11,05

Анизотропия, индуцируемая примесями типа „случайное локальное поле“ в $O(n)$-моделях, и подавление неоднородного состояния Имри–Ма

© А.А. Берзин[1], А.И. Морозов[2], А.С. Сигов[1]

[1] Московский технологический университет (МИРЭА),
Москва, Россия
[2] Московский физико-технический институт (государственный университет),
Долгопрудный, Россия
E-mail: mor-alexandr@yandex.ru

(Поступила в Редакцию 9 февраля 2016 г.)

Показано, что в системе с анизотропным распределением направлений случайных локальных полей примесей в n-мерном пространстве векторного параметра порядка с $O(n)$-симметрией при размерности пространства $2 < d < 4$ возникает индуцируемая примесями эффективная анизотропия. Если константа анизотропии превосходит пороговое значение, то неоднородное состояние, предсказанное Имри и Ма, перестает быть энергетически выгодным и в системе восстанавливается состояние с дальним порядком.

Работа поддержана Миобрнауки РФ (госзадание, проект № 3.76.2014 К).

1. Введение

После выхода в 1975 г. классической работы Имри и Ма [1] в литературе прочно установилась точка зрения, что в пространстве размерности $d < 4$ введение сколь угодно малой концентрации примесей типа „случайное локальное поле“ в систему с непрерывной симметрией n-компонентного векторного параметра порядка ($O(n)$-модель) приводит к исчезновению дальнего порядка и появлению неоднородного состояния, которое в дальнейшем будем называть состоянием Имри–Ма.

Однако, как было показано в работе [2], приведенные в [1] аргументы о невозможности существования дальнего порядка в пространстве $d < 4$ в действительности справедливы при $d \leq 2$, т. е. тогда, когда дальний порядок отсутствует при конечной температуре и в чистой системе. В пространстве размерностью $2 < d < 4$, в частности в трехмерном пространстве, неоднородное состояние, вообще говоря, может сосуществовать с дальним порядком.

Как показано в настоящей работе, анизотропное распределение направлений случайных локальных полей примесей в n-мерном пространстве параметра порядка в подавляющем числе случаев ведет к возникновению в системе индуцированной примесями эффективной анизотропии. Ранее было обнаружено, что при превышении константой анизотропии порогового значения неоднородное состояние Имри–Ма становится энергетически невыгодным и система переходит в упорядоченное состояние [3]. Сравнение указанной константы эффективной анизотропии с пороговым значением показывает, что состояние Имри–Ма не возникает в большинстве случаев анизотропного распределения направлений случайных локальных полей.

2. Энергия системы классических спинов

Энергия обменного взаимодействия n-компонентных локализованных спинов $\mathbf{S}_i$, образующих d-мерную решетку, имеет вид

$$W_{\text{ex}} = -\Sigma_{i,j>i} J_{ij} \mathbf{S}_i \mathbf{S}_j, \tag{1}$$

где J_{ij} — обменный интеграл между i-ым и j-ым спинами, а суммирование ведется по всей решетке спинов.

Энергия взаимодействия спинов со случайными локальными полями дефектов равна

$$W_{\text{imp}} = -\Sigma_l \mathbf{S}_l \mathbf{h}_l, \tag{2}$$

суммирование происходит по случайно расположенным в узлах решетки примесям, а плотность распределения случайных локальных полей $\mathbf{h}$ в спиновом пространстве (пространстве параметра порядка) обладает свойством $\rho(\mathbf{h}) = \rho(-\mathbf{h})$, которое обеспечивает отсутствие в бесконечной системе среднего поля.

Переходя к непрерывному распределению параметра порядка $\boldsymbol{\eta}$, используем для энергии неоднородного обмена выражение [4]

$$\widetilde{W}_{\text{ex}} = \frac{1}{2} \int d^d\mathbf{r}\, D\, \frac{\partial \boldsymbol{\eta}^{\perp} \partial \boldsymbol{\eta}^{\perp}}{\partial x_i \partial x_i}, \tag{3}$$

где $\boldsymbol{\eta} \sim \mathbf{S}_l / b^d$, b — междоузельное расстояние, $D \sim J b^{2+d}$, J — обменный интеграл, описывающий взаимодействие ближайших соседей, а $\boldsymbol{\eta}^{\perp}(\mathbf{r})$ — возникающая под действием случайного локального поля составляющая параметра порядка, перпендикулярная его направлению $\boldsymbol{\eta}_0$ в чистой системе.

