Выпрямление волн пространственного заряда при оптических и электрических методах их возбуждения

© *В.В. Брыксин, П. Кляйнерт**, *М.П. Петров*

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,
194021 Санкт-Петербург, Россия
* Paul-Drude-Institut für Ferstkörperelektronik,
10117 Berlin, Germany

E-mail: vvb@mail.ioffe.ru,
kl@pdi-berlin.de,
mpetr.shuv@pop.ioffe.rssi.ru

(Поступила в Редакцию 26 января 2004 г.)

Приведена сравнительная характеристика трех различных оптических и электрических методов возбуждения волн пространственного заряда в фотополупроводниках — комбинацией переменного электрического поля и статической интерференционной картиной, бегущей интерференционной решеткой и колеблющей решеткой. Показано, что при использовании всех трех методов зависимость постоянного тока через образец от частоты возбуждения обладает в принципе двумя пиками, соответствующими резонансному возбуждению двух мод колебаний пространственного заряда — дрейфовых волн и волн перезарядки ловушек. При этом, если наблюдение на эксперименте пика, соответствующего возбуждению волн перезарядки ловушек, не должно вызывать затруднений, наблюдение второго пика, связанного с возбуждением дрейфовых волн, затруднено из-за малой величины эффекта, особенно в материалах с малой электропроводностью (большим временем максвелловской релаксации).

Работа выполнена при финансовой поддержке Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt и Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 02-02-17603).

В последние годы возрос интерес к экспериментальным и теоретическим исследованиям волн пространственного заряда (ВПЗ) в полупроводниках. Эти волны представляют собой собственные колебания электронной плотности в полупроводниках при наличии приложенного электрического поля. Существует две собственные моды ВПЗ. Одна из них связана с переносом флуктуации электронной плотности свободных носителей во внешнем поле. Эта мода имеет закон дисперсии $\omega_1 = q\mu E_0$, где q — волновой вектор, μ — подвижность носителей тока, E_0 — напряженность внешнего поля. Для краткости будем называть волны, принадлежащие этой моде, дрейфовыми волнами (ДВ). Вторая из мод ВПЗ принципиально связана с захватом электронов ловушками и носит название волн перезарядки ловушек (ВПЛ). Ее закон дисперсии имеет вид $\omega_2 = -(q\mu E_0 \tau \tau_M)^{-1}$, где τ — время жизни электрона в зоне, τ_M — время максвелловской релаксации. Фазовые скорости этих двух мод имеют противоположные направления, в то время как направления групповых скоростей совпадают. Время жизни ВПЗ зависит от времен релаксации τ и τ_M, а также от концентрации ловушек и диффузии носителей. В реальных экспериментальных условиях возможны ситуации, когда преобладающую роль в затухании ВПЗ играют только релаксационные процессы. Тогда в присутствии достаточно сильного электрического поля (если $q\mu E_0 \gg \tau^{-1}$, τ_M^{-1}) обеспечивается достаточно высокая добротность ВПЗ, а также выполняются соотношения $\omega_1 \gg \tau^{-1}, \tau_M^{-1}$ и $\omega_1 > \omega_2$. Теория ДВ опубликована, в частности, в [1–3], а об их экспериментальных исследованиях различными методами сообщалось в [4–7].

Первые теоретические исследования ВПЛ опубликованы в [2,3], а экспериментально они впервые наблюдались посредством электрических измерений в [8], а с помощью оптических методов — в [9].

Интерес к ВПЗ резко возрос в связи с появлением оптических методов их возбуждения и регистрации. Наиболее популярными в настоящее время являются методы возбуждения ВПЗ с помощью осциллирующей [10] и бегущей [9,11] интерференционной картины. Когда кристалл освещается колеблющейся около равновесного положения интерференционной картиной, резонансное возбуждение ВПЗ происходит при совпадении пространственного периода и частоты колебаний картины с пространственным периодом и собственной частотой колебаний ВПЗ. Условия возбуждения в данном случае не зависят от направления приложенного поля. В другом методе (при освещении образца бегущей в одну сторону интерференционной решеткой) резонансное возбуждение возникает, когда период интерференционной картины и скорость ее перемещения совпадают с пространственным периодом и фазовой скоростью ВПЗ. В этом методе необходимо обеспечить также правильное направление приложенного поля (или правильное направление движения интерференционной картины). Регистрировать возбужденные ВПЗ можно либо посредством измерения брэгговской дифракции света (для фоторефрактивных материалов), либо, если обеспечены условия для эффективных нелинейных взаимодействий ВПЗ, путем измерения величины протекающего через образец тока.

К числу нелинейных эффектов, вызывающих изменение тока при возбуждении ВПЗ, относятся пространственное [12,13] и полное [14,15] выпрямление ВПЗ. В случае пространственного выпрямления бегущая ВПЗ взаимодействует со статической решеткой заряда (которая всегда возникает при использовании метода осциллирующей интерференционной картины), и в результате возникает однородный в пространстве, но осциллирующий во времени ток в кристалле и во внешней цепи.

Полное выпрямление возникает в результате взаимодействия бегущей решетки заряда с бегущей решеткой поля при условии, что фазовый сдвиг между этими решетками не равен $\pi/2$. Это взаимодействие приводит к изменению постоянного тока, протекающего через образец. К настоящему времени полное выпрямление наблюдалось только с помощью метода осциллирующей картины и только для волн перезарядки ловушек. Пространственное выпрямление наблюдалось как для волн перезарядки ловушек [13], так, по-видимому, и для дрейфовых волн [6,7]. В настоящее время теоретически довольно подробно исследовано полное и пространственное выпрямление обеих мод для метода осциллирующей интерференционной картины (как в обычных условиях [14], так и в кристаллах с отрицательной дифференциальной проводимостью [16]). Имеются также работы (например [17]), где исследовались эффекты, аналогичные полному выпрямлению, но для вынужденных релаксационных колебаний зарядовой плотности, возбуждаемых с помощью бегущей интерференционной картины, а не волнами перезарядки ловушек. Цель настоящей работы — теоретическое исследование эффектов полного выпрямления обеих мод ВПЗ в случае бегущей интерференционной картины, а также эффектов полного и пространственного выпрямления для комбинированного (оптического и электрического) метода возбуждения ВПЗ, когда образец освещается статической интерференционной картиной, но к образцу прикладывается не только постоянное, но одновременно и переменное электрическое поле.

