Сверхпроводимость в псевдощелевом состоянии в модели „горячих точек“: уравнения Горькова

© Н.А. Кулеева, Э.З. Кучинский

Институт электрофизики Уральского отделения Российской академии наук,
620016 Екатеринбург, Россия

E-mail: strigina@iep.uran.ru, kuchinsk@iep.uran.ru

(Поступила в Редакцию 24 ноября 2003 г.
В окончательной редакции 26 января 2004 г.)

Рассматриваются особенности сверхпроводящего состояния (s- и d-спаривание) в модели псевдощелевого состояния, вызванного флуктуациями ближнего порядка „диэлектрического“ (AFM(SDW) или CDW) типа, основанной на модели поверхности Ферми с „горячими точками“. Построена система рекуррентных уравнений Горькова с учетом всех фейнмановских диаграмм теории возмущений по взаимодействию электрона с флуктуациями ближнего порядка, вызывающими сильное рассеяние вблизи „горячих точек“. Анализируется влияние немагнитных примесей на сверхпроводимость в таком псевдощелевом состоянии. Определены критическая температура сверхпроводящего перехода и температурное поведение энергетической щели в зависимости от эффективной ширины псевдощели, величины корреляционной длины флуктуаций ближнего порядка и частоты рассеяния на примесях.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований № 02-02-16031, в рамках программ фундаментальных исследований Президиума РАН „Квантовая макрофизика“ и Отделения физических наук РАН „Сильно коррелированные электроны в полупроводниках, металлах, сверхпроводниках и магнитных материалах“, а также проекта Минпромнауки РФ „Исследование коллективных и квантовых эффектов в конденсированных средах“.

Псевдощелевое состояние, наблюдаемое в широкой области на фазовой диаграмме ВТСП-купратов, приводит к многочисленным аномалиям их свойств как в нормальном, так и в сверхпроводящем состоянии [1,2]. Представляется, что предпочтительным сценарием формирования псевдощелевого состояния в ВТСП-оксидах является [2] картина, основанная на существовании в этой области фазовой диаграммы сильного рассеяния носителей тока на флуктуациях ближнего порядка „диэлектрического“ типа (антиферромагнитных — AFM(SDW) — или типа волн зарядовой плотности — CDW). В импульсном пространстве это рассеяние происходит в окрестности вектора антиферромагнетизма $\mathbf{Q} = (\pi/a, \pi/a)$ (a — постоянная двумерной решетки) и приводит к существенно нефермижидкостной перестройке электронного спектра в окрестности так называемых „горячих точек“ на поверхности Ферми [2]. Данные экспериментов, проведенных в последнее время, довольно убедительно свидетельствуют в пользу именно такого сценария формирования псевдощели [3–5]. В рамках описанной картины удается построить упрощенную модель псевдощелевого состояния, описывающую основные особенности этого состояния [2] и учитывающую вклад всех фейнмановских диаграмм теории возмущений по рассеянию на (гауссовых) флуктуациях ближнего порядка с характерным импульсом рассеяния из окрестности $\mathbf{Q}$, определяемой соответствующей корреляционной длиной ξ [6,7].

До сих пор большинство теоретических работ было посвящено рассмотрению моделей псевдощелевого состояния в нормальной фазе при $T > T_c$. В работах [8–11] нами рассмотрена сверхпроводимость в упрощенной модели псевдощелевого состояния, основанной на предположении о существовании „горячих“ (плоских) участков на поверхности Ферми. В рамках этой модели было построено разложение Гинзбурга–Ландау для различных типов куперовского спаривания [8,10], а также проведено исследование особенностей сверхпроводящего состояния в области $T < T_c$ на основе анализа решений уравнений Горькова [9–11].

Построение разложения Гинзбурга–Ландау и анализ сверхпроводящих свойств в непосредственной окрестности температуры сверхпроводящего перехода T_c в более реалистической модели „горячих точек“ на поверхности Ферми были проведены в работе [12]. Целью настоящей работы является анализ в этой модели основных свойств сверхпроводящего состояния (для различных типов спаривания), возникающего на фоне псевдощели „диэлектрической“ природы, в широкой области температур $T < T_c$, а также исследование влияния рассеяния на немагнитных примесях на такую сверхпроводимость.

1. Модель „горячих точек“ и спаривательное взаимодействие

В модели „почти антиферромагнитной“ Ферми-жидкости, активно используемой для объяснения микроскопического механизма ВТСП [13,14], вводится эффективное взаимодействие электронов со спиновыми флуктуациями, описываемое динамической восприимчивостью, характеризуемой подлежащими определению из

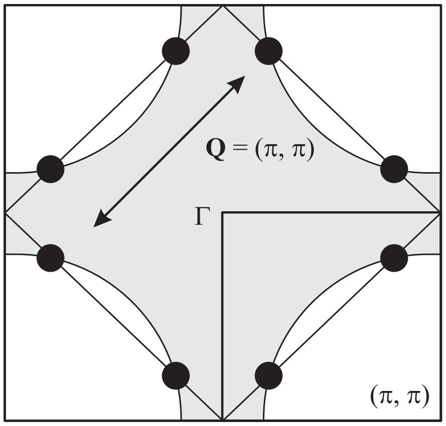

Рис. 1. Поверхность Ферми с „горячими точками“, связанными импульсом рассеяния порядка $\mathbf{Q} = (\pi/a, \pi/a)$.

эксперимента корреляционной длиной спиновых флуктуаций ξ, вектором антиферромагнитного упорядочения в диэлектрической фазе $\mathbf{Q} = (\pi/a, \pi/a)$ и характерной частотой спиновых флуктуаций ω_{sf} [6]. Эта динамическая восприимчивость, а следовательно, и эффективное взаимодействие имеют максимум в области $\mathbf{q} \sim \mathbf{Q}$; соответственно квазичастицы из окрестности „горячих точек“ на поверхности Ферми (рис. 1) сильно рассеиваются на вектор порядка $\mathbf{Q}$ за счет взаимодействия со спиновыми флуктуациями, тогда как для частиц с импульсами вдали от „горячих точек“ это взаимодействие является достаточно слабым.

