

Краткие сообщения

01

Статистические свойства кооперативного излучения ансамбля неизохронных электронов-осцилляторов

© С.В. Анищенко, В.Г. Барышевский

Институт ядерных проблем Белорусского государственного университета,
220030 Минск, Беларусь
e-mail: sanishchenko@mail.ru

(Поступило в Редакцию 13 октября 2015 г.)

Рассмотрено влияние дробового шума и разброса частиц по энергиям на статистические свойства кооперативного излучения, испускаемого ансамблем неизохронных электронов-осцилляторов. В отсутствие разброса по энергиям установлена зависимость среднеквадратичного отклонения как пиковой мощности излучения, так и времени автофазировки от числа частиц. Продемонстрировано, что даже незначительный разброс по энергиям (4%) приводит к резкому снижению максимально достижимой мощности кооперативного излучения.

Ансамбль неизохронных электронов-осцилляторов, взаимодействующих друг с другом посредством собственного поля излучения, является одной из базовых моделей для описания нелинейных процессов при генерации электромагнитных волн [1–6]. В работах [3,4] было продемонстрировано, что в отсутствие внешнего воздействия в ансамбле неизохронных электронов-осцилляторов развивается неустойчивость. Начальная стадия неустойчивости сопровождается экспоненциальным ростом мощности излучения и автофазировкой электронов-осцилляторов. В дальнейшем рост мощности из-за нелинейности ограничивается и формируется импульс кооперативного излучения [3].

В работе [4] детально изучено влияние неизохронности на пиковую мощность кооперативного излучения и время автофазировки электронов-осцилляторов. При этом авторами работы [4] предполагалось, что обладающие одинаковой начальной энергией частицы подвергнуты предварительной модуляции по фазам на частоте излучения. (Подобная постановка начальных условий довольно часто встречается при теоретическом анализе процессов неустойчивости (см., например, [4,6,7])). Предварительная модуляция заряженных частиц по фазам приводит к тому, что в отсутствие внешнего источника излучения процесс генерации электромагнитных колебаний начинается не со спонтанного излучения отдельных электронов, а со спонтанного когерентного излучения всех частиц.

Между тем представляет интерес выяснить, как себя ведет кооперативное излучение электронов-осцилляторов в отсутствие предварительной модуляции, когда генерация излучения начинается со спонтанного испускания электромагнитных волн отдельными частицами. В этом случае для корректного описания кооперативного излучения следует учитывать статистические флуктуации, обусловленные дробовым шумом и разбро-

сом электронов по энергиям, всегда присутствующие в ансамбле частиц [8–10]. Хорошо известно [11–13], что из-за дробового шума в однопроходных лазерах на свободных электронах мощность излучения и время автофазировки становятся случайными величинами, среднеквадратичные отклонения которых по порядку величины совпадают со своими средними значениями.

Отметим, что кооперативное излучение неизохронных электронов-осцилляторов, не модулированных по фазам, в большей степени соответствует классическому аналогу сверхизлучения Дике, чем кооперативное излучение с предварительной модуляцией электронов-осцилляторов. Напомним, что в задаче о сверхизлучении двухуровневых атомов их начальные фазы не коррелируют между собой.

Настоящая работа посвящена изучению статистических свойств кооперативного излучения ансамбля неизохронных электронов-осцилляторов, не модулированных по фазам, когда испускание электромагнитных волн начинается со спонтанного излучения отдельных частиц. В качестве случайных величин, подвергаемых статистическому анализу, мы возьмем пиковую мощность излучения и время автофазировки. Выбор этих величин не случаен. Пиковая мощность — основная выходная характеристика короткоимпульсных источников электромагнитного излучения, а время автофазировки определяет минимальный промежуток времени пребывания ансамбля частиц в генераторе, который необходим для развития кооперативной неустойчивости.

