации при возрастающей последовательности частот $\Omega(0) = 1, \omega_2 = 1.01, \omega_1 = 1.02$.

в решение основной моды $\omega = \Omega(k_x)$ переходит решение ω_+ в (24). Если же принятое в [1] условие $\omega_2 = \Omega(0)$ не выполняется, т.е. при $\omega_2 \neq \Omega(0)$, в (22) присутствуют три резонанса на различных частотах. При этом уравнение (22) является кубическим по частоте и имеет, как и в [1], три различных аналитических решения. При этом безразлично выполняется ли условие $\omega_2 > \Omega(0)$, или условие $\omega_2 < \Omega(0)$. Отметим, что в пределе $\omega_2 = \Omega(0)$ кубическое по частоте уравнение (22) распадается на два уравнения. Одно из них квадратное уравнение (23) и второе уравнение $\omega_1 - \omega = 0$. Для трех возрастающих по величине полюсов решения уравнения (22) представлены на рис. 8 при использованных ранее числовых параметрах. На рис. 8 представлены аналитические дисперсионные зависимости с двумя поляритонными расщеплениями при возрастающей последовательности частот $\Omega(0) = 1, \omega_2 = 1.01, \omega_1 = 1.02$, т.е. с частотой оптической моды при нулевом волновом векторе меньшей частоты экситона Френкеля. Видно, что в этом случае дисперсионная кривая оптической моды микрорезонатора пересекает две линии частот ЭФ и ЭВМ и происходит образование двух поляритонных расщеплений. При этом высокочастотное „узкое горло“ имеет существенно меньшее расщепление по частоте и волновому вектору, что связано с большей силой осциллятора ЭФ.

Сравнение (16) и (20) показало, что существуют и гибридные возбуждения с третьей условно „x“-поляризацией, при которой дипольные моменты параллельны x компоненте волнового вектора. Эти квазипро-

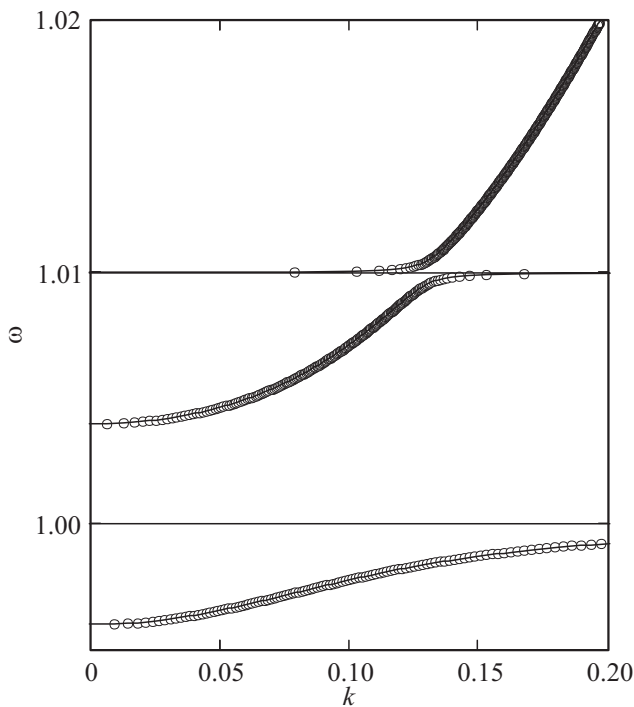


Рис. 9. Дисперсионные зависимости гибридных ЭВМ, ЭФ и оптической моды микрорезонатора „z“-поляризации при возрастающей последовательности частот $\omega_2 = 0.995$, $\Omega(0) = 1.0$, $\omega_1 = 1.005$.