Как показал проведенный анализ, имеется существенная специфика в наблюдении эффектов выпрямления ВПЗ при различных методах возбуждения, в частности, зависимость эффектов от знака носителей, от частоты возбуждения и др.

1. Возбуждение ВПЗ переменным электрическим полем

Как уже упоминалось выше, эффекты выпрямления ВПЗ приводят к появлению переменной составляющей тока в цепи, а также к изменению постоянной составляющей тока, когда обеспечивается возбуждение ВПЗ. Для расчета тока через образец, к которому приложен электрический потенциал $U(t) = U_0 + U_{\mathrm{ac}}\cos(\Omega t)$ и освещенному неподвижной интерференционной картиной интенсивностью $W(x) = W_0\,[1 + m\cos(K_g x)]$, где m — контрастность картины, K_g — ее волновой вектор, используем стандартную систему нелинейных уравнений [16] для концентрации свободных электронов $n(x,t)$ и электрического поля $E(x,t)$

$$\frac{\partial n(x,t)}{\partial t} + \frac{n(x,t) - \tilde{n}_0}{\tau} = g_0[1 + h(x)] + \frac{\varepsilon}{4\pi e}\frac{\partial^2 E(x,t)}{\partial x \partial t}, \tag{1}$$

$$\frac{\varepsilon}{4\pi}\frac{\partial E(x,t)}{\partial t} + j(x,t) = I(t), \tag{2}$$

$$j(x,t) = en(x,t)v[E(x,t)] - eD[E(x,t)]\frac{\partial n(x,t)}{\partial x}. \tag{3}$$

Здесь $\tilde{n}_0$ — равновесная концентрация электронов, τ — время их жизни в зоне проводимости, ε — диэлектрическая проницаемость кристалла, $j(x,t)$ — плотность электронного тока, $I(t)$ — плотность полного тока, $v(E)$ и $D(E)$ — дрейфовая скорость и коэффициент диффузии соответственно. Далее, как и в [16], рассматривается общий случай нелинейной вольт-амперной характеристики. Это позволяет, в частности, рассматривать ВПЗ и вблизи точки неустойчивости, связанной с образованием доменных структур в сверхрешетках или ганновского типа (дискуссию по этому поводу см. в [16]). В области слабого электрического поля, когда применим закон Ома, дрейфовая скорость $v(E) = \mu E$, где μ — подвижность. При этом коэффициент диффузии подчиняется соотношению Эйнштейна $D = kT\mu/e$ и не зависит от E. Отметим также, что здесь e есть заряд носителя тока, так что для дырочной проводимости $e > 0$, а для электронной проводимости $e < 0$. Соответственно также для дырок подвижность $\mu > 0$, а для электронов $\mu < 0$. Поэтому при сравнении с результатами работы [16] необходимо производить замену $e \to -e$, $v(E) \to -v(E)$, так как в [16] e есть заряд электронов, подвижность которых предполагалась положительной. Соответствующая замена здесь произведена для облегчения перехода от электронов к дыркам, что особенно интересно при исследовании бегущей решетки, когда важную роль играют потоки частиц, а не только электрические токи, как это имеет место при колеблющейся решетке. Заметим, что исследуемые эффекты выпрямления связаны с нелинейным вкладом от произведения $en(x,t)v[E(x,t)]$ в (3). Уравнения (1)–(3) отличаются от использованных в [16] лишь тем, что скорость фотогенерации электронов в них

$$g(x) = g_0[1 + h(x)], \quad h(x) = m\cos(K_g x) \tag{4}$$

не зависит от времени. Но в рассматриваемой задаче в силу наличия переменной составляющей внешнего поля граничное условие имеет более сложный вид

$$\frac{1}{L}\int_0^L dx E(x,t) + \rho I(t) = \Xi_0 + \Xi_{\mathrm{ac}}\cos(\Omega t), \tag{5}$$

где L длина образца, $\Xi_0 = U_0/L$, $\Xi_{\mathrm{ac}} = U_{\mathrm{ac}}/L$, $\rho = RS/L$, R — сопротивление нагрузки по внешней цепи, S — поперечное сечение образца.

Ввиду схожести используемых здесь и в [16] уравнений схемы решения их идентичны. Искомые величины представляем в виде

$$E(x,t)=E_0+\delta E(x,t),\quad n(x,t)=n_0+\delta n(x,t),$$

$$I(t)=I_0+\delta I(t), \tag{6}$$

где E_0, n_0, I_0 — поле, концентрация электронов и полный ток при однородной освещенности (т.е. при $m=0$). В отсутствие переменной составляющей внешнего поля (т.е. при $U_{\text{ac}}=0$) имеем

$$n_0=\tilde{n}_0+g_0\tau,\ I_0=en_0v(E_0),\ E_0+\rho en_0v(E_0)=\Xi_0. \tag{7}$$

Последнее из этих уравнений задает неявным образом положение рабочей точки E_0 (подробнее см. в [16]) в зависимости от напряжения внешнего источника U_0. Поправки $\delta E, \delta n$ и δI при достаточно малой контрастности m решетки (а точнее эффективного параметра $mg_0\tau/n_0<m$) и при малой амплитуде переменного поля U_{ac} малы, а поэтому производим разложение вокруг рабочей точки E_0,

$$v(E_0+\delta E)\cong v_0+v_0'\delta E+\frac{1}{2}v_0''\delta E^2,$$

$$D(E_0+\delta E)\cong D_0+D_0'\delta E.$$

В результате из (1)–(3) получаем систему нелинейных уравнений для безразмерных величин

$$\Omega\tau_{\text{M}}\frac{\partial Y}{\partial T}+Y+\lambda-\Lambda\frac{\partial\lambda}{\partial z}+\lambda Y+cY^2-\Lambda'Y\frac{\partial\lambda}{\partial z}=f(T), \tag{8}$$

$$\Omega\tau\frac{\partial\lambda}{\partial T}+\lambda=\frac{g_0\tau}{n_0}h(z)+\Omega\tau_{\text{M}}d\frac{\partial^2 Y}{\partial z\partial T}, \tag{9}$$

где

$$z=K_gx,\quad T=\Omega t,\quad Y=\delta E\frac{v_0'}{v_0},\quad \lambda=\frac{\delta n}{n_0},$$

$$f=\frac{\delta I}{en_0v_0},\quad d=v_0K_g\tau,\quad \Lambda=\frac{D_0K_g}{v_0},$$

$$\Lambda'=\frac{D_0'K_g}{v_0'},\quad c=\frac{v_0''v_0}{2v_0'^2} \tag{10}$$

и $\tau_{\text{M}}^{-1}=4\pi ev_0'n_0/\varepsilon$ — обратное время максвелловской релаксации, обобщенное на случай нелинейного по электрическому полю режима. Напомним, что при сравнении с [16] следует производить замену $d\to -d$, $\Lambda\to-\Lambda$, $\Lambda'\to-\Lambda'$.