План изложения материала следующий. Вначале подробно исследуются статистические свойства кооперативного излучения в присутствии лишь одного дробового шума, и только затем к дробовому шуму добавляется разброс электронов по энергиям. Как окажется, разброс электронов по энергиям является одним из важнейших

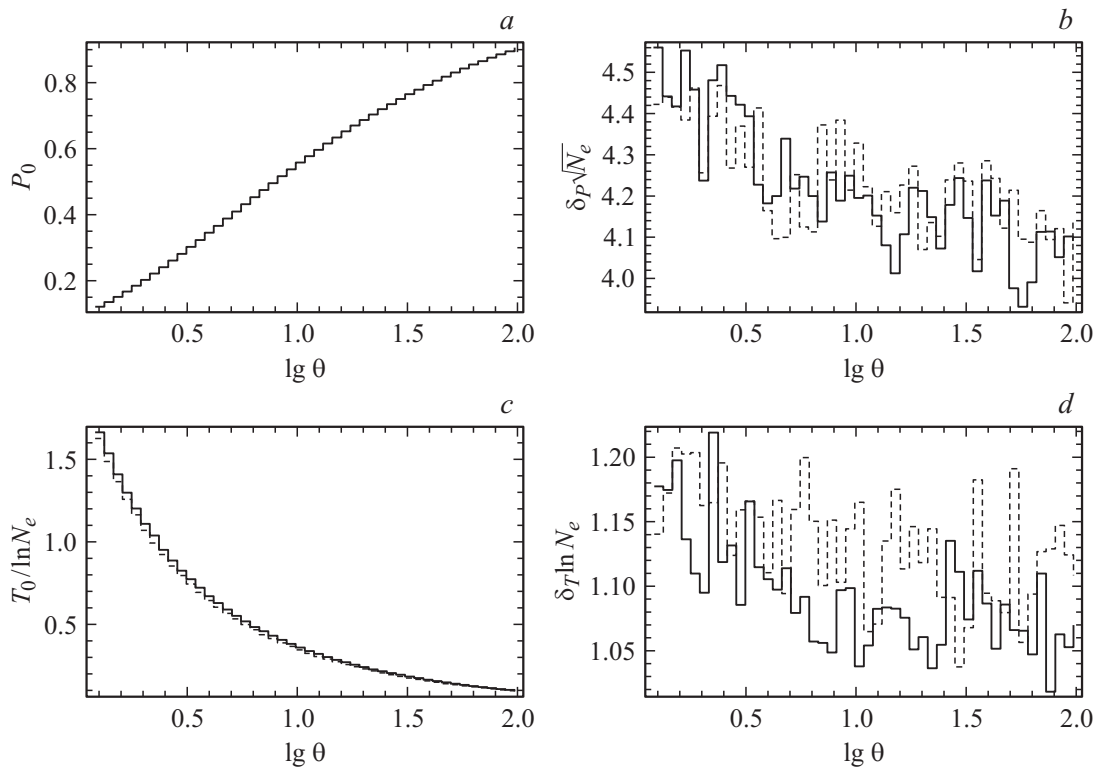


Рис. 1. Зависимость выходных параметров кооперативного излучения от параметра неизохронности θ . *a* — пиковая мощность излучения, *b* — относительное среднее квадратичное отклонение пиковой мощности, *c* — время автофазировки, *d* — относительное среднее квадратичное отклонение времени автофазировки (сплошная линия соответствует $N_e = 6.75 \cdot 10^4$, штриховая — $1.08 \cdot 10^6$).

факторов, ограничивающих пиковую мощность кооперативного излучения.

Система уравнений, описывающая поведение ансамбля неизохронных электронов-осцилляторов, имеет следующий вид [4]:

$$\frac{dc_k}{dt} + i\theta(|c_k|^2 - 1)c_k = -\langle c \rangle,$$

$$\langle c \rangle = \frac{1}{N_e} \sum_k c_k. \quad (1)$$

Здесь θ — параметр неизохронности, приводящий к квадратичной зависимости частоты колебаний осциллятора от абсолютного значения комплексной амплитуды $c_k = a_k e^{i\phi_k}$, N_e — число частиц в ансамбле. Мощность излучения и энергия электронов даются формулами [4]

$$P = 2|\langle c \rangle|^2 \quad (2)$$

и

$$E = 2\langle |c|^2 \rangle \quad (3)$$

соответственно. В отсутствие разброса по энергиям все амплитуды $a_k(0)$ в начальный момент времени равны единице, а фазы ϕ_k распределены равномерно на интервале $[0, 2\pi)$.