В области достаточно высоких температур $2\pi T \gg \omega_{\mathrm{sf}}$ можно пренебречь спиновой динамикой [6], ограничившись статическим приближением. Существенное упрощение расчетов, позволяющее проанализировать вклады высших порядков теории возмущений, достигается, если перейти к модельному взаимодействию электронов со спиновыми (или зарядовыми) флуктуациями следующего вида [7]:

$$V_{\mathrm{eff}}(\mathbf{q}) = W^2 \frac{2\xi^{-1}}{\xi^{-2} + (q_x - Q_x)^2} \frac{2\xi^{-1}}{\xi^{-2} + (q_y - Q_y)^2}, \quad (1)$$

где W — эффективный параметр размерности энергии. В дальнейшем, как и в работах [6,7], параметры W и ξ рассматриваются как феноменологические (определяемые из эксперимента). Выражение (1) качественно аналогично статическому пределу взаимодействия, рассматривавшегося в [13,14], и при соответствующем выборе входящих в него параметров мало отличается от него количественно в наиболее интересной области $|\mathbf{q} - \mathbf{Q}| < \xi^{-1}$, определяющей рассеяние в окрестности „горячих точек“. Фактически, речь здесь идет о замене реального взаимодействия с динамическими флуктуациями ближнего порядка картиной рассеяния электронов на статическом случайном (гауссовом) поле таких флуктуаций. Наименее оправданным физически является предположение о статическом (и гауссовом) характере флуктуаций, которое может быть применимо только при достаточно высоких температурах [6,7]. При низких температурах, в том числе в сверхпроводящей фазе, спиновая динамика, а также негауссов характер флуктуаций могут оказаться весьма существенными и для самой микроскопики куперовского спаривания в рамках модели „почти антиферромагнитной“ Ферми-жидкости [13,14]. Мы полагаем, однако, что рассматриваемое нами статическое гауссово приближение может оказаться достаточным для изучения качественного влияния образования псевдощели на сверхпроводимость.

Спектр исходных (свободных) квазичастиц берется в виде [6]

$$\xi_p = -2t(\cos p_x a + \cos p_y a) - 4t' \cos p_x a \cos p_y a - \mu, \quad (2)$$

где t — интеграл переноса между ближайшими соседями, а t' — между вторыми ближайшими соседями на квадратной решетке, a — параметр решетки, μ — химический потенциал. Это выражение дает достаточно хорошее приближение к результатам зонных расчетов для реальных ВТСП-систем. Например, для $\mathrm{YBa_2Cu_3O_{6+\delta}}$ имеем $t = 0.25\,\mathrm{eV}$, $t' = -0.45t$ [6]. Химический потенциал μ фиксируется концентрацией носителей.

В пределе бесконечно большой корреляционной длины $\xi \to \infty$ модель рассеяния на флуктуациях ближнего порядка рассматриваемого типа имеет точное решение [15]. При конечных ξ можно построить приближенное решение [6,7], обобщающее одномерный подход, предложенный в работе [16]. При этом удается (приближенно) просуммировать весь диаграммный ряд для одночастичной функции Грина электронов.

2. Уравнения Горькова в сверхпроводнике с псевдощелью

Переходя к вопросу о сверхпроводимости в рассматриваемой системе с развитыми флуктуациями ближнего порядка, предположим, что сверхпроводящее спаривание обусловлено потенциалом притяжения простейшего (БКШ) вида

$$V_{\mathrm{sc}}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = -V e(\mathbf{p})\, e(\mathbf{p}'), \quad (3)$$

где для $e(\mathbf{p})$ принимаем

$$e(\mathbf{p}) = \begin{cases} 1 & (s\text{-спаривание}), \\ \cos(p_x a) - \cos(p_y a) & (d_{x^2-y^2}\text{-спаривание}). \end{cases} \quad (4)$$

Константа притяжения V, как обычно, считается отличной от нуля в некотором слое шириной $2\omega_c$ в окрестности уровня Ферми (ω_c — характерная частота квантов, обеспечивающая притяжение электронов). В общем случае сверхпроводящая щель анизотропна и имеет вид $\Delta(\mathbf{p}) = \Delta e(\mathbf{p})$. В дальнейшем, чтобы не загромождать формулы, под щелью Δ будем понимать именно $\Delta(\mathbf{p})$, явно выписывая импульсную зависимость только там, где это необходимо.

Все последующее рассмотрение проводится в предположении самоусредняемости энергетической щели сверхпроводника по флуктуациям ближнего порядка, что позволяет использовать стандартный подход теории неупорядоченных сверхпроводников [17,18]. В условиях, когда корреляционная длина ближнего порядка $\xi \ll \xi_0$, где $\xi_0 \sim v_F/\Delta_0$ — длина когерентности в теории БКШ (т.е. когда флуктуации коррелируют на расстояниях меньше характерного размера куперовских пар), предположение о самоусредняемости Δ должно сохраняться, нарушаясь только в области $\xi > \xi_0$ [9–11].[1]

В сверхпроводящем состоянии теория возмущений по взаимодействию с AFM-флуктуациями (1) должна строиться на „свободных“ нормальных и аномальных функциях Грина сверхпроводника

$$G_{00}(\varepsilon_n \mathbf{p}) = -\frac{i\varepsilon_n + \xi_\mathbf{p}}{\varepsilon_n^2 + \xi_\mathbf{p}^2 + |\Delta|^2},$$

$$F_{00}^+(\varepsilon_n \mathbf{p}) = \frac{\Delta^*}{\varepsilon_n^2 + \xi_\mathbf{p}^2 + |\Delta|^2}, \tag{5}$$

где $\varepsilon_n = 2\pi T(n + 1/2)$.

Следуя работе [10], можно построить систему рекуррентных уравнений Горькова, учитывающих рассеяние на флуктуациях ближнего порядка во всех порядках теории возмущений. Вклад произвольной диаграммы N-го порядка по взаимодействию (1) в полную нормальную или аномальную функцию Грина имеет вид произведения $N+1$ „свободных“ нормальных G_{0k_j} и аномальных $F_{0k_j}^+$ функций Грина с определенным образом перенормированными частотами и щелями (см. далее). Здесь k_j — число линий взаимодействия, охватывающих данную j-ю (от начала диаграммы) электронную линию. Как и в нормальной фазе, вклад любой диаграммы определяется набором целых чисел k_j, а каждая диаграмма с пересечением линий взаимодействия оказывается равной некоторой диаграмме того же порядка без пересечения этих линий. Поэтому мы можем рассматривать лишь диаграммы без пересечения линий взаимодействия, учитывая вклад остальных диаграмм комбинаторными множителями $s(k)$, которые приписываются линиям взаимодействия.