Переходя в (8) и (9) к представлению Фурье по координате и времени

$$Y(z,T)=\sum_{p,l=-\infty}^{\infty}Y_{p,l}\exp(ipz+ilT), \tag{11}$$

после несложных преобразований получаем замкнутое уравнение для Фурье-компонент безразмерного электрического поля (ср. с уравнением (19) в [16])

$$\begin{aligned}f_l\delta_{p,0}&=Y_{p,l}\left(1+i\Omega\tau_{\text{M}}l-\Omega\tau_{\text{M}}dpl\frac{1-i\Lambda p}{1+i\Omega\tau l}\right)\\&+\frac{g_0\tau}{n_0}(1-i\Lambda p)h_p\delta_{l,0}+\frac{g_0\tau}{n_0}\sum_{p'}Y_{p-p',l}(1-i\Lambda'p')h_{p'}\\&-\sum_{p',l'}Y_{p-p',l-l'}Y_{p',l'}\left(\Omega\tau_{\text{M}}dp'l'\frac{1-i\Lambda'p'}{1+i\Omega\tau l'}-c\right),\end{aligned} \tag{12}$$

где

$$h_p=\frac{m}{2}(\delta_{p,1}+\delta_{p,-1}). \tag{13}$$

Уравнение (12) следует дополнить соотношением, связывающим ток с однородным полем внутри образца, которое можно получить из (5)

$$Y_{0,l}+\rho\sigma_d f_l=Y_{\text{ac}}\frac{1}{2}(\delta_{l,1}+\delta_{l,-1}), \tag{14}$$

где $Y_{\text{ac}}=\Xi_{\text{ac}}v_0'/v_0$, а $\sigma_d=en_0v_0'$ есть дифференциальная проводимость материала в рабочей точке E_0.

Решение уравнения (12) начнем с нахождения Фурье-компонент поля $Y_{p,l}$ с $p\neq 0$ (т.е. неоднородной в пространстве составляющей). Эти компоненты при $m=0$ обращаются в нуль, а в наинизшем (линейном) приближении по m имеем

$$\begin{aligned}Y_{p,l}=-\frac{g_0\tau}{n_0}h_p\Bigg[&(1-i\Lambda p)\delta_{l,0}\\&+\frac{(1-i\Lambda'p)Y_{0,l}}{1+i\Omega\tau_{\text{M}}l-\Omega\tau_{\text{M}}dlp(1-i\Lambda p)(1+i\Omega\tau l)^{-1}}\Bigg].\end{aligned} \tag{15}$$

При получении (15) в (12) положили $p\neq 0$ и опустили все вклады, пропорциональные m^2 (последний член правой части, а в предпоследнем учли лишь член с $p'=p$).

Теперь перейдем к определению пространственно однородных компонент поля $Y_{0,l}$. Полагая в (12) $p=0$ и используя условие (14), получаем

$$\begin{aligned}&\frac{Y_{\text{ac}}}{2\rho\sigma_d}(\delta_{l,1}+\delta_{l,-1})-\left(1+i\Omega\tau_{\text{M}}l+\frac{1}{\rho\sigma_d}\right)Y_{0,l}\\&\quad-c\sum_{l'}Y_{0,l-l'}Y_{0,l'}=\frac{g_0\tau}{n_0}\sum_{p\neq0}h_pY_{-p,l}(1-i\Lambda'p)\\&\quad-\sum_{l',p\neq0}Y_{-p,l-l'}Y_{p,l'}\left(\Omega\tau_{\text{M}}dpl'\frac{1-ip\Lambda'}{1+il'\Omega\tau}-c\right).\end{aligned} \tag{16}$$

Поскольку расчет производим в низшем порядке по m, для определения неоднородных в пространстве компонент поля $Y_{p,l'}$ в (15) достаточно знать однородные компоненты в нулевом порядке по m. Обозначая через $Y_{0,l}^{(0)}$ однородные компоненты поля при $m=0$, из (16) получаем для этих величин уравнение

$$\frac{Y_{\mathrm{ac}}}{2\rho\sigma_d}(\delta_{l,1}+\delta_{l,-1}) - \left(1+i\Omega\tau_{\mathrm{M}}l+\frac{1}{\rho\sigma_d}\right)Y^{(0)}_{0,l} = c\sum_{l'}Y^{(0)}_{0,l-l'}Y^{(0)}_{0,l'}. \quad (17)$$

Мы получили уравнение электрической цепи для образца с нелинейной вольт-амперной характеристикой при наличии нагрузки ρ. При достаточно малой амплитуде переменного сигнала Y_{ac} уравнение (17) можно разрешить итерациями, и с точностью до Y^2_{ac} получаем

$$Y^{(0)}_{0,l} \cong \frac{1}{1+\rho\sigma_d(1+i\Omega\tau_{\mathrm{M}}l)} \times \left\{\frac{Y_{\mathrm{ac}}}{2}(\delta_{l,1}+\delta_{l,-1}) - \frac{c}{4}\rho\sigma_d Y^2_{\mathrm{ac}}\left[\frac{2\delta_{l,0}}{(1+\rho\sigma_d)^2+(\rho\sigma_d\Omega\tau_{\mathrm{M}})^2} + \frac{\delta_{l,2}}{(1+\rho\sigma_d(1+i\Omega\tau_{\mathrm{M}}))^2} + \frac{\delta_{l,-2}}{(1+\rho\sigma_d(1-i\Omega\tau_{\mathrm{M}}))^2}\right]\right\}. \quad (18)$$

Далее нас интересуют лишь нулевая и первые компоненты поля с $l = 0, \pm 1$.