Энергия взаимодействия случайного поля $\mathbf{h}(\mathbf{r})$ с параметром порядка $\boldsymbol{\eta}(\mathbf{r})$ имеет вид

$$W_{\text{imp}} = -\int d^d\mathbf{r}\,\mathbf{h}(\mathbf{r})\boldsymbol{\eta}(\mathbf{r}), \tag{4}$$

где

$$\mathbf{h}(\mathbf{r}) = b^d \sum_l \mathbf{h}_l \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_l). \tag{5}$$

3. Эффективная анизотропия

Для качественного объяснения механизма возникновения эффективной анизотропии рассмотрим воздействие локального поля примеси $\mathbf{h}_l$ на однородное распределение параметра порядка. При этом для простоты будем пренебрегать продольной восприимчивостью системы в области низких температур, много меньших температуры магнитного упорядочения.

Перпендикулярная направлению $\boldsymbol{\eta}_0$ в чистой системе составляющая случайного поля $\mathbf{h}_l^\perp$ приводит к локальному отклонению параметра порядка и появлению ортогональной $\boldsymbol{\eta}_0$ компоненты $\boldsymbol{\eta}^\perp(\mathbf{r})$. В результате возникает отрицательная добавка к энергии основного состояния, пропорциональная $(\mathbf{h}_l^\perp)^2$. Она максимальна по модулю, когда направление $\boldsymbol{\eta}_0$ перпендикулярно локальному полю примеси.

В частном случае анизотропного распределения направлений случайных полей, когда все $\mathbf{h}_l$ коллинеарны, параметру порядка энергетически выгодно ориентироваться перпендикулярно этому направлению. Таким образом, в случае $X-Y$-модели $(n = 2)$ возникает анизотропия типа „легкая ось“, а в случае модели Гейзенберга $(n = 3)$ — анизотропия типа „легкая плоскость“.

В случае компланарного распределения направлений случайных полей в пространстве параметра порядка в модели Гейзенберга возникает легкая ось, перпендикулярная указанной плоскости.

В случае более общего анизотропного распределения направлений случайных полей параметру порядка выгодно ориентироваться перпендикулярно преимущественному направлению случайных полей.

Найдем выражение для энергии анизотропии в случае произвольного распределения направлений случайных полей примесей. Представим параметр порядка в линейном по $\mathbf{h}$ приближении в виде

$$\boldsymbol{\eta}(\mathbf{r}) = \boldsymbol{\eta}_0 + \boldsymbol{\eta}^\perp(\mathbf{r}), \tag{6}$$

где $|\boldsymbol{\eta}_0| \gg |\boldsymbol{\eta}^\perp(\mathbf{r})|$.

Слагаемое в W_{imp}, пропорциональное $\boldsymbol{\eta}_0$, обращается в нуль в силу четности функции $\rho(\mathbf{h})$.

Величина $\mathbf{h}^\perp(\mathbf{r})$ равна

$$\mathbf{h}^\perp(\mathbf{r}) = b^d \Sigma_l [\mathbf{h}_l - \mathbf{n}(\mathbf{n}\mathbf{h}_l)]\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_l), \tag{7}$$

где $\mathbf{n} = \boldsymbol{\eta}_0/|\boldsymbol{\eta}_0|$.

