Физика и техника полупроводников, 2016, том 50, вып. 8

Времена перехода резонансно-туннельного диода между экстремальными точками гистерезисной вольт-амперной характеристики

© К.С. Гришаков, В.Ф. Елесин

Национальный исследовательский ядерный университет „МИФИ“,
115409 Москва, Россия

E-mail: ksgrishakov@yahoo.com

(Получена 31 марта 2015 г. Принята к печати 25 января 2016 г.)

Впервые найдено численное решение задачи о переходных процессах в резонансно-туннельном диоде (РТД) при наличии гистерезиса вольт-амперной характеристики (ВАХ) в рамках когерентной модели (Шредингер−Пуассон) с ферми-распределением электронов. Детально изучены переходы из состояния с большим током в состояние с малым и наоборот, которые возможны благодаря гистерезису ВАХ и имеют важное практическое значение при использовании резонансно-туннельных диодов в качестве сверхбыстрых переключателей. Показано, что времена перехода для таких процессов, возникающие под действием малого напряжения, могут значительно превосходить характерное $\hbar/\Gamma$, Γ — ширина резонансного уровня. Удалось впервые установить, что время перехода можно уменьшить до характерного $\hbar/\Gamma$, если приложить напряжение больше, чем V_c. Для рассмотренной в статье структуры РТД $V_c \approx 0.01$ В.

1. Введение

Известно, что резонансно-туннельные диоды (РТД) могут быть использованы в качестве высокоскоростных приборов [1,2]. Но экспериментальное измерение характерных времен переходных процессов представляет большие трудности из-за их малой ожидаемой величины (10^{-12}−10^{-13} с) и влияния побочных эффектов, типа паразитных емкостей, индуктивностей и т.д. Поэтому представляет интерес расчет характерных времен в зависимости от параметров РТД.

В ранних работах [1,2] для оценки использовались феноменологические модели, использующие эквивалентные схемы. Но РТД — это квантовый прибор и при его описании наиболее последовательной моделью является так называемая когерентная модель туннелирования, включающая систему нелинейных уравнений Шредингера и Пуассона с открытыми граничными условиями.

Переходные процессы в РТД в когерентной модели для реальной структуры барьеров и с ферми-распределением электронов ранее изучались в работах [3,4] с использованием компьютерного моделирования. В этих работах много внимания уделяется методике численного расчета и детальных исследований переходных процессов, при этом при наличии гистерезиса вольт-амперной характеристики (ВАХ) не приводилось. В работе [5] было найдено численное решение задачи о переходных процессах в РТД при наличии гистрезиса ВАХ. Однако использовалось приближение локального межэлектронного взаимодействия, т.е. вместо системы уравнений Шредингер−Пуассон решалось уравнение Шредингера с кубической нелинейность (добавочный член $g|\psi|^2\psi$), и задача решалась в упрощенной модели с моноэнергетическими электронами.

В работе [6] было найдено аналитически решение задачи о переходных процессах в РТД. Получены явные выражения для переходного тока, возникающего под действием мгновенно прилагаемого слабого электрического поля с потенциалом V_0. В отсутствие взаимодействия возникающий ток за характерное время, равное $\hbar/\Gamma$ (время жизни электрона в квантовой яме), релаксирует к стационарному значению, совершая осцилляции с частотой $\tilde{\xi} = E - E_R$, где E — энергия поступающих из эмиттера электронов, E_R — энергия резонансного уровня. В квазиклассическом приближении был найден переходной ток при наличии межэлектронного взаимодействия. Было показано, что учет взаимодействия может существенно менять вид переходного тока, особенно при наличии гистерезиса ВАХ. Вблизи экстремальных значений ВАХ в области отрицательной дифференциальной проводимости частота осцилляций стремится к нулю и становится мнимой, компенсируя затухание. Таким образом, переходной ток релаксирует за очень большие времена без осцилляций.

Однако аналитическое решение [6] справедливо только в рамках теории возмущений для малых значений V_0. Так что оно описывает только начальный ход переходного процесса при гистерезисе ВАХ из состояния с большим током в состояние с малым или обратно.