Теперь после довольно громоздких, но несложных вычислений находим выражение для первой Фурье-компоненты тока с точностью до вкладов $\propto m^2 Y_{\mathrm{ac}}$

$$I_1 = \frac{1}{2}\frac{en_0 v'_0 \Xi_{\mathrm{ac}}}{1+\rho\sigma_d(1+i\Omega\tau_{\mathrm{M}})}\left\{1+i\Omega\tau_{\mathrm{M}} + \frac{(g_0\tau m/n_0)^2}{1+\rho\sigma_d(1+i\Omega\tau_{\mathrm{M}})}\left[\frac{c\rho\sigma_d[1+\Lambda\Lambda'-c(1+\Lambda^2)]}{(1+\rho\sigma_d)} - \frac{1+i\Omega\tau}{4\tau\tau_{\mathrm{M}}}\left(\frac{C(\Omega)}{(\Omega+\Omega_1)(\Omega+\Omega_2)} + \frac{C^*(-\Omega)}{(\Omega-\Omega^*_1)(\Omega-\Omega^*_2)}\right)\right]\right\}, \quad (19)$$

где

$$C(\Omega) = 2c(1+i\Lambda)(1-i\Lambda') - (1+\Lambda'^2) - (1+\Lambda^2)\left(\frac{1-i\Lambda'}{1-i\Lambda}\right)^2(1+i\Omega\tau_{\mathrm{M}}), \quad (20)$$

$$\Omega_{1,2} = \frac{1}{2}\left[K_g v_0 - i\left(\frac{1}{\tau}+\frac{1}{\tau_{\mathrm{M}}}+K^2_g D_0\right)\right] \pm \sqrt{\frac{1}{4}\left[K_g v_0 - i\left(\frac{1}{\tau}+\frac{1}{\tau_{\mathrm{M}}}+K^2_g D_0\right)\right]^2 + \frac{1}{\tau\tau_{\mathrm{M}}}}. \quad (21)$$

Частоты $\Omega_{1,2}$ (21) представляют собой дисперсионные соотношения для двух собственных мод ВПЗ, описанных выше, и их удобнее представить приближенными соотношениями (см. также [16])

$$\Omega_1 = K_g v_0 - i\left(\frac{1}{\tau}+\frac{1}{\tau_{\mathrm{M}}}+K^2_g D_0\right), \quad (22)$$

$$\Omega_2 = -\frac{1}{\tau\tau_{\mathrm{M}}}\frac{1}{K_g v_0 - i(\tau^{-1}+\tau^{-1}_{\mathrm{M}}+K^2_g D_0)}. \quad (23)$$

Таким образом, как и в случае колеблющейся интерференционной картины, частотная зависимость первой Фурье-компоненты тока при неподвижной решетке и при наличии переменной составляющей внешнего поля содержит два пика в точках $\Omega = |\mathrm{Re}\,\Omega_{1,2}|$, которые имеют ярко выраженный резонансный характер при условии $\mathrm{Re}\,\Omega_{1,2} > \mathrm{Im}\,\Omega_{1,2}$.

Определение постоянной составляющей поля в общем случае оказывается довольно трудоемкой задачей, а ответ для постоянного тока I_0 весьма громоздким. Дело в том, что резонансный вклад в I_0 пропорционален $m^2Y^2_{\mathrm{ac}}$, а поэтому расчет нужно вести с такой степенью точности. Громоздкость вычислениям постоянной составляющей поля на образце $Y_{0,0}$ придает последнее слагаемое левой части уравнения (16), описывающее комбинацию двух нелинейных процессов — вольт-амперной характеристики (если $c \neq 0$) и взаимодействия ВПЗ с решеткой заряда ($\propto m^2$). Расчет сильно упрощается в случае применимости закона Ома (когда $c = 0$), либо при питании от источника напряжения, когда внешняя нагрузка $\rho = 0$. В последнем случае уравнение (16) вообще использовать не нужно, поскольку для источника напряжения, согласно (14), напряжение на образце равно внешнему,

$$Y_{0,l} = \frac{1}{2}Y_{\mathrm{ac}}(\delta_{l,1}+\delta_{l,-1}). \quad (24)$$

В этом случае, полагая в (12) $p = 0$, $l = 0$ и используя выражение для неоднородных в пространстве компонент поля $Y_{p,l}$ (15), а для однородных — граничное условие (24), получаем выражение для постоянного тока через образец

$$I_0 = en_0v_0\left\{1 - 2\left(\frac{g_0\tau m}{2n_0}\right)^2\left[1+\Lambda\Lambda' - c\left(1+\Lambda^2\right)\right] + \frac{c}{2}\left(\frac{\Xi_{\mathrm{ac}}v'_0}{v_0}\right)^2 + \left(\frac{g_0 m\Xi_{\mathrm{ac}}v'_0}{2n_0v_0}\right)^2\frac{1+\Lambda'^2}{2\tau^2_{\mathrm{M}}} \times \left[\frac{B(\Omega)}{|\Omega+\Omega_1|^2|\Omega+\Omega_2|^2} + \frac{B(-\Omega)}{|\Omega-\Omega_1|^2|\Omega-\Omega_2|^2}\right]\right\}, \quad (25)$$

где

$$B(\Omega) = -\Omega\tau_{\mathrm{M}}d(1-\Omega\tau\Lambda') + c(1+\Omega^2\tau^2). \quad (26)$$

Учет сопротивления внешней цепи ρ не меняет принципиально выражение для постоянного тока (25), но сильно усложняет вид коэффициента $B(\Omega)$. При этом нужно иметь в виду, что учет сопротивления нагрузки может оказаться принципиально важным в двух случаях:

если измеряется не ток в цепи, а напряжение на образце (см., например, [15]), либо при измерениях в режиме падающей вольт-амперной характеристики вблизи порога неустойчивости, где характер поведения системы сильно меняется при переходе от источника тока к источнику напряжения [2].