дольные колебания отличаются от продольных колебаний в изотропной безграничной среде, поскольку в микрорезонаторе существует и z компонента волнового вектора. С использованием общего Фурье-разложения поля дипольного излучения получаем дисперсионное уравнение для „x“-колебаний

$$1 = \left(\frac{\Gamma_1^2}{\omega_1^2 - \omega^2} + \frac{\Gamma_2^2}{\omega_2^2 - \omega^2} \right) \frac{[k^2 - (\omega/c)^2]}{(\omega/c)^2 - [\Omega(k_x)/c]^2}. \quad (25)$$

Это уравнение по структуре является промежуточным между (19) и (21), поскольку в (21) в числителе правой части фигурирует член $(\pi/L)^2 = (\omega/c)^2$, а в (19) $[-(\omega/c)^2]$. Для краткости будем полагать равной нулю эффективную массу ЭВМ. При этом уравнение (29), представленное в безразмерных единицах в виде

$$k^2 = \omega^2 - \left[1 + \frac{\Gamma_1^2}{\omega_1^2 - \omega^2} + \frac{\Gamma_2^2}{\omega_2^2 - \omega^2} \right]^{-1}, \quad (26)$$

дает инвертированную дисперсионную зависимость $k = k(\omega)$. Отметим, что для (19) такая зависимость имеет вид

$$k^2 = \omega^2 \left[1 + \frac{\Gamma_1^2}{\omega_1^2 - \omega^2} + \frac{\Gamma_2^2}{\omega_2^2 - \omega^2} \right] - 1. \quad (27)$$

На рис. 9 зависимость (27) после перемены осей представлена в обычном виде $\omega = \omega(k)$, представленном в [1] для гибридов. Зависимость же (26) для

„x“-колебаний представлена кольцами. Визуально представляется, что это совпадающие зависимости. Однако близость этих зависимостей объясняется тем, что в числителе (25) присутствует множитель $k^2 - (\omega/c)^2$, а в числителе (18) в аналогичном члене множитель $[-(\omega/c)^2]$. При значениях $k \approx 0.1$ и $\omega \approx 1$ эта разница незначительна, что визуально и фиксируется на рис. 9. При увеличении волнового вектора эта разница возрастает. На рис. 10 зависимости (18) (сплошная линия) и (25) (кольца) представлены в более крупном масштабе для низкочастотной гибридной ветви. Видно, что разница дисперсионных зависимостей присутствует и с увеличением волнового вектора она действительно нарастает. На рис. 10 видно, что дисперсионная кривая для „x“-колебаний имеет большую частоту, чем для „z“-колебаний. Это вполне естественно, поскольку в (25) фактор $(\omega/c)^2 - k^2$ представляет эффективную „ширину“ резонанса $(\omega^2 - \Omega^2)^{-1}$. Эта „ширина“ определяет всю структуру гибридных кривых в виде „узкого горла“. С увеличением k^2 эта „ширина“ уменьшается, т.е. низкочастотная ветвь поднимается в область высоких частот, что и видно на рис. 10.

Представляет интерес рассмотрение гибридных состояний в микрорезонаторе с перекрестной поляризацией, при которой ЭВМ поляризованы в одном направлении, а ЭФ поляризованы в другом направлении. При перекрестных поляризациях пар „y“, „z“ и „y“, „x“ в уравнениях, аналогичных (16), (20) недиагональные члены равны нулю и гибридизация отсутствует. Это происходит вслед-

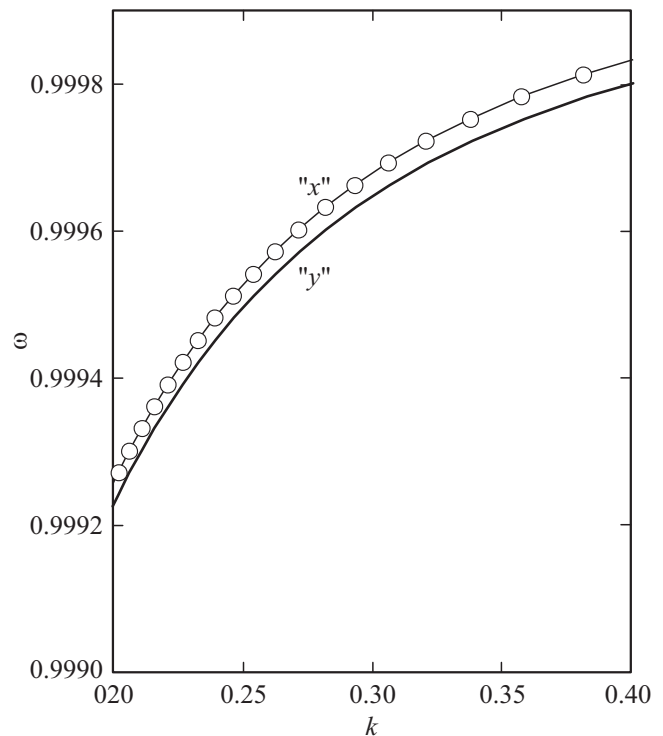


Рис. 10. Сравнение дисперсионных зависимостей гибридов „z“-поляризации (сплошные линии) и „y“-поляризации (штрих-пунктирные линии) при $d_1 = 0$, $d_2 = 0$.