Между тем этот переход представляет большой практический интерес, так как дает возможность сравнительно малым напряжением переводить РТД из состояния с большим током в состояние с малым за весьма короткие времена. Это было продемонстрировано в работе [7] с помощью численного решения в когерентной модели. Но в [6,7] использовалась идеализированная модель РТД, в которой предполагались электроны эмиттера — моноэнергетическими, а барьеры — δ-образными.

Цель настоящей работы — численно найти времена перехода из состояния с большим током в состояние с малым и обратно для фермиевского распределения электронов и реальной структуры.

Статья построена следующим образом. В разд. 2 дается постановка задачи в рамках когерентной модели. Разд. 3 посвящен обсуждению стационарной гистерезисной ВАХ. Переходные токи в условиях гистерезиса изучены в разд. 4. В заключение проводится обсуждение полученных результатов.

2. Постановка задачи

Рассмотрим одномерную двухбарьерную наноструктуру (РТД), см. рис. 1. Слева ($x \to -\infty$) из эмиттера, а также справа ($x \to \infty$) из коллектора подводится стационарный поток электронов с энергиями $\hbar^2k^2/2m^*$ и энергией Ферми E_F. К структуре приложено напряжение, которое может мгновенно меняться, вызывая переходной процесс.

Волновая функция $\psi_k(x,t)$ удовлетворяет уравнению Шредингера:

$$i\hbar\frac{\partial\psi_k(x,t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m^*}\frac{\partial^2\psi_k(x,t)}{\partial x^2} + \big(\varphi(x,t) + V_\mathrm{str}(x)\big)\psi_k(x,t), \qquad (1)$$

где V_str — потенциал структуры, m^* — эффективная масса электрона, $\varphi(x,t)$ — потенциал межэлектронного взаимодействия, который находится из уравнения Пуассона:

$$\frac{\partial^2\varphi(x,t)}{\partial x^2} = -\frac{e^2}{\varepsilon\varepsilon_0}n(x,t). \qquad (2)$$

Здесь e — заряд электрона, ε — диэлектрическая проницаемость, а $n(x,t)$ — концентрация электронов, определяемая как

$$n(x,t) = \int g(k)\big|\psi_k(x,t)\big|^2 dk, \qquad (3)$$

$$g(k) = \frac{m^*k_\mathrm{B}T}{2\pi^2\hbar^2}\ln\left(1 + \exp\left(\frac{E_\mathrm{F} - \frac{\hbar^2k^2}{2m^*}}{k_\mathrm{B}T}\right)\right), \qquad (4)$$

$g(k)$ — это функция распределения электронов, проинтегрированная по поперечному импульсу, k_B — постоянная Больцмана, k — X-компонента квазиимпульса электрона, T — температура.

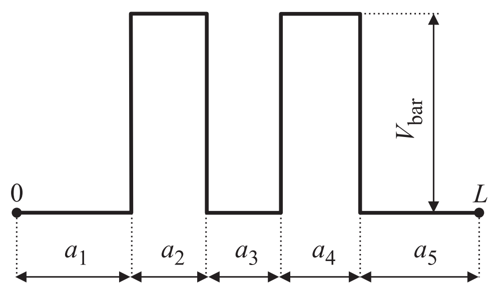

Рис. 1. Схема двухбарьерной наноструктуры РТД.

Ток РТД дается формулой

$$j(x,t) = \frac{e\hbar}{m^*}\int g(k)\,\mathrm{Im}\left(\psi_k^*(x,t)\frac{\partial\psi_k(x,t)}{\partial x}\right)dk. \qquad (5)$$

Граничные условия для электронов, налетающих слева из эмиттера:

$$\psi_k(0,t) + \frac{1}{ik}\frac{\partial\psi_k(x,t)}{\partial x}\bigg|_{x=0} = 2\exp\left(-\frac{iEt}{\hbar}\right), \quad E = \frac{\hbar^2k^2}{2m^*},$$

$$\psi_k(L,t) - \frac{1}{i\sqrt{k^2 - \frac{2m^*}{\hbar^2}\varphi(L,t)}}\frac{\partial\psi_k(x,t)}{\partial x}\bigg|_{x=L} = 0.$$

