11,05

Механизм возникновения дальнего порядка, индуцированного случайными полями: эффективная анизотропия, созданная дефектами

© А.А. Берзин[1], А.И. Морозов[2], А.С. Сигов[1]

[1] Московский технологический университет (МИРЭА),
Москва, Россия
[2] Московский физико-технический институт (государственный университет),
Долгопрудный, Россия
E-mail: mor-alexandr@yandex.ru

(Поступила в Редакцию 1 марта 2016 г.)

В двумерном пространстве найден микроскопический механизм возникновения дальнего порядка, индуцированного случайными полями дефектов кристалла. Показано, что в случае анизотропного распределения направлений случайных локальных полей примесей в n-мерном пространстве векторного параметра порядка с $O(n)$ симметрией возникает индуцируемая примесями эффективная анизотропия. Получено выражение для константы анизотропии. Наличие слабой анизотропии типа „легкая ось“ переводит $X-Y$ модель и модель Гейзенберга в класс моделей Изинга и вызывает появление в системе дальнего порядка.

Работа поддержана Миобрнауки РФ (госзадание, проект № 3.76.2014 К) и грантом Президента РФ НШ-8003.2016.

1. Введение

В работе Minchau and Pelcovits [1] было обнаружено явление возникновения в двумерной $X-Y$ модели дальнего порядка при конечной температуре в результате действия коллинеарных друг другу полей дефектов типа „случайное локальное поле“. Намагниченность возникала в направлении, перпендикулярном направлению случайных локальных полей дефектов. Поскольку в чистой системе дальний порядок при конечной температуре отсутствует, а наблюдается фаза Березинского–Костерлица–Таулеса [2,3], это явление получило в дальнейшем название „порядок, индуцированный случайными полями“ — („random fields induced order“ — RFIO) [4]. В работе [4] данное явление было обобщено на модель Гейзенберга. В качестве причины RFIO указывалось, что дальний порядок возникает вследствие нарушения непрерывной симметрии параметра порядка, однако микроскопический механизм возникновения дальнего порядка не был найден.

В предшествующей работе [5] было показано, что в пространстве размерностью $2 < d < 4$ анизотропное распределение направлений случайных локальных полей дефектов в n-мерном пространстве параметра порядка индуцирует во втором порядке по случайному полю эффективную анизотропию, которая стремится сориентировать параметр порядка перпендикулярно преимущественному направлению случайных полей.

Как будет показано в данной работе, аналогичный эффект имеет место и в двумерной системе. Особенность двумерных моделей, в отличие от рассмотренных в работе [5], состоит в отсутствии дальнего порядка в чистой системе при конечной температуре. Поэтому необходимо сделать предположение о наличии дальнего порядка, индуцированного случайными полями, и решать самосогласованную задачу.

2. Энергия системы классических спинов

Энергия обменного взаимодействия n-компонентных локализованных спинов $\mathbf{S}_i$, образующих двумерную решетку, имеет вид

$$W_{ex} = -\Sigma_{i,j>i} J_{ij} \mathbf{S}_i \mathbf{S}_j, \quad (1)$$

где J_{ij} — обменный интеграл между i-ым и j-ым спинами, а суммирование ведется по всей решетке спинов.

Энергия взаимодействия спинов со случайными локальными полями дефектов равна

$$W_{imp} = -\Sigma_l \mathbf{S}_l \mathbf{h}_l, \quad (2)$$

суммирование ведется по случайно расположенным в узлах решетки примесям, а плотность распределения случайных локальных полей $\mathbf{h}$ в спиновом пространстве (пространстве параметра порядка) обладает свойством $\rho(\mathbf{h}) = \rho(-\mathbf{h})$, которое обеспечивает отсутствие в бесконечной системе среднего поля.

Предполагая наличие в системе одноосной анизотропии, запишем ее энергию в виде

$$W_{an} = \frac{1}{2} K_{eff} \Sigma_l (S_l^z)^2, \quad (3)$$

где K_{eff} — константа эффективной анизотропии, S_i^z — проекция i-го спина на эту выделенную ось z.