Выражение для постоянного тока также сильно упрощается в случае линейной вольт-амперной характеристики, когда $c = \Lambda' = 0$ и $\upsilon_0 = \mu E_0$. В этом случае при учете нагрузки во внешней цепи ρ имеем

$$\frac{\delta I_0}{\sigma E_0} = \left(\frac{g_0 \tau m}{n_0\sqrt{2}}\right)^2 \left\{ \frac{\Omega K_g \mu E_0 (\Xi_{\mathrm{ac}}/2E_0)^2}{(\rho\sigma+1)^2 + (\rho\sigma\Omega\tau_{\mathrm{M}})^2} \times \left[\frac{(\tau\tau_{\mathrm{M}})^{-1}}{|\Omega-\Omega_1|^2|\Omega-\Omega_2|^2} - \frac{(\tau\tau_{\mathrm{M}})^{-1}}{|\Omega+\Omega_1|^2|\Omega+\Omega_2|^2}\right] - 1\right\}. \quad (27)$$

В условиях применимости закона Ома $\sigma_d \equiv \sigma = en_0\mu$. Одновременно из уравнения (7) находим связь между полем внешнего источника напряжения Ξ_0 и полем в образце E_0 в явном виде, $E_0 = \Xi_0/(1+\rho\sigma)$.

Таким образом зависимость постоянного тока от частоты переменного составляющей поля имеет два экстремума — минимум на частоте, равной $-\mathrm{Re}\,\Omega_2 \cong (K_g\mu E_0\tau\tau_{\mathrm{M}})^{-1} = 4\pi e n_0/(\varepsilon K_g \tau E_0)$, и максимум на частоте $\mathrm{Re}\,\Omega_1 = K_g\mu E_0$. Это правило не меняется при переходе от дырочного к электронному типу проводимости (т.е. при замене $e \to -e$, $\mu \to -\mu$, $\Omega_{1,2} \to -\Omega^*_{1,2}$).

2. Бегущая решетка

Наблюдать обе моды ВПЗ можно также посредством использования для их возбуждения бегущей интерференционной решетки при постоянном внешнем электрическом поле. При этом рассматриваемая нелинейная система по-прежнему описывается уравнениями (8), (9), но в (9) следует произвести замену $h(z) \to h(z,T)$, где

$$h(z,T) = m\cos(z-T). \quad (28)$$

Для бегущей решетки частота Ω связана со скоростью ее перемещения u соотношением $\Omega = K_g u$. Уравнение для Фурье-компонент (12) сохраняется, но необходимо произвести замену $h_p\delta_{l,0} \to h_{p,l}$,

$$h_{p,l} = \frac{m}{2}(\delta_{p,1}\delta_{l,-1} + \delta_{p,-1}\delta_{l,1}). \quad (29)$$

Таким образом уравнение для Фурье-компонент совпадает с уравнением (19) из работы [16], но при переходе от колеблющейся решетки к бегущей необходимо использовать для $h_{p,l}$ выражение (29). Поэтому можно для Фурье-компонент поля с $p \neq 0$ использовать соотношение (23) из [16] с соответствующими заменами

$$Y_{p,l} = \frac{g_0\tau}{n_0} h_{p,l} \left[\Omega\tau_{\mathrm{M}} dpl - \frac{(1+i\Omega\tau_{\mathrm{M}} l)(1+i\Omega\tau l)}{1-i\Lambda p}\right]^{-1}. \quad (30)$$

Заметим здесь также, что в случае бегущей решетки отличными от нуля компонентами поля $Y_{p,l}$ являются лишь компоненты с $p = -l$. Это соответствует тому, что система нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных (8), (9) подстановкой $Y(z,T) = Y(z-T)$ сводится к обыкновенным дифференциальным уравнениям, так как в этом случае $h(z,T) = h(z-T) = m\cos(z-T)$ (см. (28)). При этом ток через образец $f(T)$ не зависит от времени T. Это означает, что в случае бегущей решетки через образец протекает только постоянный ток, этим данная ситуация принципиально отличается от случая колеблющейся решетки и от рассмотренного выше случая наличия переменной составляющей во внешнем поле. Физической причиной отсутствия переменного тока при использовании бегущей решетки является отсутствие неподвижной решетки заряда, поскольку именно взаимодействие движущейся решетки с неподвижной и приводит к возникновению переменного тока через образец. Для генерации переменной составляющей тока при использовании бегущей решетки можно, например, воспользоваться дополнительной подсветкой образца неподвижной решеткой. Далее мы эту ситуацию подробнее не исследуем. Возможность сведения исследуемой проблемы к обыкновенным дифференциальным уравнениям позволяет в принципе исследовать устойчивость системы, используя методы классической механики (см., например, [2]).

С помощью уравнения для тока (21) из [16] (ср. с (12) из настоящей работы) после несложных преобразований получаем зависимость постоянного тока через образец от скорости перемещения решетки u

$$I_0 = en_0\upsilon_0 \left\{ 1 - \frac{1}{2(1+\rho\sigma_d)} \left(\frac{g_0 m}{n_0\tau_{\mathrm{M}}}\right)^2 \times \frac{1 + \Lambda\Lambda' + \Omega\tau_{\mathrm{M}}(\Lambda-\Lambda') - c(1+\Lambda^2)}{|\Omega-\Omega_1|^2|\Omega-\Omega_2|^2} \right\}. \quad (31)$$

В предельном случае линейной вольт-амперной характеристики из (31) имеем

$$\frac{\delta I_0}{\sigma E_0} = -\frac{1}{2(1+\rho\sigma)} \left(\frac{g_0 m}{n_0\tau_{\mathrm{M}}}\right)^2 \frac{1_0 + \Omega_0\tau_{\mathrm{M}} E_D/E_0}{|\Omega-\Omega_1|^2|\Omega-\Omega_2|^2}, \quad (32)$$