Граничные условия для электронов, налетающих справа из коллектора:

$$\psi_k(0,t) + \frac{1}{i\sqrt{k^2 + \frac{2m^*}{\hbar^2}\varphi(L,t)}}\frac{\partial\psi_k(x,t)}{\partial x}\bigg|_{x=0} = 0,$$

$$\psi_k(L,t) - \frac{1}{i|k|}\frac{\partial\psi_k(x,t)}{\partial x}\bigg|_{x=L} = 2\exp\left(-\frac{i\left(\frac{\hbar^2k^2}{2m^*} + \varphi(L,t)\right)t}{\hbar}\right).$$

В данной работе вместо точных граничных условий для нестационарной задачи (см., например, [3,4]) использовались приближенные граничные условия, которые хорошо зарекомендовали себя на аналогичной задаче с моноэнергетическим распределением электронов [7], показав хорошее согласие с аналитическим решением [6]. Данный тип граничных условий проще в реализации и позволяет значительно сократить время компьютерных расчетов.

Параметры структуры аналогичны [3]: $m* = 0.067\,m_e$ (m_e — масса электрона), $T = 300\,\mathrm{K}$, $E_\mathrm{F} = 42$ мэВ, что соответствует концентрации донорных примесей 10^{18} см$^{-3}$, $E_\mathrm{max} = E_\mathrm{F} + 7k_\mathrm{B}T$, $\varepsilon = 11.44$, $V_\mathrm{bar} = 0.3$ эВ, $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = 5$ нм, $a_5 = 10$ нм. Также расчеты проводились для $E_\mathrm{F} = 12$ мэВ.

Для стационарной задачи граничные условия для уравнения Пуассона имеют вид

$$\varphi(0) = 0, \quad \varphi(L) = -eV_{dc}. \qquad (6)$$

После мгновенного изменения напряжения на величину ΔV, вызывающего нестационарный процесс, граничные условия принимают вид

$$\varphi(0) = 0, \quad \varphi(L) = -e(V_{dc} + \Delta V).$$

При численном решении нестационарной задачи использовалась разностная схема Крэнка–Николсона, а для ускорения самосогласованного решения нелинейной системы Шредингер–Пуассон использовался метод Гуммеля [3,4]. Шаг по времени $dt = 10^{-15}$ с.

3. Стационарный случай. Вольт-амперные характеристики

Стационарное решение системы уравнений дает возможность найти зависимость тока J_0 от напряжения V_{dc} (ВАХ) [см. рис. 2, a ($E_{\mathrm{F}} = 42$ мэВ) и рис. 2, b ($E_{\mathrm{F}} = 12$ мэВ)], а также концентрации электронов $n(x)$ и потенциала $\varphi(x) + V_{\mathrm{str}}(x)$ от координаты [см. рис. 3 ($E_{\mathrm{F}} = 42$ мэВ, $V_{dc} = V_{dc}^{((1))}$)]. Параметры задачи подобраны так, чтобы реализовалась ВАХ с гистерезисом. При $V_{dc}^{(1)}$ (точка срыва) решение с большим током исчезает, и появляется решение с малым током. При обратном ходе при напряжении $V_{dc}^{(2)}$ нижнее решение исчезает и происходит переход в состояние с большим током. Для $E_{\mathrm{F}} = 42$ мэВ получаем $V_{dc}^{(1)} = 0.2592$ В и $V_{dc}^{(2)} = 0.2482$ В, а для $E_{\mathrm{F}} = 12$ мэВ получаем $V_{dc}^{(1)} = 0.2376$ и $V_{dc}^{(2)} = 0.2308$ В.

Соотношение токов в данной структуре при переключении из $V_{dc}^{(1)}$ для $E_{\mathrm{F}} = 42$ мэВ равно 8.6 и 18 для $E_{\mathrm{F}} = 12$ мэВ; при переключении из $V_{dc}^{(2)}$ — 7.9 для $E_{\mathrm{F}} = 42$ мэВ и 9.9 для $E_{\mathrm{F}} = 12$ мэВ. Однако можно добиться гораздо больших отношений.