Фурье-компонента функции $\boldsymbol{\eta}^\perp(\mathbf{k})$ связана с Фурье-компонентой случайного поля $\mathbf{h}^\perp(\mathbf{k})$ соотношением

$$\boldsymbol{\eta}^\perp(\mathbf{k}) = \chi^\perp(\mathbf{k})\mathbf{h}^\perp(\mathbf{k}), \tag{8}$$

где

$$\chi^\perp(\mathbf{k}) = (Dk^2)^{-1}. \tag{9}$$

Величина

$$\mathbf{h}^\perp(\mathbf{k}) = \frac{1}{V}\int d^d\mathbf{r}\,\mathbf{h}^\perp(\mathbf{r})\exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r})$$
$$= \frac{1}{N}\Sigma_l[\mathbf{h}_l - \mathbf{n}(\mathbf{n}\mathbf{h}_l)]\exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r}_l), \tag{10}$$

где N — число элементарных ячеек. Тогда

$$\boldsymbol{\eta}^\perp(\mathbf{r}) = \frac{1}{N}\Sigma_\mathbf{k}\chi^\perp(\mathbf{k})\Sigma_l[\mathbf{h}_l - \mathbf{n}(\mathbf{n}\mathbf{h}_l)]\exp[i\mathbf{k}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_l)], \tag{11}$$

а величина W_{imp} (4) принимает вид

$$W_{\text{imp}} = -\frac{1}{N^2}\int d^d\mathbf{r}\sum_{\mathbf{k},\mathbf{k}'}\chi^\perp(\mathbf{k})\sum_{l,m}[\mathbf{h}_l - \mathbf{n}(\mathbf{n}\mathbf{h}_l)][\mathbf{h}_m - \mathbf{n}(\mathbf{n}\mathbf{h}_m)]$$
$$\times \exp[i\mathbf{k}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_l) + i\mathbf{k}'(\mathbf{r} - \mathbf{r}_m)]. \tag{12}$$

Интегрирование дает $V\delta_{\mathbf{k},-\mathbf{k}'}$. В итоге

$$W_{\text{imp}} = -\frac{V}{N^2}\sum_\mathbf{k}\chi^\perp(\mathbf{k})\sum_{l,m}[\mathbf{h}_l - \mathbf{n}(\mathbf{n}\mathbf{h}_l)][\mathbf{h}_m - \mathbf{n}(\mathbf{n}\mathbf{h}_m)]$$
$$\times \exp[i\mathbf{k}(\mathbf{r}_m - \mathbf{r}_l)]. \tag{13}$$

В силу случайного распределения примесей в координатном пространстве отличный от нуля вклад обусловлен слагаемыми с $l = m$. Поэтому

$$W_{\text{imp}} = -\frac{V}{N^2}\sum_\mathbf{k}\chi^\perp(\mathbf{k})\sum_l[\mathbf{h}_l - \mathbf{n}(\mathbf{n}\mathbf{h}_l)]^2$$
$$= -xb^d\Sigma_\mathbf{k}\chi^\perp(\mathbf{k})\langle[\mathbf{h}_l - \mathbf{n}(\mathbf{n}\mathbf{h}_l)]^2\rangle, \tag{14}$$

где x — безразмерная концентрация примесей (их число на одну ячейку), а угловые скобки означают усреднение по полям всех примесей. Переходя от суммирования по $\mathbf{k}$ к интегрированию по зоне Бриллюэна и вводя обозначение

$$\tilde{\chi}^\perp = b^d\int\frac{d^d\mathbf{k}}{(2\pi)^d}\chi^\perp(\mathbf{k}), \tag{15}$$

получаем для объемной плотности энергии взаимодействия со случайными полями примесей

$$w_{\text{imp}} = -x\tilde{\chi}^\perp[\langle\mathbf{h}_l^2\rangle - \langle(\mathbf{n}\mathbf{h}_l)^2\rangle]. \tag{16}$$

В пространстве размерностью $2 < d < 4$ величина $\tilde{\chi}^\perp$ не имеет особенностей при $\mathbf{k} = 0$.

Легко видеть, что в случае анизотропного распределения направлений случайных полей второе слагаемое в квадратных скобках в правой части выражения (16) индуцирует анизотропию в пространстве параметра порядка.

В частности, при коллинеарной ориентации случайных полей объемная плотность энергии анизотропии принимает вид

$$w_{\mathrm{an}} = x\tilde{\chi}^{\perp}\langle \mathbf{h}_l^2\rangle \cos^2\varphi \equiv \frac{1}{2}K_{\mathrm{eff}}S^2 b^{-d}\cos^2\varphi, \quad (17)$$

где φ — угол между вектором параметра порядка и осью „тяжелого намагничивания", которой коллинеарны случайные поля примесей, а S — модуль вектора спина.