где $E_D = K_g D_0/\mu$ — эффективное диффузионное электрическое поле. Таким образом, зависимость постоянного тока от скорости перемещения решетки u содержит два резонансных минимума при $u = \upsilon_0$ и при $u = -(\tau\tau_{\mathrm{M}} K_g^2 \upsilon_0)^{-1}$, либо в условиях линейной вольт-амперной характеристики минимумы расположены при скоростях $u = \mu E_0$ и $u = -4\pi e n_0/(K_g^2 \varepsilon\tau E_0)$. Это позволяет в экспериментах с бегущей решеткой также наблюдать обе моды ВПЗ, однако существует принципиальная разница между такой постановкой эксперимента и вариантом с колеблющейся решеткой или возбуждением мод посредством переменного электрического поля. В эксперименте с бегущей решеткой результат наблюдения зависит от направления движения решетки относительно направления постоянного электрического поля и типа проводимости образца. Для определенности положим, что положительный потенциал внешнего поля приложен к левому электроду, т.е. $E_0 > 0$. Для материалов с дырочной проводимостью ($e > 0$, $\mu > 0$) при движении решетки слева направо ($u > 0$) минимум тока наблюдается на высокочастотной моде ВПЗ Ω_1 при $u = \mu E_0$, а при движении справа налево ($u < 0$) — на низкочастотной моде Ω_2 при $u = -4\pi e n_0/(K_g^2 \varepsilon\tau E_0)$. При электронном типе проводимости ($e < 0$, $\mu < 0$), наоборот, при движении слева направо минимум тока реализуется на низкочастотной ветви Ω_2, а при движении справа налево — на высокочастотной Ω_1. Это обстоятельство связано с тем, что резонанс осуществляется при совпадении скорости перемещения решетки с фазовыми скоростями элементарных возбуждений, а последние меняют свой знак при изменении типа проводимости. В экспериментах же с колеблющейся решеткой или с переменной составляющей поля результат не зависит от типа проводимости материала, так как в этих случаях нет выделенного направления движения.

Ситуация несколько меняется при достаточно большой скорости перемещения решетки, когда $|u|K_g^2 D_0\tau_{\mathrm{M}} > |\mu E_0|$. В этой области скоростей движения решетки знак приращения тока δI_0 меняется на противоположный и становится положительным при $u < 0$ (для дырок) или $u > 0$ (для электронов). Это обусловлено тем, что полный ток (32) состоит из двух составляющих: „омической", пропорциональной μE_0, и „диффузионной", пропорциональной $uK_g^2 D_0\tau_{\mathrm{M}}$. В случае, когда u и μ имеют разные знаки, эти две составляющие тока направлены в противоположные стороны, так что при достаточно большой скорости перемещения решетки полный ток δI_0 меняет знак.

Наличие диффузионного вклада в ток тесно связано с тем, что в эксперименте с движущейся решеткой имеется выделенное направление, что приводит к возникновению постоянного тока через образец и в отсутствие внешнего электрического поля. Этот диффузионный вклад в ток можно получить из (32) при подстановке $E_0 = 0$

$$I_0 = -\frac{en_0 u}{2(1+\rho\sigma_d)}\left(\frac{g_0 m}{n_0 K_g}\right)^2 \frac{D_0}{\tau_{\mathrm{M}}(u^2+u_1^2)(u^2+u_2^2)}. \quad (33)$$

В отсутствие внешнего поля формирование решетки поля имеет чисто диффузионный характер, и резонансный характер взаимодействия ВПЗ отсутствует. При $v_0 = 0$ частоты $\Omega_{1,2}$ в знаменателе в (32) становятся чисто мнимыми, $\Omega_{1,2} = iK_g u_{1,2}$,

$$K_g u_{1,2} = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{\tau_{\mathrm{M}}} + K_g^2 D_0\right) \pm \sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{\tau_{\mathrm{M}}} + K_g^2 D_0\right)^2 - \frac{1}{\tau\tau_{\mathrm{M}}}}. \quad (34)$$

Выражение типа (33) для постоянного тока в отсутствие внешнего поля при бегущей интерференционной картине приведено в [16]. Подобное выражение было получено также в [17], но для случая смешанной электрон-дырочной проводимости. Следует обратить внимание на то, что знак тока в (33) меняется при переходе от дырочного механизма переноса к электронному при замене $e \to -e$. Зависимость тока от скорости перемещения решетки $I_0(u)$ антисимметрична и обращается в нуль в точках $u = 0, \pm\infty$, а при некоторых значениях скорости обладает экстремумом (см. также [16]). Если построить зависимость величины $I_0 u$ от u^2, то эта зависимость имеет вид $x(x+u_1^2)^{-1}(x+u_2^2)^{-1}$ (где $x = u^2$) и обладает максимумом в точке $x = x_{\max} = (u^2)_{\max} = u_1 u_2 = (K_g^2\tau\tau_{\mathrm{M}})^{-1}$. Это свойство зависимости тока от скорости перемещения решетки позволяет на эксперименте измерить параметр $\tau\tau_{\mathrm{M}}$ при заданном значении волнового вектора решетки K_g. Если еще кроме того измерить электропроводность системы σ, что дает информацию о величине максвелловского времени релаксации $\tau_{\mathrm{M}} = \varepsilon/(4\pi\sigma)$, то подобное измерение зависимости $I_0(u)$ позволит найти величину важного микроскопического параметра τ — времени жизни электрона в зоне.

При сравнении приведенных выше теоретических результатов с экспериментом нужно иметь в виду также следующее обстоятельство. Как уже отмечалось выше, порядок величины высокочастотной моды Ω_1 может составлять десятки и сотни мегагерц (так как имеется очень большая неопределенность в величинах подвижности). С другой стороны, измерения производятся зачастую на достаточно грязных материалах с большим количеством примесей. В таких материалах перенос заряда происходит не свободными зонными электронами, а посредством перезахвата ловушками (trapping). При таком механизме переноса (именуемом дисперсионным транспортом) имеет место сильная частотная дисперсия электропроводности [18]. Одновременно электропроводность невозможно однозначно представить в традиционном виде как произведение подвижности на концентрацию $\sigma = en\mu$. При этом задача сильно усложняется, особенно в нелинейном случае. Некоторые аспекты этой проблемы обсуждаются в [19,20]. Отметим также, что полученные выше результаты справедливы в условиях отсутствия насыщения примесных центров, когда концентрация компенсирующих акцепторных примесей N_A достаточно велика, так что выполняются неравенства $E_q \gg E_0, E_D$, где $E_q = 4\pi e N_a/(\varepsilon K_g)$ (подробнее об этом ограничении см. [16]).