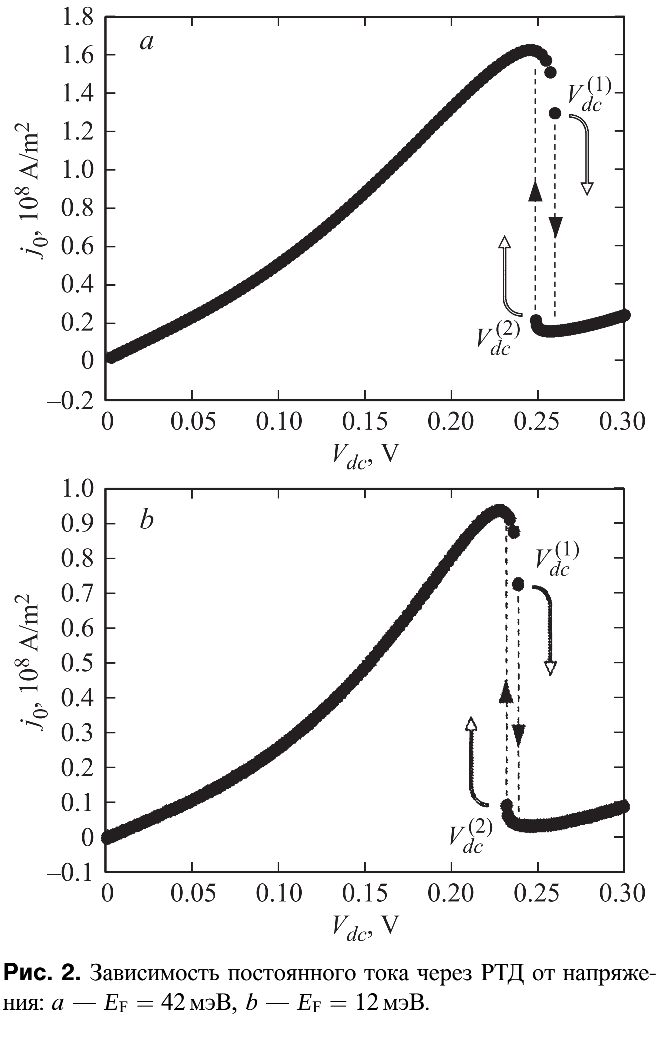

Рис. 2. Зависимость постоянного тока через РТД от напряжения: a — $E_{\mathrm{F}} = 42$ мэВ, b — $E_{\mathrm{F}} = 12$ мэВ.

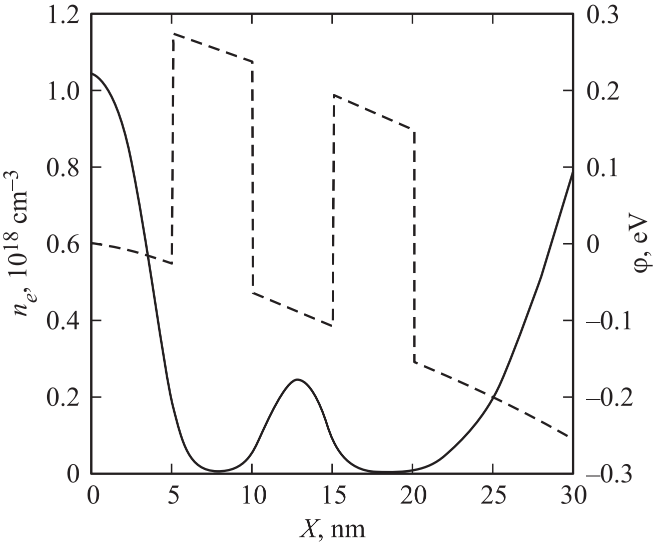

Рис. 3. Зависимость концентрации электронов (сплошная, левая ось Y) и полного потенциала (пунктирная, правая ось Y), который есть сумма потенциалов межэлектронного взаимодействия и структуры, от координаты: $E_{\mathrm{F}} = 42$ мэВ, $V_{dc} = V_{dc}^{(1)}$.