В случае компланарного и изотропного в выделенной плоскости распределения случайных полей в модели Гейзенберга объемная плотность энергии анизотропии равна

$$w_{\mathrm{an}} = -\frac{1}{2}x\tilde{\chi}^{\perp}\langle \mathbf{h}_l^2\rangle \cos^2\varphi \equiv -\frac{1}{2}K_{\mathrm{eff}}S^2 b^{-d}\cos^2\varphi, \quad (18)$$

где φ — угол между вектором параметра порядка и нормалью к плоскости, в которой лежат случайные поля.

Оценка константы эффективной анизотропии K_{eff} по порядку величины дает значение

$$K_{\mathrm{eff}} \sim \frac{x\langle \mathbf{h}_l^2\rangle}{JS^2}. \quad (19)$$

В общем случае анизотропного распределения направлений случайных полей удобно описывать возникшую анизотропию через разность Δ между максимальным и минимальным значением выражения $\langle(\mathbf{n}, \mathbf{h}_l)^2\rangle$ как функции направления вектора $\mathbf{n}$

$$w_{\mathrm{an}} = x\tilde{\chi}^{\perp}\Delta = \frac{1}{2}K_{\mathrm{eff}}S^2 b^{-d}. \quad (20)$$

4. Подавление неоднородного состояния Имри–Ма

Сравним полученную эффективную константу анизотропии с критическим значением, превышение которого подавляет неоднородное состояние Имри–Ма [3].

Действительно, чтобы следовать за флуктуациями случайного поля, параметру порядка приходится отклоняться от наиболее выгодного (с точки зрения энергии анизотропии) направления. Это приводит к росту энергии анизотропии. Когда этот рост уже не компенсируется выигрышем энергии за счет следования параметра порядка за флуктуациями случайного поля, неоднородное состояние Имри–Ма становится энергетически невыгодным и в системе восстанавливается дальний порядок.

Как показано в работе [3], соответствующее критическое значение равно

$$K_{\mathrm{cr}} \sim J\left[\frac{x\langle \mathbf{h}_l^2\rangle}{J^2S^2}\right]^{\frac{2}{4-d}}. \quad (21)$$

Легко видеть, что при $2 < d < 4$ в случае сильно анизотропного распределения направлений случайных полей, когда справедлива оценка (19), $K_{\mathrm{eff}} \gg K_{\mathrm{cr}}$, поэтому неоднородное состояние Имри–Ма не реализуется. Для его возникновения необходимо выполнение обратного условия.

В работе [5] при теоретическом исследовании системы со слабой одноосной анизотропией было обнаружено, что введение примесей типа „случайное локальное поле" с полями, коллинеарными легкой оси, приводит с ростом концентрации примесей к фазовому переходу в фазу, в которой параметр порядка перпендикулярен легкой оси. Автор интерпретировал это как спин-флоп-переход, вызванный дефектами. С учетом приведенного выше рассмотрения правильнее было бы отнести его к ориентационному переходу. Действительно, введение примесей уменьшает величину константы анизотропии, а при критической концентрации примесей она изменяет знак, т.е. есть возникает анизотропия типа „легкая плоскость".

5. Заключение

Таким образом, показано, что в случае анизотропного распределения направлений случайных локальных полей примесей дальний порядок в системе с исходной $O(n)$-симметрией и размерностью пространства $2 < d < 4$ не исчезает вследствие индуцируемой полями примесей эффективной анизотропии в пространстве параметра порядка, и неоднородное состояние Имри–Ма не возникает.

Список литературы

[1] Y. Imry, S.-K. Ma. Phys. Rev. Lett. **35**, 1399 (1975).
[2] А.А. Берзин, А.И. Морозов. ФТТ **57**, 2155 (2015).
[3] А.И. Морозов, А.С. Сигов. Письма в ЖЭТФ **90**, 818 (2009).
[4] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. Наука, М. (1982). 624 с.
[5] A. Aharony. Phys. Rev. B **18**, 3328 (1978).