Комбинаторный множитель имеет вид

$$s(k) = k \tag{6}$$

в рассматриваемом нами далее случае соизмеримых флуктуаций с $\mathbf{Q} = (\pi/a, \pi/a)$ [16], если не учитывать их спиновой структуры [6] (т.е. ограничиваться флуктуациями CDW-типа). Если учесть спиновую структуру взаимодействия в рамках модели „почти антиферромагнитной“ Ферми-жидкости (спин-фермионная модель [6]), то комбинаторика диаграмм становится более сложной. В частности, в этой модели существенно различаются спиновые и зарядовые двухчастичные вершины. В работе [6] для спинового взаимодействия использовалась изотропная модель Гейзенберга. Если в качестве модели этого взаимодействия принять модель Изинга, то останутся лишь процессы рассеяния с сохранением спина электрона, для которых справедлива соизмеримая комбинаторика диаграмм (6) как для одночастичной функции Грина, так и для спиновых и зарядовых вершин. Поэтому в данной работе ограничимся рассмотрением только случая соизмеримых (6) „изинговских“ спиновых флуктуаций (AFM, SDW) и соизмеримых зарядовых флуктуаций (CDW). Подробности, относящиеся к случаю несоизмеримых флуктуаций CDW-типа, можно найти в [7,15,16].

Рассеяние на зарядовых флуктуациях нечувствительно к спину электрона, и знак взаимодействия не зависит от того, какую — зарядовую или спиновую (изменяющую спин электрона) — вершину охватывает линия взаимодействия. В случае же спиновых флуктуаций линия взаимодействия с продольной компонентой спина S^z, охватывающей спиновую вершину, изменяющую направление спина, следует приписывать дополнительный множитель (-1) [6]. Это приводит к тому, что в случае спиновых флуктуаций этот множитель необходимо приписывать и взаимодействию, охватывающему аномальные функции Грина.

В результате получаем диаграммный аналог уравнений Горькова [19], приведенный на рис. 2, *a*. Здесь и далее верхний знак относится к случаю зарядовых флуктуаций, а нижний — к случаю спиновых. Соответственно возникают два связанных рекуррентных уравнения для нормальных и аномальных функций Грина

$$G_k = G_{0k} + G_{0k}\tilde{G}G_k - G_{0k}\tilde{F}F_k^+ - F_{0k}\tilde{G}^*F_k^+ - F_{0k}\tilde{F}^+G_k,$$
$$F_k^+ = F_{0k}^+ + F_{0k}^+\tilde{G}G_k - F_{0k}^+\tilde{F}F_k^+ + G_{0k}^*\tilde{G}^*F_k^+ + G_{0k}^*\tilde{F}^+G_k, \tag{7}$$

где

$$\tilde{G} = W^2 s(k+1) G_{k+1}, \quad \tilde{F}^+ = \pm W^2 s(k+1) F_{k+1}^+, \tag{8}$$

$$G_{0k}(\varepsilon_n \mathbf{p}) = -\frac{i\tilde{\varepsilon}_n + \xi_k}{\tilde{\varepsilon}_n^2 + \xi_k^2 + |\tilde{\Delta}|^2}, \quad F_{0k}^+(\varepsilon_n \mathbf{p}) = \frac{\tilde{\Delta}^*}{\tilde{\varepsilon}_n^2 + \xi_k^2 + |\tilde{\Delta}|^2}. \tag{9}$$

Здесь

$$\xi_k = \begin{cases} \xi_{\mathbf{p}+\mathbf{Q}} & \text{при нечетных } k, \\ \xi_\mathbf{p} & \text{при четных } k \end{cases} \tag{10}$$

и введены перенормированные частота $\tilde{\varepsilon}$ и щель $\tilde{\Delta}$,

$$\tilde{\varepsilon}_n = \eta_k\, \varepsilon_n, \quad \tilde{\Delta} = \eta_k \Delta_k, \quad \eta_k = 1 + \frac{k v_k \kappa}{\sqrt{\varepsilon_n^2 + |\Delta_k|^2}}, \tag{11}$$

аналогичные тем, которые возникают при рассмотрении сверхпроводников с примесями [19]. Здесь $\kappa = \xi^{-1}$,

$$v_k = \begin{cases} |v_x(\mathbf{p}+\mathbf{Q})| + |v_y(\mathbf{p}+\mathbf{Q})| & \text{при нечетных } k, \\ |v_x(\mathbf{p})| + |v_y(\mathbf{p})| & \text{при четных } k, \end{cases} \tag{12}$$

[1] Отсутствие самоусредняемости сверхпроводящей щели даже в области $\xi < \xi_0$, полученное в работе [11], связано, по-видимому, с специфическим характером модели ближнего порядка, использованной в этой работе.

где $\mathbf{v}(\mathbf{p}) = \partial\xi_{\mathbf{p}}/\partial\mathbf{p}$ — скорость свободной квазичастицы, а неперенормированная щель имеет вид

$$\Delta_k = \begin{cases} \Delta e(\mathbf{p}+\mathbf{Q}) & \text{при нечетных } k, \\ \Delta e(\mathbf{p}) & \text{при четных } k. \end{cases} \tag{13}$$

Из (7)–(11) легко получить систему рекуррентных соотношений непосредственно для действительной и мнимой частей нормальной функции Грина и для аномальной функции Грина. Вводя обозначения

$$\operatorname{Im} G_k = -\varepsilon_n J_k, \quad \operatorname{Re} G_k = R_k, \quad F_k^+ = \Delta_k^* f_k, \tag{14}$$

получаем следующую систему рекуррентных уравнений для J_k, R_k и f_k:

$$J_k = \frac{\eta_k + W^2 s(k+1) J_{k+1}}{d_k},$$

$$R_k = -\frac{\xi_k + W^2 s(k+1) R_{k+1}}{d_k},$$

$$f_k = \frac{\eta_k \pm W^2 s(k+1)(\Delta_{k+1}^*/\Delta_k^*) f_{k+1}}{d_k}, \tag{15}$$

где $d_k = \varepsilon_n^2\big(\eta_k + W^2 s(k+1) J_{k+1}\big)^2 + \big(\xi_k + W^2 s(k+1) R_{k+1}\big)^2 + |\Delta_k|^2\big(\eta_k \pm W^2 s(k+1)(\Delta_{k+1}^*/\Delta_k^*) f_{k+1}\big)^2$.

Интересующие нас нормальная и аномальная функции Грина сверхпроводника определяются через J_0, R_0 и f_0

$$\operatorname{Im} G = -\varepsilon_n J_0, \quad \operatorname{Re} G = R_0, \quad F^+ = \Delta^* e(\mathbf{p}) f_0 \tag{16}$$

и представляют собой полностью просуммированный ряд теории возмущений по взаимодействию электрона в сверхпроводнике с диэлектрическими флуктуациями ближнего порядка.