Как следует из (1), поведение ансамбля неизохронных осцилляторов в отсутствие разброса по энергиям определяется двумя управляющими параметрами θ и N_e . Следовательно, для исследования статистических свойств

кооперативного излучения необходимо решить систему уравнений (1) при различных значениях управляющих параметров. Поскольку начальное распределение фаз $\phi_k(0)$ случайно, то численный эксперимент с каждой парой значений θ и N_e необходимо повторить много раз. Указанная процедура даст информацию о статистических характеристиках кооперативного излучения, важнейшими из которых являются пиковая мощность P_0 , время автофазировки T_0 и их относительные среднее квадратичные отклонения δ_P и δ_T .

При численном исследовании статистических флуктуаций кооперативного излучения в присутствии дробового шума мы вместо N_e реальных электронов брали $N = 36 \ll N_e$ машинных с начальными фазами, равными

$$\phi_k(0) = \frac{2\pi k}{N} + \sqrt{\frac{12N}{N_e}} r_k, \quad k = 1, \dots, N, \quad (4)$$

где r_k — случайные величины, равномерно распределенные на интервале $[0; 1)$. В работе [9] показано, что подобная процедура, позволяющая существенно ускорить процесс вычислений, правильно воспроизводит дробовой шум. В качестве значений управляющих параметров мы выбрали следующие: $N_e = 6.75 \cdot 10^4$, $4.32 \cdot 10^6$, $\theta = 1-107$. С каждой парой N_e и θ численный эксперимент повторялся 100 раз.

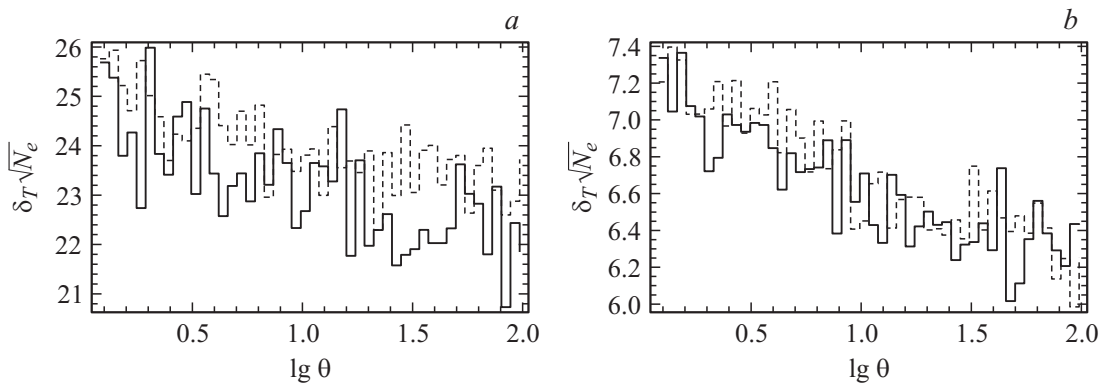


Рис. 2. Зависимость среднеквадратичного отклонения времени автофазировки от параметра неизохронности θ при разной степени предварительной модуляции частиц по фазам: a — $\delta_\phi = 0.01$, b — $\delta_\phi = 0.05$ (черная линия соответствует $N_e = 6.75 \cdot 10^4$, штриховая — $1.08 \cdot 10^6$).