3. Обсуждение

Обсудим три основных метода оптического возбуждения ВПЗ: 1) с помощью приложенного к образцу переменного внешнего поля; 2) использования бегущей интерференционной картины; 3) колеблющейся интерференционной картины. Два первых метода описаны выше, и зависимость постоянного тока через образец от частоты возбуждения в случае выполнения закона Ома описывается формулами (27) и (32) для переменного поля и бегущей решетки соответственно. Что касается колеблющейся интерференционной картины, когда фотогенерация электронов происходит по закону (ср. с (4))

$$g(x,t) = g_0\left[1 + m\cos(K_g x + \Theta\cos\Omega t)\right] \qquad (35)$$

(здесь Θ — амплитуда колебаний), то этот вариант возбуждения ВПЗ изучен в [16]. В этой работе рассматривается общий случай нелинейной вольт-амперной характеристики. Если не интересоваться процессами неустойчивости вблизи порога образования доменных структур (этот вопрос подробно обсуждается в [16]) и ограничиться линейными характеристиками, то зависимость постоянного тока от частоты колебаний решетки Ω можно получить из соотношения (26) в [16]

$$\frac{\delta I_0}{\sigma E_0} = -\frac{1}{1+\rho\sigma}\left(\frac{g_0\tau m}{2n_0}\right)^2\left[2 - \Theta^2 + \frac{\Theta^2}{2\tau^2\tau_{\mathrm{M}}^2}\right.$$
$$\left.\times\left(\frac{1+\Omega\tau_{\mathrm{M}}E_D/E_0}{|\Omega-\Omega_1|^2|\Omega-\Omega_2|^2} + \frac{1-\Omega\tau_{\mathrm{M}}E_D/E_0}{|\Omega+\Omega_1|^2|\Omega+\Omega_2|^2}\right)\right]. \qquad (36)$$

Сравнивая соотношения (27), (32) и (36), можно обнаружить специфические черты всех трех методов измерения. Прежде всего, следует отметить, что возбуждение долгоживущих ВПЗ происходит только при условии наличия на образце достаточно сильного внешнего постоянного поля E_0. В отсутствие поля E_0 никакого резонансного возбуждения ВПЗ не происходит, а процесс носит чисто релаксационный характер. В условиях достаточно сильного поля, когда $E_0 > \Omega\tau_{\mathrm{M}}|E_D|$, к типу проводимости образца чувствителен лишь метод бегущей решетки (ток меняет знак при переходе от электронов к дыркам). При измерении с помощью переменного поля результаты измерений вообще никогда не зависят от типа проводимости. В этих измерениях всегда частотная зависимость постоянного тока имеет максимум на высокой частоте Ω_1 и минимум на низкой Ω_2. При измерениях на колеблющейся картине при выполнении условия $E_0 > \Omega\tau_{\mathrm{M}}|E_D|$ эта зависимость имеет минимумы на обеих частотах. Для бегущей решетки при $E_0 > \Omega\tau_{\mathrm{M}}|E_D|$ в обеих резонансных точках ток растет по абсолютной величине как для электронов, так и для дырок, но при этом величина δI_0 меняет свой знак при изменении типа проводимости. В противоположном случае при $E_0 < \Omega\tau_{\mathrm{M}}|E_D|$ при измерениях на колеблющейся решетке на одной из резонансных частот возникает минимум, а на другой — максимум в зависимости от типа проводимости.

Другой характерной особенностью является тот факт, что при использовании переменного поля и осциллирующей решетки через образец наряду с постоянным током протекает и переменный с частотами $n\Omega$ (n — целое число). Зависимость амплитуд этих переменных составляющих тока от частоты возбуждения тоже носит резонансный характер. Это видно из выражений для частотной зависимости амплитуды переменного тока (19) при возбуждении ВПЗ переменным полем и из (29) в [13] для осциллирующей решетки (эти формулы описывают переменный ток с $n = 1$). При использовании же бегущей решетки через образец протекает только постоянный ток. Для генерации переменного тока при таком варианте измерений можно дополнительно засветить образец статической интерференционной картиной с тем же волновым вектором K_g что и бегущая решетка. Эта дополнительная подсветка создаст статическую решетку внутреннего электрического поля, а наличие в системе одновременно полей бегущей и неподвижной решеток приведет к генерации переменного тока за счет взаимодействия гармоник внутреннего электрического поля, пропорциональных $\exp(iK_g x - i\Omega t)$ и $\exp(-K_g x)$. Еще большие возможности для измерений возникают, если вторая интерференционная картина, обладающая тем же волновым вектором K_g, что и первая, тоже перемещается по образцу, но со скоростью, отличающейся от скорости первой решетки. При этом в системе имеются две разные частоты возбуждения ВПЗ. Тогда за счет нелинейного взаимодействия через образец начинает протекать переменный ток с частотами, равными различным комбинациям этих двух частот возбуждения.

В заключение приведем величину относительного изменения постоянного тока в резонансных точках. Величина этого параметра определяет возможность экспериментального наблюдения описываемого эффекта. Начнем с резонанса на низкочастотной моде, когда $\Omega = \Omega_2$ (резонансные частоты $\Omega_{1,2}$ даются соотношениями (22) и (23)). При возбуждении мод переменным полем из (27) в точке резонанса имеем

$$\frac{\delta I_0}{\sigma E_0} = \frac{m'^2}{8}\left(\frac{\Xi_{\mathrm{ac}}}{E_0}\right)^2\frac{d^2}{[1-\tau/(d^2\tau_{\mathrm{M}})]^2} \approx \frac{m'^2}{8}\left(\frac{\Xi_{\mathrm{ac}}}{E_0}\right)^2 d^2. \qquad (37)$$

Здесь $m' = mg_0\tau/n_0$ — эффективная контрастность интерференционной картины ($m' \le m$ и для изоляторов, когда $\tilde{n}_0 = 0$, $m' = m$). Здесь и далее рассматривается случай отсутствия нагрузочного сопротивления, $\rho = 0$. При оценках следует иметь в виду, что в условиях эксперимента всегда $d \gg 1$, что обеспечивает высокую добротность и обратное время жизни собственных мод меньше их частоты.