Рассмотрим случай зарядовых флуктуаций. В случае s-спаривания сверхпроводящая щель при перебросе на вектор $\mathbf{Q}$ остается неизменной, т.е. $e(\mathbf{p}+\mathbf{Q}) = e(\mathbf{p})$, так же как в модели с плоскими участками на поверхности Ферми, рассмотренной в работе [10]. Тогда оказывается, что $\Delta_{k+1} = \Delta_k$ и рекуррентные соотношения для J_k и f_k полностью совпадают, так что $J_k = f_k$. В случае $d_{x^2-y^2}$-спаривания сверхпроводящая щель при перебросе на $\mathbf{Q}$ меняет знак $(e(\mathbf{p}+\mathbf{Q}) = -e(\mathbf{p}))$, поэтому $\Delta_{k+1} = -\Delta_k$ и рекуррентные соотношения для f_k и J_k различаются знаком перед вторым слагаемым.

Таким образом, изменение знака щели при перебросе полностью эквивалентно смене знака перед вторым слагаемым в рекуррентном уравнении для аномальной функции Грина (последнее уравнение (15)), т.е. эквивалентно переходу к случаю спиновых флуктуаций. Поэтому в случае спиновых флуктуаций виды спаривания меняются местами. Случаю s-спаривания, когда щель при перебросе неизменна, соответствуют рекуррентные уравнения для J_k и f_k, различающиеся знаком, а в случае $d_{x^2-y^2}$-спаривания рекуррентные соотношения для этих величин совпадают и $J_k = f_k$.

Окончательно рекуррентное уравнение для аномальной функции Грина принимает вид

$$f_k = \frac{\eta_k \pm W^2 s(k+1) f_{k+1}}{d_k}, \tag{17}$$

где знак плюс соответствует случаю s-спаривания при зарядовых (CDW) флуктуациях и $d_{x^2-y^2}$-спаривания при спиновых (SDW), знак минус — случаю s-спаривания при спиновых флуктуациях и $d_{x^2-y^2}$-спаривания при зарядовых.

Такое же выделение двух классов (верхний и нижний знаки (17)) качественно различных моделей влияния псевдощели на сверхпроводимость возникает и при анализе сверхпроводящих свойств таких систем в окрестности критической температуры ($T \sim T_c$) на основе построения разложения Гинзбурга–Ландау [12]. Вариант рассеяния на спиновых флуктуациях и спаривания с симметрией $d_{x^2-y^2}$-типа (соответствующий знаку плюс в (17)), скорее всего, реализуется в высокотемпературных сверхпроводниках на основе оксидов меди. Поэтому в данной работе мы в основном остановимся на анализе именного этого случая.

3. Сверхпроводник с примесями

При рассмотрении сверхпроводника с примесями в псевдощелевом состоянии, считая беспорядок достаточно слабым, ограничимся классом диаграмм, в которых пунктирные линии рассеяния на примесях не пересекаются между собой и с волнистыми линиями рассеяния на диэлектрических флуктуациях.[2]

Рассмотрим нормальную $\bar{G}_{00}$ и аномальную $\bar{F}_{00}$ функции Грина, определяемые диаграммным уравнением, представленным на рис. 2, b, где под примесной линией стоят полные, „одетые“ рассеянием на примесях и на диэлектрических флуктуациях нормальная G и аномальная F функции Грина. В явной форме соответствующие уравнения имеют вид

$$\bar{G}_{00} = G_{00} + G_{00}\bar{G}\bar{G}_{00} - G_{00}\bar{F}\bar{F}_{00}^+ - F_{00}\bar{G}^*\bar{F}_{00}^+ - F_{00}\bar{F}^+\bar{G}_{00},$$

$$\bar{F}_{00}^+ = F_{00}^+ + F_{00}^+\bar{G}\bar{G}_{00} - F_{00}^+\bar{F}\bar{F}_{00}^+ + G_{00}^*\bar{G}^*\bar{F}_{00}^+ + G_{00}^*\bar{F}^+\bar{G}_{00}, \tag{18}$$

где

$$\bar{G} = \rho U^2 \sum_{\mathbf{p}} G, \quad \bar{F}^+ = \rho U^2 \sum_{\mathbf{p}} F^+, \tag{19}$$

ρ — концентрация примесей, U — их потенциал.

В отсутствие диэлектрических флуктуаций $G = \bar{G}_{00}$, $F = \bar{F}_{00}$ и диаграммные уравнения на рис. 2, b и в (18) переходят в обычные уравнения Горькова для сверхпроводников с примесями [19].

[2] Это приближение фактически соответствует предположению о самоусредняемости плотности состояний и сверхпроводящей щели в случайном поле примесей и диэлектрических флуктуаций.

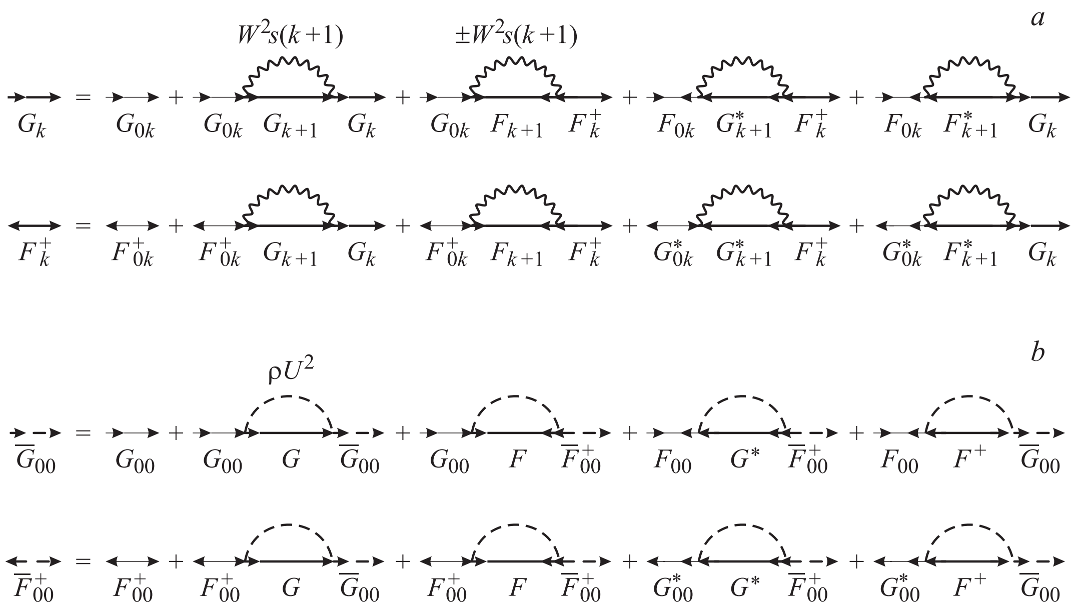

Рис. 2. Диаграммное представление для рекуррентных уравнений Горькова (*a*) и уравнений для функции Грина $\bar{G}_{00}$, $\bar{F}_{00}$ (*b*).