4. Переключение резонансно-туннельного диода из состояния с большим током в состояние с малым и наоборот

Характерным временем РТД является время жизни электрона в квантовой яме $\tau = \hbar/\Gamma$, Γ — ширина уровня. Поэтому можно ожидать, что при $V = V_{dc}^{(1)} + \Delta V$, сколь угодно малом $\Delta V \to 0$ РТД перейдет из состояния с большим током в состояние с малым током за время τ. Однако, как было показано аналитически в работе [6], переходные процессы вблизи экстремальных точек ВАХ существенно замедляются. Причина состоит в следующем [6]: мгновенное включение напряжения ΔV приводит к изменению потенциала φ. Это сдвигает резонансную энергию таким образом, что приход электронов за счет резонансного туннелирования увеличивается, компенсируя их уход. В [7] было продемонстрировано для моноэнергетических электронов, что время перехода может превосходить τ в тысячи раз.

На рис. 4, a и b отложена зависимость среднего по координате переходного тока для $E_{\mathrm{F}} = 42$ и $E_{\mathrm{F}} = 12$ мэВ соответственно, вычисленная на основе решения нестационарной системы уравнений (1)−(2).

Рассмотрим случай, когда $E_{\mathrm{F}} = 42$ мэВ. Видно, что для малых скачков напряжения $\Delta V = 0.1$ мВ времена перехода значительно превосходят характерное время τ (в 25 раз), что качественно согласуется с результатами [6,7]. Увеличение ΔV приводит к уменьшению времени перехода. Уже при $\Delta V = 0.01$ В время становится сравнимым с $\hbar/\Gamma$. Аналогичные результаты получаются и при $E_{\mathrm{F}} = 12$ мэВ. Это связано с тем, что система