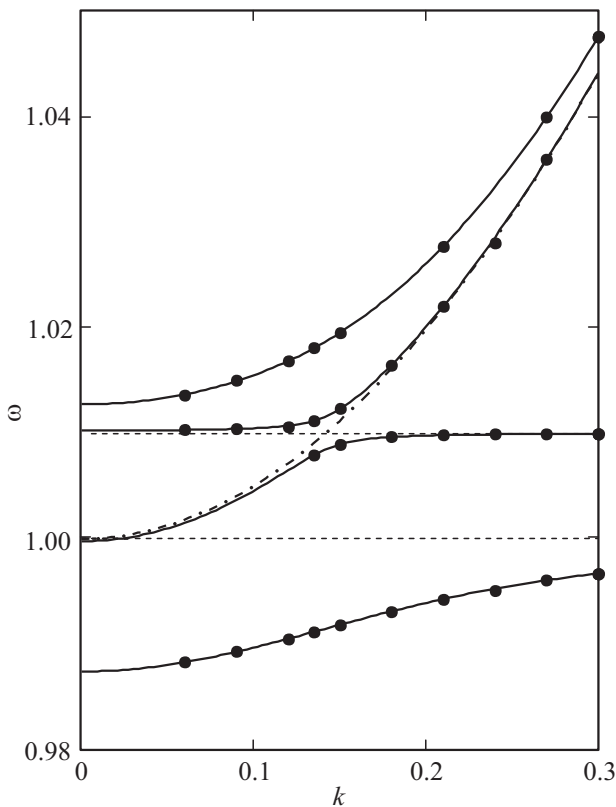


Рис. 11. Дисперсионные зависимости при „z“-поляризации ЭФ и „x“-поляризации ЭВМ.

стве ортогональности поляризации и ортогональности общей „y“-поляризации с волновым вектором в этих парах. Представляет интерес рассмотрение гибридных состояний в микроэвिति с перекрестной поляризацией, при которой, например, ЭВМ поляризованы в „z“-направлении, а ЭФ поляризованы в „x“-направлении. При этом система двух уравнений, аналогичных (24), имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 P_1^{(x)} &= \left(\frac{\Gamma_1^2}{\omega_1^2 - \omega^2} \right) \left\{ \frac{[k_x^2 - (\omega/c)^2]}{(\omega/c)^2 - [\Omega(k_x)/c]^2} P_1^{(x)} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{(\pi/L)k_x}{(\omega/c)^2 - [\Omega(k_x)/c]^2} P_2^{(z)} \right\}, \\
 P_2^{(z)} &= \left(\frac{\Gamma_2^2}{\omega_2^2 - \omega^2} \right) \left\{ \frac{(\pi/L)k_x}{(\omega/c)^2 - [\Omega(k_x)/c]^2} P_1^{(x)} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{(\pi/L)^2 - (\omega/c)^2}{(\omega/c)^2 - [\Omega(k_x)/c]^2} P_2^{(z)} \right\}. \quad (28)
 \end{aligned}$$

Дисперсионные зависимости, полученные при решении системы уравнений (32), детерминант которой является полиномом 4-й степени по квадрату частоты, представлены на рис. 11. Жирными кружками представлены решения, полученные при точном решении системы уравнений (28). Сплошными линиями представлены аналитические решения, полученные для расщепленной системы

уравнений (32) при нулевых недиагональных членах, т.е. при невзаимодействующих „z“- и „x“-колебаниях. Визуально разница не фиксируется, что связано с тем, что, как и в предыдущем случае с рис. 9, 10, в числителях недиагональных членов (28) присутствует фактор k_x , малый по сравнению с аналогичными факторами в диагональных членах. Вместе с тем численные данные демонстрируют, как и на рис. 10, малое отличие, фиксирующее образование связанных гибридных состояний. Отличительной особенностью рис. 11 является присутствие двух гибридных ветвей в высокочастотной С-области.