Нормальные и аномальные функции Грина $\bar{G}_{00}$, $\bar{F}_{00}$, определяемые уравнениями (18), имеют вид свободных функций Грина (5) с перенормированной примесями частотой и щелью[3]

$$\bar{G}_{00} = -\frac{i\bar{\varepsilon}_n + \xi_{\mathbf{p}}}{\bar{\varepsilon}_n^2 + \xi_{\mathbf{p}}^2 + |\bar{\Delta}|^2}, \quad \bar{F}^+_{00} = \frac{\bar{\Delta}^*}{\bar{\varepsilon}_n^2 + \xi_{\mathbf{p}}^2 + |\bar{\Delta}|^2}, \tag{20}$$

где

$$\bar{\varepsilon}_n = \varepsilon_n - \rho U^2 \sum_{\mathbf{p}} \operatorname{Im} G \equiv \eta_\varepsilon \varepsilon_n,$$

$$\bar{\Delta}^* = \Delta^* + \rho U^2 \sum_{\mathbf{p}} F^+ \equiv \eta_\Delta \Delta^*. \tag{21}$$

Ренормирующие частоту и щель множители η_ε и η_Δ, введенные в (21), зависят от рассеяния на диэлектрических флуктуациях, т. е. от W, однако эти множители не зависят от импульса. Это позволяет построить теорию возмущений по взаимодействию с диэлектрическими флуктуациями на „одетых“ рассеянием на примесях нормальной и аномальной функциях Грина $\bar{G}_{00}$, $\bar{F}_{00}$ аналогично тому, как это делалось на свободных функциях Грина (5) в отсутствие примесей. Все результаты, полученные в разделе 2 в отсутствие примесей, воспроизводятся с учетом замены $\varepsilon_n \to \eta_\varepsilon \varepsilon_n$, $\Delta \to \eta_\Delta \Delta$. В результате система рекуррентных уравнений для J_k, R_k и f_k, определяемых (14), имеет такой же вид (15), как и в отсутствие примесей. Необходимо лишь произвести замену

$$\eta_k \to \eta_{\varepsilon k} = \left(1 + \frac{k v_k \kappa}{\sqrt{\eta_\varepsilon^2 \varepsilon_n^2 + \eta_\Delta^2 |\Delta_k|^2}}\right)\eta_\varepsilon \tag{22}$$

[3] Возникает также и перенормировка спектра $\bar{\xi}_{\mathbf{p}} = \xi_{\mathbf{p}} + \rho U^2 \times \sum_{\mathbf{p}} \operatorname{Re} G$, которая сводится к незначительной (как показывают численные оценки) перенормировке химического потенциала и которой мы в дальнейшем пренебрегаем.

в уравнении для мнимой части нормальной функции Грина J_k и

$$\eta_k \to \eta_{\Delta k} = \left(1 + \frac{k v_k \kappa}{\sqrt{\eta_\varepsilon^2 \varepsilon_n^2 + \eta_\Delta^2 |\Delta_k|^2}}\right)\eta_\Delta \tag{23}$$

в уравнении для аномальной функции Грина f_k. Интересующие нас нормальная и аномальная функции Грина сверхпроводника снова определяются (16) через R_0, J_0 и f_0.

Рекуррентное уравнение для аномальной функции Грина f_k переписывается в виде (17) с учетом замены (23) в присутствии примесного рассеяния. Как уже отмечалось выше, в данной работе мы ограничимся анализом случаев, соответствующих знаку плюс в (17), т. е. случаев s-спаривания и зарядовых флуктуаций и d-спаривания и спиновых флуктуаций.

В случае s-спаривания и зарядовых флуктуаций $\eta_\varepsilon = \eta_\Delta$ и мы имеем

$$\eta_{\varepsilon k} = \eta_{\Delta k} = \eta_\varepsilon + \frac{k v_k \kappa}{\sqrt{\varepsilon_n^2 + |\Delta_k|^2}}, \tag{24}$$

при этом, как и в отсутствие примесей, рекуррентные уравнения для J_k и f_k просто совпадают: $J_k = f_k$.

В случае d-спаривания и спиновых флуктуаций вследствие анизотропии сверхпроводящей щели $\sum_{\mathbf{p}} F = 0$ и $\eta_\Delta = 1$; соответственно (22), (23) принимают вид

$$\eta_{\varepsilon k} = \left(1 + \frac{k v_k \kappa}{\sqrt{\eta_\varepsilon^2 \varepsilon_n^2 + \Delta_k|^2}}\right)\eta_\varepsilon, \ \ \eta_{\Delta k} = 1 + \frac{k v_k \kappa}{\sqrt{\eta_\varepsilon^2 \varepsilon_n^2 + |\Delta_k|^2}}. \tag{25}$$

Ренормирующие коэффициенты $\eta_\varepsilon, \eta_\Delta$ должны определяться самосогласованно с рекурретной процедурой, так что из (21) для этих коэффициентов получаем

$$\eta_\varepsilon = 1 + \rho U^2 \sum_{\mathbf{p}} J_0, \quad \eta_\Delta = 1 + \rho U^2 \sum_{\mathbf{p}} e(\mathbf{p}) f_0. \qquad (26)$$

Такое самосогласование ренормирующих коэффициентов и рекуррентной процедуры (15) приходится проводить для каждого значения мацубаровской частоты, что сильно замедляет численный счет. Поэтому наряду с описанной выше самосогласованной схемой учета примесей и диэлектрических флуктуаций будем использовать и более простое несамосогласованное приближение, в котором предполагается, что под примесными линиями в диаграммных уравнениях на рис. 2, b стоят свободные функции Грина G_{00} и F_{00}.[4] В этом приближении определение ренормирующих частоту и щель коэффициентов не вызывает затруднения:

$$\eta_\varepsilon = \eta_\Delta = 1 + \frac{\gamma_0}{\sqrt{\varepsilon_n^2 + |\Delta_k|^2}} \qquad (s\text{-спаривание}),$$

$$\eta_\varepsilon = 1 + \frac{\gamma_0}{\sqrt{\varepsilon_n^2 + |\Delta_k|^2}}, \ \eta_\Delta = 1 \quad (d\text{-спаривание}), \qquad (27)$$

где $\gamma_0 = \pi\rho U^2 N_0(0)$ — частота рассеяния на примесях, $N_0(0)$ — плотность состояний на поверхности Ферми в отсутствие примесей и псевдощели.