Переходя к непрерывному распределению параметра порядка $\boldsymbol{\eta}$, используем для энергии неоднородного обмена выражение [6]

$$\widetilde{W}_{ex} = \frac{1}{2}\int d^2\mathbf{r} D\,\frac{\partial\boldsymbol{\eta}^{\perp}\partial\boldsymbol{\eta}^{\perp}}{\partial x_i \partial x_i}, \tag{4}$$

где $D \sim Jb^4$, J — обменный интеграл, описывающий взаимодействие ближайших соседей, $\boldsymbol{\eta}^{\perp}(\mathbf{r})$ — возникающая под действием случайного локального поля составляющая параметра порядка $\boldsymbol{\eta} \sim \frac{\mathbf{S}_l}{b^2}$, перпендикулярная его среднему значению $\boldsymbol{\eta}_0$, а b — междоузельное расстояние.

Энергия взаимодействия случайного поля $\mathbf{h}(\mathbf{r})$ с параметром порядка $\boldsymbol{\eta}(\mathbf{r})$ имеет вид

$$W_{imp} = -\int d^2\mathbf{r}\,\mathbf{h}(\mathbf{r})\boldsymbol{\eta}(\mathbf{r}), \tag{5}$$

где

$$\mathbf{h}(\mathbf{r}) = b^2\Sigma_l \mathbf{h}_l \delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_l). \tag{6}$$

С учетом введенных обозначений энергия анизотропии (3) приобретает вид

$$W_{an} = \frac{1}{2}K_{eff}b^2\int d^2\mathbf{r}\big(\eta^z(\mathbf{r})\big)^2. \tag{7}$$

3. Эффективная анизотропия

Для качественного объяснения механизма возникновения эффективной анизотропии рассмотрим воздействие локального поля примеси $\mathbf{h}_l$ на однородное распределение параметра порядка. При этом, для простоты, будем пренебрегать продольной восприимчивостью системы в области низких температур, много меньших температуры магнитного упорядочения.

Перпендикулярная направлению $\boldsymbol{\eta}_0$ составляющая случайного поля $\mathbf{h}_l^{\perp}$ приводит к локальному отклонению вектора параметра порядка и появлению ортогональной $\boldsymbol{\eta}_0$ компоненты $\boldsymbol{\eta}^{\perp}(\mathbf{r})$. В результате возникает отрицательная добавка к энергии основного состояния, пропорциональная $(\mathbf{h}_l^{\perp})^2$. Она максимальна по величине, когда направление $\boldsymbol{\eta}_0$ перпендикулярно локальному полю примеси.

Найдем выражение для энергии анизотропии в случае произвольного распределения направлений случайных полей примесей. Представим параметр порядка в линейном по $\mathbf{h}$ приближении в виде

$$\boldsymbol{\eta}(\mathbf{r}) = \boldsymbol{\eta}_0 + \boldsymbol{\eta}^{\perp}(\mathbf{r}), \tag{8}$$

где $|\boldsymbol{\eta}_0| \gg |\boldsymbol{\eta}^{\perp}(\mathbf{r})|$.

Слагаемое в W_{imp}, пропорциональное $\boldsymbol{\eta}_0$, обращается в ноль в силу четности функции $\rho(\mathbf{h})$.

Величина $\mathbf{h}^{\perp}(\mathbf{r})$ равна

$$\mathbf{h}^{\perp}(\mathbf{r}) = b^2\Sigma_l[\mathbf{h}_l - \mathbf{n}(\mathbf{n}\mathbf{h}_l)]\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_l), \tag{9}$$

где $\mathbf{n} = \boldsymbol{\eta}_0/|\boldsymbol{\eta}_0|$.

Фурье-компонента функции $\boldsymbol{\eta}^{\perp}(\mathbf{k})$ связана с Фурье-компонентой случайного поля $\mathbf{h}^{\perp}(\mathbf{k})$ соотношением

$$\boldsymbol{\eta}^{\perp}(\mathbf{k}) = \chi^{\perp}(\mathbf{k})\mathbf{h}^{\perp}(\mathbf{k}), \tag{10}$$

где

$$\chi^{\perp}(\mathbf{k}) = (Dk^2 + |K_{eff}|b^2)^{-1}. \tag{11}$$

Анизотропия типа „легкая плоскость“ в модели Гейзенберга индуцируется локальными полями, перпендикулярными этой плоскости, поэтому необходимо использовать восприимчивость в направлении, перпендикулярном и намагниченности, и легкой плоскости.