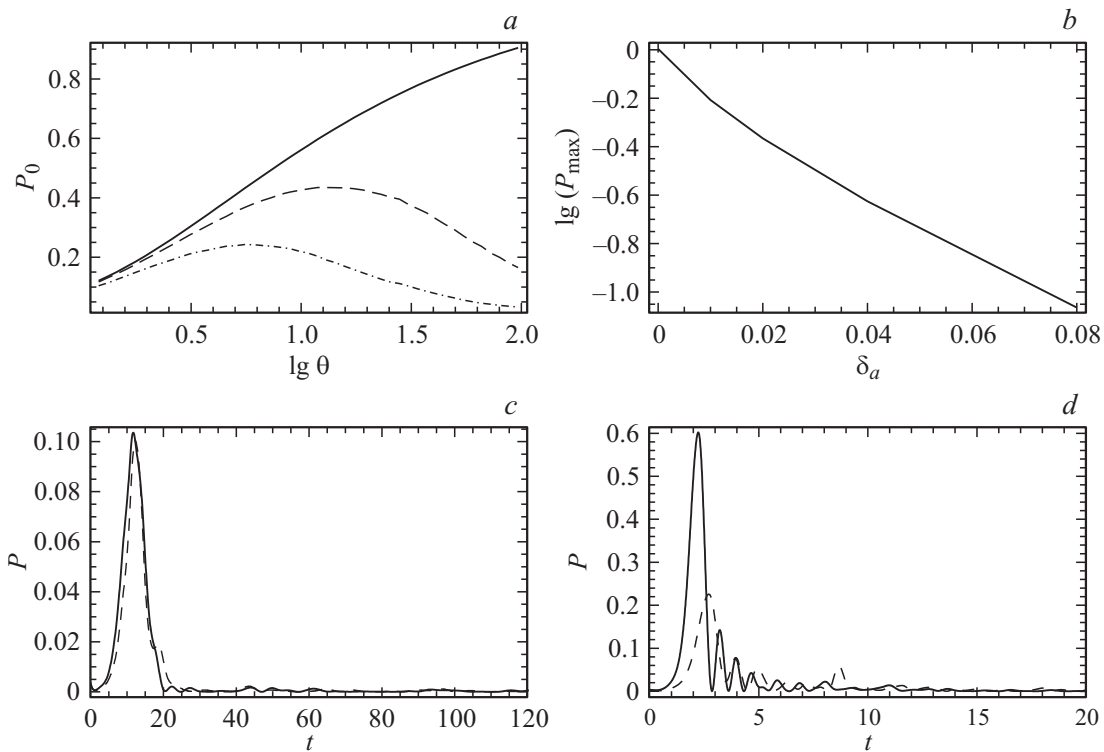


Рис. 3. Влияние разброса частиц по энергиям на пиковую мощность излучения. a — зависимость пиковой мощности излучения от параметра неизохронности θ при различных значениях δ_a (сплошная линия соответствует $\delta_a = 0.00$, штриховая — $\delta_a = 0.02$, штрихпунктирная — $\delta_a = 0.04$), b — зависимость максимальной пиковой мощности излучения от среднеквадратичного отклонения δ_a , c, d — зависимость мощности излучения от времени при различных значениях δ_a и θ (штриховая линия соответствует $\delta_a = 0.04$, сплошная — $\delta_a = 0.0$ соответствует $\theta = 1$, d — $\theta = 10$).

На рис. 1 представлены результаты соответствующих расчетов, из которых следуют несколько важных выводов. Во-первых, относительное среднеквадратичное отклонение пиковой мощности излучения, слабо зависящей от числа частиц N_e , падает как $\delta_P \approx 4.3/\sqrt{N_e}$ при изменении $\lg(\theta)$ от 0 до 2. Во-вторых, время автофазировки, уменьшающееся с ростом параметра неизохронности θ , логарифмически зависит от числа

частиц $T_0 \sim \ln N_e$. И в-третьих, величина δ_T падает в соответствии с приближенной формулой $\delta_T = q/\ln N_e$, где $q(\theta) \approx 1.1$ медленно убывает при изменении $\lg(\theta)$ от 0 до 2.

Экстраполируя полученные зависимости $\delta_P(N_e)$ и $\delta_T(N_e)$ в область больших значений числа частиц $N_e = 10^9 - 10^{14}$ (характерное число электронов в однопроходных генераторах электромагнитного излучения),

получим в качестве оценки: $\delta_T = 0.03-0.05$ и $\delta_P < 10^{-4}$. Из чего можно сделать вывод, что в отсутствие разброса по энергиям дробовой шум приводит к 3–5-процентным флуктуациям времени автофазировки при незначительных флуктуациях пиковой мощности излучения.

Следует отметить, что предварительная модуляция электронов-осцилляторов по фазам:

$$\phi_k(0) = \frac{2\pi k}{N} + \sqrt{\frac{12N}{N_e}} r_k + \delta_\phi \cos\left(\frac{2\pi k}{N}\right),$$

$$k = 1, \dots, N, \quad (5)$$

практически не сказывающаяся на P_0 , T_0 и δ_P , приводит к существенному снижению флуктуаций времени автофазировки: логарифмическое уменьшение $\delta_T \sim 1/\ln N_e$ изменяется на пропорциональное $1/\sqrt{N_e}$ (рис. 2).