4. Критическая температура и температурная зависимость щели

Энергетическая щель сверхпроводника определяется уравнением

$$\Delta(\mathbf{p}) = -T \sum_{\mathbf{p}'} \sum_{\varepsilon_n} V_{\rm sc}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') F(\varepsilon_n \mathbf{p}'). \qquad (28)$$

Аномальная функция Грина находится из (16) с помощью рекуррентной процедуры (15). В результате с учетом (4) уравнение (28) принимает вид

$$1 = VT \sum_{|\varepsilon_n| < \omega_c} \sum_{\mathbf{p}} f_0(\varepsilon_n \mathbf{p}) e^2(\mathbf{p}). \qquad (29)$$

Уравнение для температуры сверхпроводящего перехода T_c немедленно следует из (29) при $\Delta \to 0$

$$1 = VT_c \sum_{|\varepsilon_n| < \omega_c} \sum_{\mathbf{p}} \lim_{\Delta \to 0} f_0(\varepsilon_n \mathbf{p}) e^2(\mathbf{p}). \qquad (30)$$

Переходя к численным расчетам, удобно задать масштаб энергий (температур), характеризующий сверхпроводящее состояние в нашей модели в отсутствие псевдощелевых флуктуаций ($W = 0$). В этом случае уравнение для соответствующей температуры сверхпроводящего перехода T_{c0} имеет стандартный для теории БКШ (в общем случае анизотропного спаривания) вид

$$1 = \frac{2VT}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\bar{m}} \int_0^\pi dp_x \int_0^\pi dp_y \frac{e^2(\mathbf{p})}{\xi_p^2 + \varepsilon_n^2}, \qquad (31)$$

где $\bar{m} = \omega_c/2\pi T_{c0}$ — безразмерный параметр обрезания суммы по мацубаровским частотам. Все расчеты проводились для типичного спектра квазичастиц в ВТСП (2) с $\mu = -1.3t$ и $t'/t = -0.4$. Выбирая (достаточно произвольно) $\omega_c = 0.4t$ и $T_{c0} = 0.01t$, можно легко подобрать значение параметра спаривания V в (31), дающее такое значение T_{c0} для различных типов спаривания, перечисленных в (4). Для s-спаривания получаем $V/ta^2 = 1$, а для $d_{x^2-y^2}$-спаривания имеем $V/ta^2 = 0.55$ [12].

Типичные результаты численных расчетов температуры сверхпроводящего перехода T_c для системы с псевдощелью в отсутствие примесей, полученные с использо-

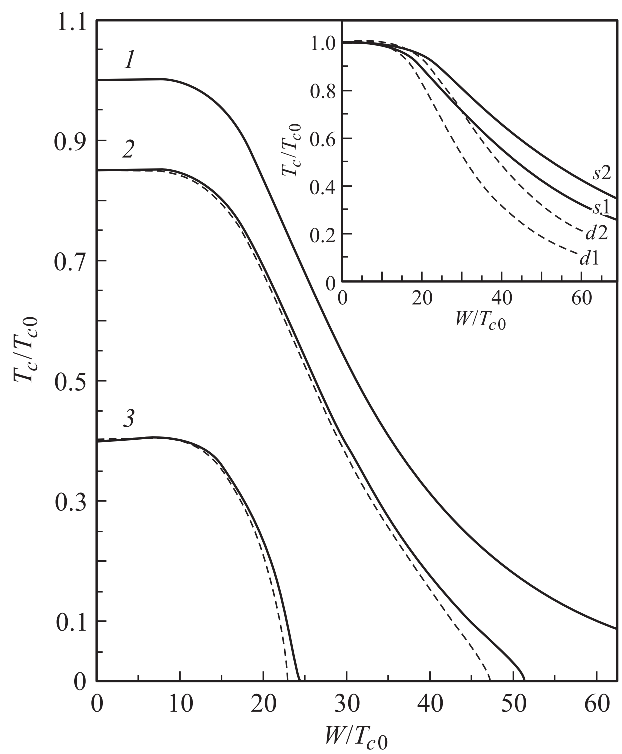

Рис. 3. Зависимость температуры сверхпроводящего перехода от эффективной ширины псевдощели в случае d-спаривания для $\kappa a = 0.2$ и различных значений частоты рассеяния на примесях. $\gamma_0/T_{c0} = 0$ (*1*), 0.18 (*2*), 0.64 (*3*). Сплошные линии — самосогласованное решение, штриховые — несамосогласованное. На вставке — зависимость температуры сверхпроводящего перехода от эффективной ширины псевдощели для s-спаривания и рассеяния на зарядовых (CDW) флуктуациях (кривые *s1* и *s2*) и для d-спаривания и рассеяния на спиновых (AFM(SDW)) флуктуациях (кривые *d1* и *d2*). Данные приведены для значений обратной корреляционной длины $\kappa a = 0.2$ (*s1* и *d1*) и 0.5 (*s2* и *d2*).

[4] Такое приближение и использовалось в работе [20] для анализа влияния примесей на сверхпроводимость в предельно упрощенном варианте модели псевдощелевого состояния с бесконечной корреляционной длиной и поверхностью Ферми с полным „нестингом“.

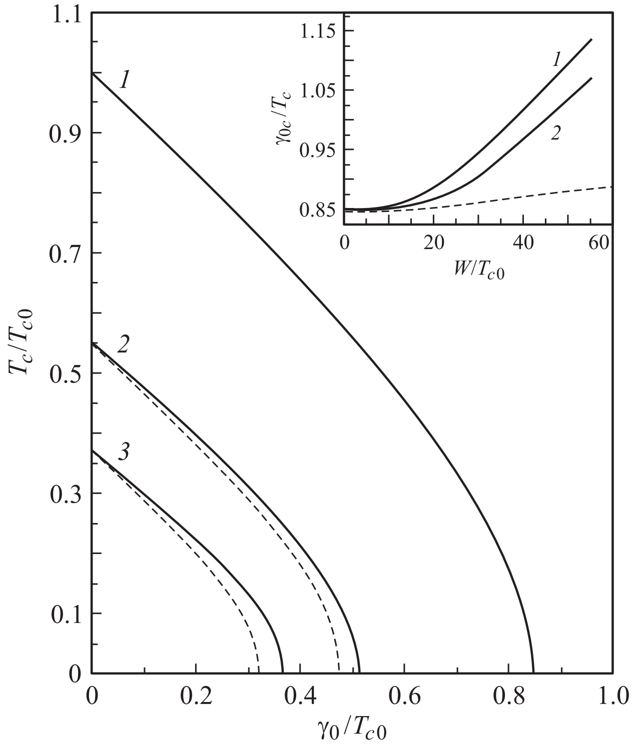

Рис. 4. Зависимость температуры сверхпроводящего перехода от частоты рассеяния на примесях в случае d-спаривания для различных значений эффективной ширины псевдощели и обратной корреляционной длины. $W/T_{c0} = 0$ (*1*); $W/T_{c0} = 37$, $\kappa a = 0.5$ (*2*); $W/T_{c0} = 37$, $\kappa a = 0.2$ (*3*). Сплошные линии — самосогласованное решение, штриховые — несамосогласованное. На вставке представлена зависимость отношения критической частоты рассеяния на примесях к температуре сверхпроводящего перехода от эффективной ширины псевдощели для $\kappa a = 0.2$ (*1*) и 0.5 (*2*). Пунктир — несамосогласованное решение для $\kappa a = 0.2$.