При возбуждении колеблющейся интерференционной картиной из (36) имеем

$$\frac{\delta I_0}{I_0} = \frac{m'^2\Theta^2 d^2(1+d^{-1}E_D/E_0)}{2\left(1-\tau/(d^2\tau_{\mathrm{M}})\right)^2} \approx \frac{m'^2\Theta^2 d^2}{2}. \qquad (38)$$

И наконец для бегущей картины из (32)

$$\frac{\delta I_0}{I_0} = \frac{m'^2 d^2[1+d^{-1}E_D/E_0]}{2\left(1-\tau/(d^2\tau_{\mathrm{M}})\right)^2} \approx \frac{m'^2 d^2}{2}. \qquad (39)$$

Приведенные оценки показывают, что наблюдение резонанса на низкочастотной моде ВПЗ всеми тремя методами не должно встречать затруднений. Для этого необходимо лишь выполнить условие $d = K_g \mu E_0 \tau > 1$, которое обеспечивает малость обратного времени жизни собственных мод по сравнению с их частотой.

Обратимся теперь к резонансу на высокочастотной дрейфовой моде Ω_1. При возбуждении переменным полем согласно (27)

$$\frac{\delta I_0}{\sigma E_0} = \frac{m'^2}{8}\left(\frac{\Xi_{\mathrm{ac}}}{E_0}\right)^2 \frac{\tau}{\tau_{\mathrm{M}}} \frac{1}{[1-\tau/(d^2\tau_{\mathrm{M}})]^2}$$

$$\approx \frac{m'^2}{8}\left(\frac{\Xi_{\mathrm{ac}}}{E_0}\right)^2 \frac{\tau}{\tau_{\mathrm{M}}}. \quad (40)$$

Амплитуда резонанса для колеблющейся решетки из (36)

$$\frac{\delta I_0}{I_0} = \frac{m'^2\Theta^2}{2(1-\tau/(d^2\tau_{\mathrm{M}}))^2}\left(\frac{\tau}{\tau_{\mathrm{M}}} + d\frac{E_D}{E_0}\right)$$

$$\approx \frac{m'^2\Theta^2}{2}\left(\frac{\tau}{\tau_{\mathrm{M}}} + d\frac{E_D}{E_0}\right). \quad (41)$$

Для бегущей решетки (32)

$$\frac{\delta I_0}{I_0} = \frac{m'^2}{2(1-\tau/(d^2\tau_{\mathrm{M}}))^2}\left(\frac{\tau}{\tau_{\mathrm{M}}} + d\frac{E_D}{E_0}\right)$$

$$\approx \frac{m'^2 d^2}{2}\left(\frac{\tau}{\tau_{\mathrm{M}}} + d\frac{E_D}{E_0}\right). \quad (42)$$

Отсюда видно, что относительная амплитуда резонанса на высокочастотной моде значительно меньше, чем при взаимодействии с ВПЗ и содержит дополнительный малый параметр $\tau/(d^2\tau_{\mathrm{M}})$, который осбенно мал в полуизолирующих материалах, где $\tau/\tau_{\mathrm{M}} \ll 1$. Положение можно спасти, измерив методом колеблющейся или бегущей решетки диффузионный вклад. В том случае, если $\tau/\tau_{\mathrm{M}} < dE_D/E_0$, амплитуда сигнала при взаимодействии с высокочастотной модой мала по сравнению с низкочастотной по параметру $E_D/(dE_0) = d^{-2}(K_g l_D)^2$, где $l_D = \sqrt{D_0\tau}$ — диффузионная длина. Величину этого параметра на эксперименте можно выбрать больше, чем $\tau/(d^2\tau_{\mathrm{M}})$, если волновой вектор решетки не слишком мал и $(K_g l_D)^2 > \tau/\tau_{\mathrm{M}}$.

Список литературы

[1] B.K. Ridley. Proc. Phys. Soc. **86**, 637 (1965).
[2] А.Ф. Волков, Ш.М. Коган. УФН **96**, *4*, 633 (1968).
[3] Р.Ф. Казаринов, Р.А. Сурис, Б.И. Фукс. ФТП **7**, *1*, 102 (1972); **7**, *3*, 688 (1972).
[4] G. Pauliat, A. Villing, J.C. Launay, G. Roosen. J. Opt. Soc. Am. B **7**, 1481 (1990).
[5] J.P. Partanen, J.M. Jonathan, R.W. Hellwarth. Appl. Phys. Lett. **57**, 2404 (1990).
[6] I.A. Sokolov, S.I. Stepanov. JOSA B **10**, *8*, 1483 (1993).
[7] M. Brushinin, V. Kulikov, I. Sokolov. Phys. Rev. B **67**, *7*, 075 202 (2003).
[8] B.I. Fuks, M.S. Kagan, R.A. Suris, N.G. Zhdanova. Phys. Stat. Sol. (a) **40**, k61 (1977).
[9] S.I. Stepanov, V.V. Kulikov, M.P. Petrov. Opt. Commun. **44**, 19 (1982).
[10] M.P. Petrov, V.V. Bryksin, V.M. Petrov, S. Wevering, E. Kraetzig. Phys. Rev. A **60**, *3*, 2413 (1999).
[11] J.P. Huignard, A. Marrakchi. Opt. Commun. **38**, *8*, 249 (1981).
[12] В.В. Брыксин, М.П. Петров. ФТТ **42**, *10*, 1808 (2000).
[13] M.P. Petrov, A.P. Paugurt, V.V. Bryksin, S. Wevering, E. Krätzig. Phys. Rev. Lett. **84**, 5114 (2000).
[14] В.В. Брыксин, М.П. Петров. ФТТ **44**, *10*, 1785 (2002).
[15] M.P. Petrov, V.V. Bryksin, H. Vogt, F. Rahe, E. Kratzig. Phys. Rev. B **66**, *8*, 085 107 (2002).
[16] В.В. Брыксин, П. Кляйнерт, М.П. Петров. ФТТ **45**, *11*, 1947 (2003).
[17] U. Haken, M. Hundhausen, L. Ley. Phys. Rev. B **51**, *16*, 10 579 (1995).
[18] H. Boettger, V.V. Bryksin. Hopping conduction in solids. Akademie-Verlag, Berlin (1985).
[19] N. Korneev, S. Mansurova, P. Rodriguez, S. Stepanov. JOSA B **12**, 615 (1995).
[20] N.A. Korneev, J.J. Sanchez Mondragon, S.I. Stepanov. Opt. Comm. **133**, 109 (1997).