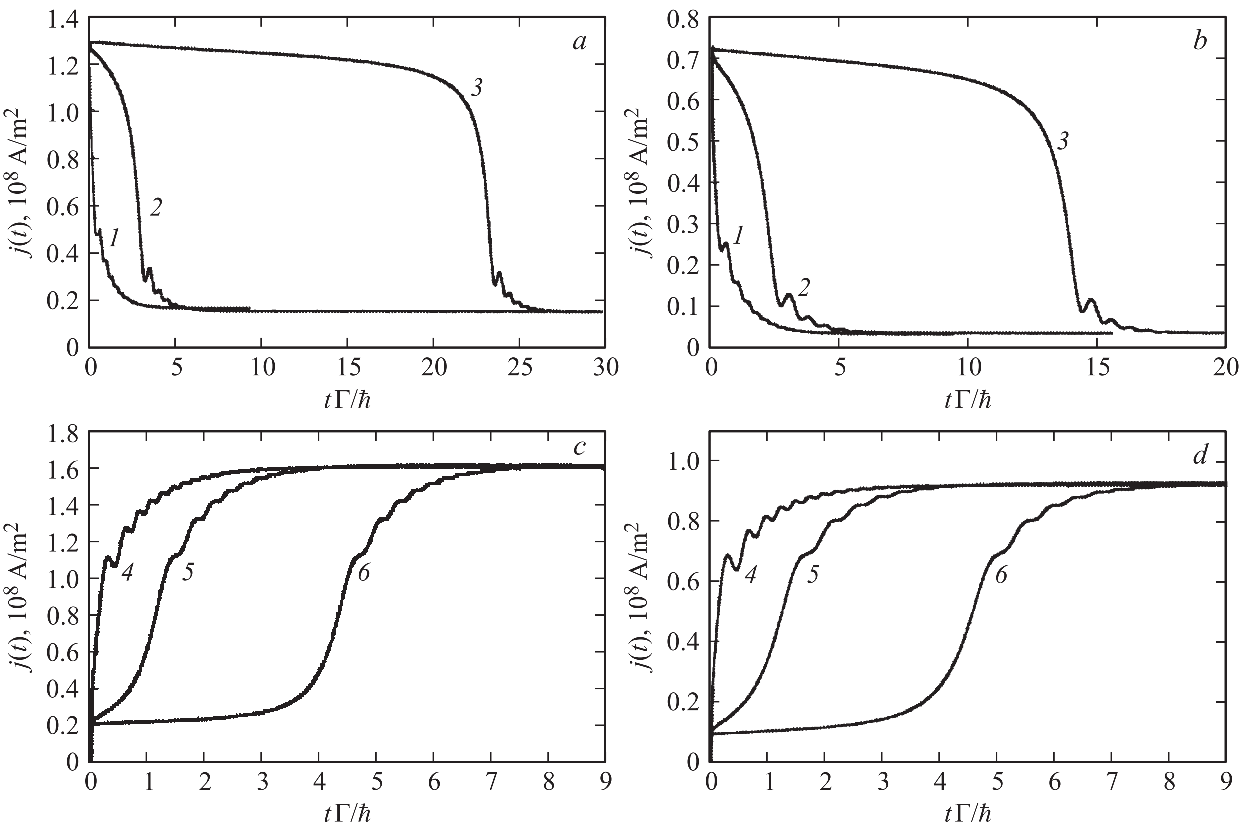

Рис. 4. Зависимость среднего значения переходного тока от времени при различных значениях мгновенно прикладываемого напряжения ΔV: a — $E_{\mathrm{F}} = 42$ мэВ, переход из точки $V_{dc}^{(1)}$; b — $E_{\mathrm{F}} = 12$ мэВ, переход из точки $V_{dc}^{(1)}$; c — $E_{\mathrm{F}} = 42$ мэВ, переход из точки $V_{dc}^{(2)}$; d — $E_{\mathrm{F}} = 12$ мэВ, переход из точки $V_{dc}^{(2)}$.

при $\Delta V = 0.01$ В находится далеко от экстремальной точки ВАХ [7]. Следует отметить, что при $\Delta V = 0.01$ В осцилляции тока практически исчезают.

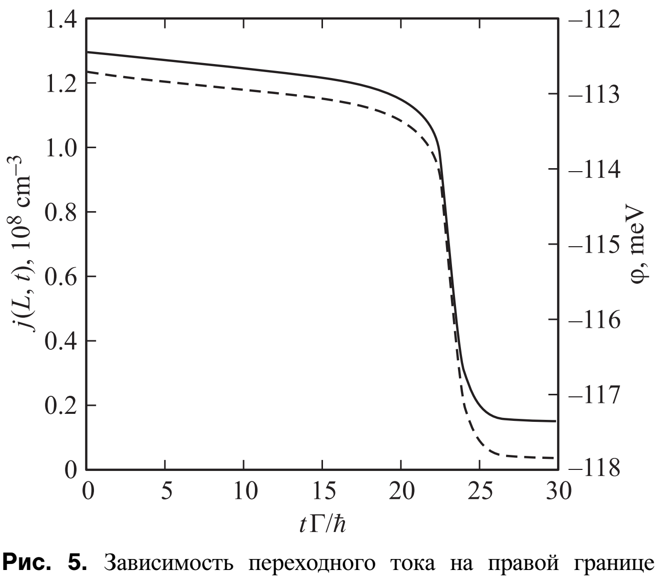

Рис. 5. Зависимость переходного тока на правой границе расчетной области (сплошная, левая ось Y) и потенциала межэлектронного взаимодействия (пунктирная, правая ось Y) от времени: $E_{\mathrm{F}} = 42$ мэВ, $\Delta V = 0.1$ мВ, переход из точки $V_{dc}^{(1)}$.

На рис. 4, c и d изображен переход РТД из состояния с малым током в состояние с большим при $E_{\mathrm{F}} = 42$ и $E_{\mathrm{F}} = 12$ мэВ соответственно. Эффект увеличения времени по сравнению с τ при малых ΔV также наблюдается. Времена перехода и их зависимость от ΔV качественно аналогичны.