ванием описанных выше рекуррентных уравнений (15) непосредственно из (30), представлены на вставке к рис. 3. Псевдощелевые („диэлектрические“) флуктуации приводят к существенному понижению температуры сверхпроводящего перехода. При этом $d_{x^2-y^2}$-спаривание подавляется заметно быстрее s-спаривания. В то же время уменьшение корреляционной длины ξ (рост параметра κ) псевдощелевых флуктуаций способствует росту T_c. Эти результаты полностью совпадают с полученными в той же модели псевдощелевого состояния из анализа куперовской неустойчивости нормальной фазы [12]. Качественно они аналогичны также полученным ранее в модели „горячих участков“ [8,10]. Однако здесь возникают и существенные отличия: в зависимости T_c от ширины псевдощели W имеется характерная „полочка“ в области $W < 10T_{c0}$, а существенное подавление T_c происходит на масштабе $W \sim 50T_{c0}$.

На рис. 3, 4 приведены результаты расчетов температуры сверхпроводящего перехода в случае d-спаривания с учетом рассеяния на немагнитных примесях, полученные из (30) с использованием рекуррентной процедуры (15) как в случае самосогласованного с этой процедурой расчета коэффициентов η_ε, η_Δ (26) (сплошные кривые), так и в случае несамосогласованного (27) (штриховые кривые).

В присутствии примесного рассеяния диэлектрические флуктуации сильнее подавляют сверхпроводимость, появляется критическое значение эффективной ширины псевдощели, при котором температура сверхпроводящего перехода T_c обращается в нуль (рис. 3).

Немагнитные примеси и в присутствии псевдощелевых флуктуаций быстро подавляют сверхпроводимость d-типа [20]. Зависимость температуры сверхпроводящего перехода от частоты рассеяния на примесях (рис. 4) оказывается достаточно близкой к стандартной кривой Абрикосова–Горькова [21,22] в отсутствие псевдощели (кривая *1*). У увеличением псевдощели наблюдается лишь незначительный рост критического значения частоты рассеяния (вставка на рис. 4) от стандартного значения теории Абрикосова–Горькова $\gamma_{0c}/T_c = \pi/2\gamma$ в отсутствие псевдощели до значений $\gamma_{0c}/T_c \approx 1{-}1.1$ вблизи критического значения ширины псевдощели, при котором сверхпроводимость полностью подавляется.

В случае s-спаривания рассеяние на немагнитных примесях слабо влияет на сверхпроводимость (вставка на рис. 5). Незначительное подавление T_c при $\gamma_0 \sim t$ (рис. 5) связано в основном с общим падением плот-

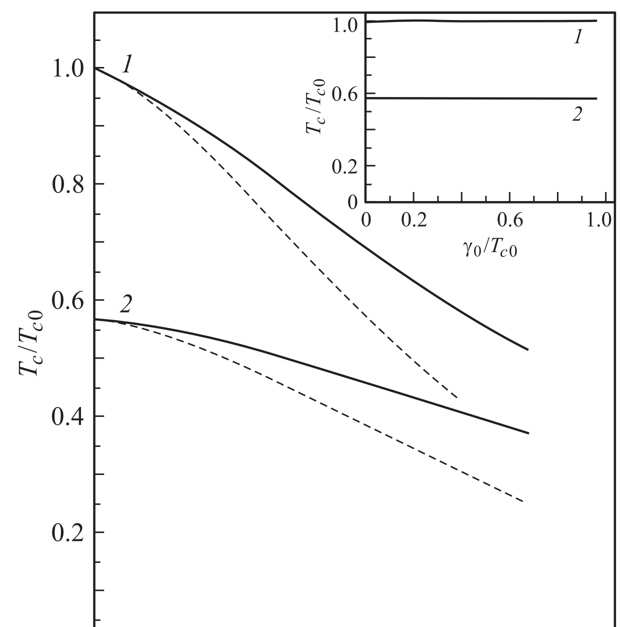

Рис. 5. Зависимость температуры сверхпроводящего перехода от частоты рассеяния на примесях в случае s-спаривания для различных значений эффективной ширины псевдощели. $W/T_{c0} = 0$ (*1*); $W/T_{c0} = 37$, $\kappa a = 0.2$ (*2*). Сплошные линии — самосогласованное решение, штриховые — несамосогласованное.

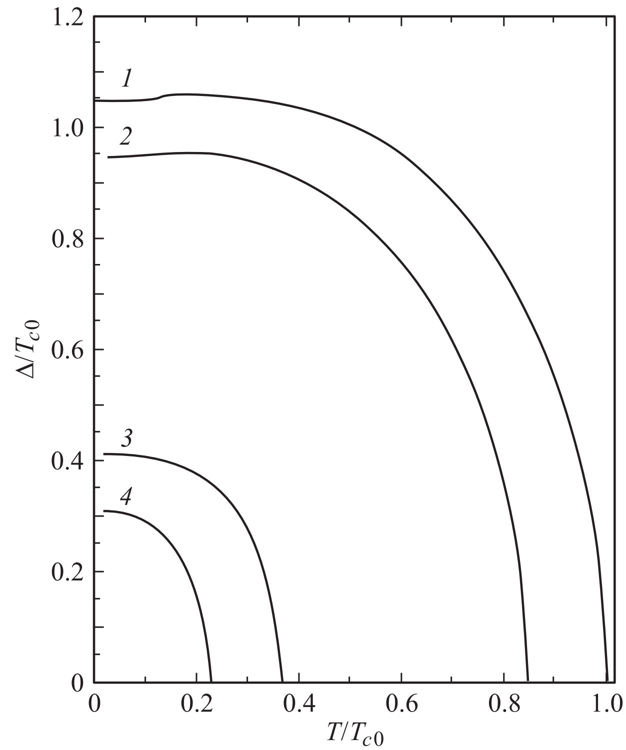

Рис. 6. Температурная зависимость сверхпроводящей щели в случае d-спаривания для $\kappa a = 0.2$ и различных значений эффективной ширины псевдощели и частоты рассеяния на примесях. $W/T_{c0} = 0$, $\gamma_0/T_{c0} = 0$ (*1*); $W/T_{c0} = 0$, $\gamma_0/T_{c0} = 0.18$ (*2*); $W/T_{c0} = 37$, $\gamma_0/T_{c0} = 0$ (*3*); $W/T_{c0} = 37$, $\gamma_0/T_{c0} = 0.18$ (*4*).