7. Заключение

Исследованы поляритонные состояния в микроэвिति, содержащих органические и неорганические экситонные квантовые ямы. Изучен спектр оптических колебаний при резонансе частот ЭФ органической квантовой ямы, частоты ЭВМ неорганической квантовой ямы и частоты оптической моды микроэвिति. Показано, что для колебаний с поляризацией, параллельной плоскостям микроэвिति, взаимодействие каждого из экситонов с оптической модой приводит к эффективному взаимодействию между этими экситонами и выделению триады гибридных возбуждений. Представлены дисперсионные зависимости гибридных возбуждений при различных позициях квантовых ям в микроэвिति и различном чередовании частот ЭВМ, ЭФ и оптической моды. Представлена зависимость интенсивности возбуждения гибридных состояний внешним полем от частоты и волнового вектора. Исследованы спектры гибридных возбуждений с ортогональной и квазипродольной к плоскостям микроэвिति поляризацией. Проведено сравнение дисперсионных зависимостей при различных поляризациях. Результаты могут быть использованы для увеличения интенсивности флюоресценции и релаксационных процессов в синтезированных технических устройствах оптоэлектроники.

Список литературы

- [1] V.M. Agranovich, H. Benisti, C. Weisbuch. *Solid State Commun.* **102**, 631 (1997).
- [2] M. Hofner, S. Sadofev, B. Rjbin, S. Hecht, F. Henneberger. *Appl. Phys. Lett.* **107**, 181 109 (2015).
- [3] H. Akimuchi, T. Inoshita, S. Hotta, H. Noge, H. Sakaki. *Appl. Phys. Lett.* **63**, 3158 (1993).
- [4] T. Imanishi, S. Yfttori, A. Kakuta, S. Numata. *Phys. Rev. Lett.* **71**, 2098 (1993).
- [5] T. Nonaka, Y. Mori, N. Nagai, Y. Nakagava, V. Saeda, T. Tahakagi, A. Ishitani. *Thin Solid Films* **239**, 214 (1994).
- [6] E.I. Haskal, Z. Shen, P.E. Burrow, S.R. Forrest. *Phys. Rev. B* **51**, 4449 (1995).
- [7] V.M. Agranovich, R.R. Atanasov, F. Bassani. *Solid State Commun.* **92**, 295 (1994).
- [8] G.C. La Rocca, F. Bassani, V.M. Agranovich. *Bull. Am. Phys. Soc. Ser. II* **40**, 508 (1995); *Nuovo Cimento D* **17**, 1555 (1995).

- [9] R.J. Ylmes, S. Kena-Cohen, V.M. Menon, S.R. Forrest. Phys. Rev. B **74**, 235 211 (2006).
- [10] J. Wenus, R. Parashkov, S. Ceccarelli, A. Brehier, J.S. Laurer, M.S. Skolnick, E. Deleporte, D.G. Lidzey. Phys. Rev. B **74**, 235 212 (2006).
- [11] D.G. Lidzey, D.D.C. Bradley, A. Armitage, S. Walker, M.S. Skolnick. Science **288**, 1620 (2000).
- [12] D.G. Lidzey, J. Wenus, D.V. Whittaker, G. Itskos, P.N. Stavrinou, D.D.C. Bradley, R. Murrey. J. Lumin. **110**, 347 (2004).
- [13] J. Wainstain, C. Delande, D. Gendt, M. Voos, J. Bloch, V. Thierry-Mieg, R. Planel. Phys. Rev. B **58**, 7269 (1998).
- [14] G.H. Lodden, R.J. Holmes. Phys. Rev. Lett. **109**, 096 401 (2012).
- [15] D.M. Coles, N. Somaschi, P. Michetti, C. Clark, P.G. Lagoudakis, P.G. Savvidis, D.G. Lidzey. Nature Mater. **3950** (2014).
- [16] Confined Electrons and Photons; New Physics and Applications. Plenum / Eds E. Burstein, C. Weisbuch, N.Y. (1995). 358 p.
- [17] R. Houdre, R.P. Stanley, V. Ilegems. Phys. Rev. A **53**, 2711 (1996).
- [18] G. Vaubel, H. Baess. Mol. Cryst. Liq. Cryst. **12**, 39 (1970).
- [19] J.M. Turllet, M.R. Philpott. Chem. Phys. **62**, 4260 (1975).