Численные расчеты показали, что характер зависимостей от времени среднего по координате потенциала межэлектронного взаимодействия и переходного тока на правой границе расчетной области одинаков и на этих зависимостях отсутствуют осцилляции (см. рис. 5, для $\Delta V = 0.1$ мВ, переход из точки $V_{dc}^{(1)}$).

5. Заключение

Как известно, при наличии гистерезиса ВАХ РТД при напряжении, большем некоторого значения $V_{dc}^{(1)}$ (см. рис. 2), решение с большим током исчезает, и РТД переходит в состояние с малым током. Можно было ожидать, что приложение сколь угодно малой добавки ΔV приведет к переходу за характерное время $\hbar/\Gamma$ (время жизни электрона в квантовой яме, Γ — ширина резонансного уровня). Однако, как показано в работах [6,7], при $\Delta V \to 0$ времена перехода могут превосходить характерное время в тысячи раз. Причина состоит в следующем [6]. Мгновенное включение напряжения ΔV приводит к изменению потенциала $\bar{\varphi}$. Это сдвигает резонансную энергию таким образом, что приход электронов за счет резонансного туннелирования увеличивается, компенсируя их уход. При большом ΔV система в начальный момент находится далеко от экстремальной точки ВАХ и время перехода уменьшается до характерного времени $\hbar/\Gamma$.

Однако эти результаты были получены в [6,7] для идеализированной модели с моноэнергетическими электронами, налетающими из эмиттера. В настоящей работе использовалась реалистичная модель с фермиевским распределением электронов и реальной структурой барьеров. Хотя качественно результаты аналогичны, удалось количественно найти реальные значения полей, при которых времена переключения достигают предельных значений $\hbar/\Gamma$. Для используемых параметров структуры это напряжение составляет 0.01 В, время переключения порядка 10^{-12} с. Скачок токов для данной структуры равен 7.9−18. Времена переключений можно уменьшить до 10^{-13} с, увеличивая барьеры.

Таким образом, РТД представляет значительный интерес в качестве сверхбыстрого переключателя, тем более что малый ток можно сделать незначительным.

Список литературы

[1] S.K.Diamond, E. Özbay, M.J.W. Rodwell, D.M. Bloom, Y.C. Pao, J.S. Harris. Appl. Phys. Lett., **54** (2), 153 (1989).
[2] H.C. Liu, D.D. Coon. Appl. Phys. Lett., **50**, 1246 (1987).
[3] O. Pinaud. J. Appl. Phys., **92** (4), 1987 (2002).
[4] J.F. Mennemann, A. Jungel, H. Kosina. J. Comp. Phys., **239**, 187 (2013).
[5] В.Ф. Елесин, И.Ю. Катеев, А.Ю. Сукочев. Российские нанотехнологии, **8** (3-4), 60 (2013).
[6] В.Ф. Елесин. ЖЭТФ, **145** (6), 1078 (2014).
[7] К.С. Гришаков, В.Ф. Елесин. Российские нанотехнологии, **10** (5–6), 102 (2015).

Редактор Г.А. Оганесян

Resonant tunneling diode transit times between extremal points of hysteresis voltage-current characteristic

K.S. Grishakov, V.F. Elesin

National Research Nuclear University,
115409 Moscow, Russia

Abstract A numerical solution to the problem on transient processes in the resonant tunneling diode (RTD) in the presence of hysteresis current-voltage characteristics (CVC) is found in terms of a coherent model (Schrödinger−Poisson) with the Fermi distribution of electrons. The transitions from states with large current to a state with low and vice versa is studied in detail. These transitions are possible because of the hysteresis CVC, and have a great practical importance for using RTD as ultrafast switches. It is shown that the transit times for such processes due to the action of a small voltage can significantly exceed the characteristic $\hbar/\Gamma$, Γ — the width of the resonance level. It is proven that the transition time can be reduced to the characteristic $\hbar/\Gamma$, if a voltage greater than V_c. For RTD structure considered in the article $V_c \approx 0.01$ V.