ности состояний, которое вызывается уширением зоны под действием такого сильного рассеяния на примесях.

На рис. 6 приведены температурные зависимости сверхпроводящей щели d-типа, полученные из (29) с использованием рекуррентной процедуры. Качественно эти зависимости аналогичны получаемой в теории БКШ (кривая *1* на рис. 6). Однако есть и отличие; в частности, в присутствии примесного рассеяния с частотой, соответствующей кривым *2* и *4* на рис. 6 ($\gamma_0 = 0.18T_{c0}$), с ростом ширины псевдощели W от нуля до критического значения, при котором сверхпроводимость полностью подавляется, наблюдается двукратный рост отношения $2\Delta(T = 0)/T_c$. В случае сверхпроводимости s-типа $2\Delta(T = 0)/T_c$ практически не зависит ни от частоты рассеяния на примесях, ни от ширины псевдощели.

Следует отметить, что все приведенные результаты, касающиеся сверхпроводящей щели, справедливы в предположении самоусредняемости сверхпроводящего параметра порядка (щели) по AFM-флуктуациям (среднеполевое приближение [9]), что верно при не слишком больших значениях корреляционной длины $\xi < \xi_0$, где ξ_0 — длина когерентности сверхпроводника (размер куперовских пар при $T = 0$). При $\xi \gg \xi_0$ возникают существенные эффекты несамоусредняемости, проявляющиеся в возникновении характерных „хвостов“ температурной зависимости усредненной щели в области $T_c < T < T_{c0}$ [9,11].

Важнейшим вопросом при описании псевдощелевого состояния реальных ВТСП-систем является поведение физических характеристик при изменении концентрации носителей. В нашей модели зависимость от концентрации должна выражаться через соответствующую зависимость эффективной ширины псевдощели W и корреляционной длины ξ. К сожалению, такие зависимости из эксперимента определяются лишь косвенным образом и известны не очень хорошо [1,2]. Существенной может оказаться и аналогичная зависимость величины T_{c0}, о которой вообще ничего не известно. В очень грубом приближении можно утверждать, что корреляционная длина ξ в довольно широкой области концентраций меняется не очень сильно, тогда как ширина псевдощели W линейно уменьшается с ростом концентрации носителей от величин порядка 10^3K вблизи области диэлектрической фазы до величин порядка температуры сверхпроводящего перехода при приближении к уровню оптимального допирования, обращаясь в нуль при несколько бóльших концентрациях носителей (см. рис. 6 в обзоре [2], основанный на рис. 4 из [3], где приведена подборка соответствующих данных для системы YBCO). Пользуясь такой зависимостью, можно без труда пересчитать приведенные выше зависимости от W в соответствующие зависимости от концентрации носителей. В предельно упрощенном варианте нашей модели с бесконечной корреляционной длиной и поверхностью Ферми с полным „нестингом“ в предположении линейной зависимости от концентрации и для величины T_{c0} такое рассмотрение было проведено в недавней работе [20]. При этом качественно удалось полностью воспроизвести типичный вид фазовой диаграммы ВТСП-купратов. В то же время очевидная грубость модели и отсутствие надежных экспериментальных сведений о концентрационных зависимостях W, ξ и T_{c0} не позволяют слишком серьезно относиться к попыткам „усовершенствования“ этих качественных выводов.

Авторы признательны М.В. Садовскому за многочисленные обсуждения и помощь в работе.

Список литературы

[1] T. Timusk, B. Statt. Rep. Progr. Phys. **62**, *1*, 61 (1999).
[2] М.В. Садовский. УФН **171**, *5*, 539 (2001).
[3] J.L. Tallon, J.W. Loram. Physica C **349**, *1–2*, 53 (2000).
[4] V.M. Krasnov, A. Yurgens, D. Winkler, P. Delsing, T. Claeson. Phys. Rev. Lett. **84**, *25*, 5860 (2000).
[5] N.P. Armitage, D.H. Lu, C. Kim, A. Damascelli, K.M. Shen, F. Ronning, D.L. Feng, B. Bogdanov, Z.-X. Shen. Phys. Rev. Lett. **87**, 147 003 (2001).
[6] J. Schmalian, D. Pines, B. Stojkovic. Phys. Rev. Lett. **80**, *17*, 3839 (1998); Phys. Rev. B **60**, *1*, 667 (1999).
[7] Э.З. Кучинский, М.В. Садовский. ЖЭТФ **115**, *5*, 1765 (1999).

[8] А.И. Посаженникова, М.В. Садовский. ЖЭТФ **115**, *2*, 632 (1999).
[9] Э.З. Кучинский, М.В. Садовский. ЖЭТФ **117**, *3*, 613 (2000).
[10] Э.З. Кучинский, М.В. Садовский. ЖЭТФ **119**, *3*, 553 (2001).
[11] Э.З. Кучинский, М.В. Садовский. ЖЭТФ **121**, *3*, 758 (2002).
[12] Э.З. Кучинский, М.В. Садовский, Н.А. Стригина. ЖЭТФ, в печати.
[13] P. Monthoux, A.V. Balatsky, D. Pines. Phys. Rev. B **46**, *22*, 14 803 (1992).
[14] P. Monthoux, D. Pines. Phys. Rev. B **47**, *10*, 6069 (1993); B **49**, *6*, 4261 (1994).
[15] М.В. Садовский. ЖЭТФ **66**, *6*, 1720 (1974); ФТТ **16**, *10*, 2504 (1974).
[16] М.В. Садовский. ЖЭТФ **77**, *5*, 2070 (1979).
[17] Л.П. Горьков. ЖЭТФ **37**, *5*, 1407 (1959).
[18] П. Де Жен. Сверхпроводимость металлов и сплавов. Мир, М. (1968).
[19] А.А. Абрикосов, Л.П. Горьков, И.Е. Дзялошинский. Методы квантовой теории поля в статистической физике. Физматгиз, М. (1963).
[20] A. Posazhennikova, P. Coleman. Phys. Rev. B **67**, *16*, 165 109 (2003).
[21] А.А. Абрикосов, Л.П. Горьков. ЖЭТФ **39**, *6*, 1781 (1960).
[22] А.И. Ларкин. Письма в ЖЭТФ **2**, *3*, 205 (1965).