Разброс электронов по энергиям $E_k(0) \approx a_k^2/N_e$ учтем, положив начальные амплитуды $a_k(0)$ случайными гауссовыми величинами, характеризуемыми средним значением, равным единице, и относительным среднеквадратичным отклонением $\delta_a \approx \delta_E/2$ (δ_E — относительное среднеквадратичное отклонение энергии частиц). При численном моделировании мы опять перейдем от $N = 36$ машинных электронов к $N_e = 288$ реальным. (Численный эксперимент показал, что результаты моделирования в присутствии разброса по энергиям слабо зависят от числа частиц, если $N_e > 36$.)

Анализ результатов численных экспериментов показывает, что разброс по энергиям не столько приводит к увеличению флуктуаций пиковой мощности излучения, сколько к резкому снижению мощности излучения (рис. 3). Причем максимальная мощность излучения падает экспоненциально $P_{\max} = 10^{-\delta_a/0.075} = 10^{-\delta_E/0.15}$ с увеличением δ_a , а значение параметра θ , при котором достигается P_{\max} , уменьшается. При $\delta_a = 0.02$ ($\delta_E = 0.04$) мощность P_{\max} падает более чем в 2 раза. Сказанное хорошо иллюстрируют примеры, представленные на рис. 3, *c, d*, где отчетливо прослеживается возрастание роли разброса по энергиям при увеличении θ : разброс по энергиям приводит к более сильному подавлению излучения в случае больших θ .

Таким образом, в настоящей работе исследованы статистические свойства кооперативного излучения ансамбля неизохронных электронов-осцилляторов. Показано, что при числе электронов $N_e \sim 10^9-10^{14}$ относительное среднеквадратичное отклонение времени автофазировки от его среднего значения составляет величину $\delta_T \approx 1.1/\ln N_e \sim 0.03-0.05$. Флуктуации пиковой мощности при этом оказываются пренебрежимо малы — $\delta_P < 10^{-4}$. В условиях предварительной модуляции электронов-осцилляторов по фазам происходит изменение зависимости δ_T от числа частиц. Относительное среднеквадратичное отклонение времени автофазировки δ_T становится обратно пропорциональным $\sqrt{N_e}$.

Разброс частиц по энергиям, характеризуемый относительным среднеквадратичным отклонением δ_E , приводит

к резкому снижению пиковой мощности излучения. Максимально достижимая мощность при этом падает экспоненциально с ростом δ_E .

Анализ, проведенный в настоящей работе, показал, что дробовой шум в отсутствие разброса по энергиям является важнейшим фактором, приводящим к флуктуациям времени автофазировки ансамбля неизохронных электронов-осцилляторов, взаимодействующих друг с другом посредством собственного поля излучения. Разброс частиц по энергиям обуславливает существенное подавление пиковой мощности кооперативного излучения.

Список литературы

- [1] Гапонов А.И., Петелин М.И., Юлматов В.К. // Изв. вузов. Радиофизика. 1967. Т. 10. Вып. 9–10. С. 1414–1453.
- [2] Железняков В.В., Кочаровский В.В., Кочаровский В.В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Т. 29. С. 1095.
- [3] Ильинский Ю.А., Маслова Н.С. // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. Вып. 1. С. 171–174.
- [4] Вайнштейн Л.А., Клеев А.И. // ДАН СССР. 1990. Т. 311. Вып. 4. С. 862–865.
- [5] Ginzburg N.S. et al. // IEEE Trans. Plasma Sci. 2013. Vol. 41. N 4. P. 646–660.
- [6] Трубецков Д.И., Храмов А.Е. Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков. В 2 т. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.
- [7] Гинзбург Н.С. и др. // ЖТФ. 2002. Т. 72. Вып. 1. С. 83–91.
- [8] Roberson C.W., Sprangle P. // Phys. Fluids B. 1989. Vol. 1. N 1. P. 3–42.
- [9] Tran T.M., Wurtele J.S. // Phys. Rep. 1990. Vol. 195. N 1. P. 1–21.
- [10] Penman C., McNeil B.W.J. // Opt. Commun. 1992. Vol. 90. P. 82–84.
- [11] Bonifacio R. et al. // Phys. Rev. Lett. 1994. Vol. 73. P. 70.
- [12] Saldin E.L., Schneidmüller E.A., Yurkov M.V. // Opt. Commun. 1998. Vol. 148. P. 383–403.
- [13] Prazeres R. et al. // Phys. Rev. Lett. 1997. Vol. 78. N 11. P. 2124–2127.