Величина

$$\mathbf{h}^{\perp}(\mathbf{k}) = \frac{1}{V}\int d^2\mathbf{r}\mathbf{h}^{\perp}(\mathbf{r})\exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r})$$
$$= \frac{1}{N}\,\Sigma_l[\mathbf{h}_l - \mathbf{n}(\mathbf{n}\mathbf{h}_l)]\exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r}_l), \tag{12}$$

где N — число элементарных ячеек. Тогда

$$\boldsymbol{\eta}^{\perp}(\mathbf{r}) = \frac{1}{N}\,\Sigma_{\mathbf{k}}\chi^{\perp}(\mathbf{k})\Sigma_l[\mathbf{h}_l - \mathbf{n}(\mathbf{n}\mathbf{h}_l)]\exp[i\mathbf{k}(\mathbf{r}-\mathbf{r}_l)], \tag{13}$$

а величина W_{imp} (5) принимает вид

$$W_{imp} = -\frac{1}{N^2}\int d^2\mathbf{r}\sum_{\mathbf{k},\mathbf{k}'}\chi^{\perp}(\mathbf{k})\sum_{l,m}[\mathbf{h}_l - \mathbf{n}(\mathbf{n}\mathbf{h}_l)]$$
$$\times[\mathbf{h}_m - \mathbf{n}(\mathbf{n}\mathbf{h}_m)]\exp[i\mathbf{k}(\mathbf{r}-\mathbf{r}_l) + i\mathbf{k}'(\mathbf{r}-\mathbf{r}_m)]. \tag{14}$$

Интегрирование дает $V\delta_{\mathbf{k},-\mathbf{k}'}$. В итоге

$$W_{imp} = -\frac{V}{N^2}\sum_{\mathbf{k}}\chi^{\perp}(\mathbf{k})\sum_{l,m}[\mathbf{h}_l - \mathbf{n}(\mathbf{n}\mathbf{h}_l)]$$
$$\times[\mathbf{h}_m - \mathbf{n}(\mathbf{n}\mathbf{h}_m)]\exp[i\mathbf{k}(\mathbf{r}_m-\mathbf{r}_l)]. \tag{15}$$

В силу случайного распределения примесей в координатном пространстве отличный от нуля вклад обусловлен слагаемыми с $l = m$. Поэтому

$$W_{imp} = -\frac{V}{N^2}\sum_{\mathbf{k}}\chi^{\perp}(\mathbf{k})\sum_{l}[\mathbf{h}_l - \mathbf{n}(\mathbf{n}\mathbf{h}_l)]^2$$
$$= -xb^2\Sigma_{\mathbf{k}}\chi^{\perp}(\mathbf{k})\langle[\mathbf{h}_l - \mathbf{n}(\mathbf{n}\mathbf{h}_l)]^2\rangle, \tag{16}$$

где x — безразмерная концентрация примесей (их число на одну ячейку), а скобки $\langle\ \rangle$ означают усреднение по полям всех примесей. Переходя от суммирования по $\mathbf{k}$ к интегрированию по зоне Бриллюэна и вводя обозначение

$$\widetilde{\chi}^{\perp} = b^2\int\frac{d^2\mathbf{k}}{(2\pi)^2}\,\chi^{\perp}(\mathbf{k}) = \frac{1}{(4\pi b^2 J)}\,\ln\frac{4\pi J}{K_{eff}}, \tag{17}$$

получаем для объемной плотности энергии взаимодействия со случайными полями примесей

$$w_{imp} = -x\widetilde{\chi}^{\perp}[\langle\mathbf{h}_l^2\rangle - \langle(\mathbf{n}\mathbf{h}_l)^2\rangle]. \tag{18}$$

Легко видеть, что в случае анизотропного распределения направлений случайных полей второе слагаемое в квадратных скобках в правой части выражения (18) индуцирует анизотропию в пространстве параметра порядка.

В частности, при коллинеарной ориентации случайных полей объемная плотность энергии анизотропии принимает вид

$$w_{an} = x\widetilde{\chi}^{\perp}\langle \mathbf{h}_l^2\rangle \cos^2\varphi \equiv \frac{1}{2}K_{eff}S^2b^{-2}\cos^2\varphi, \tag{19}$$

где φ — угол между вектором параметра порядка и осью „тяжелого намагничивания", которой коллинеарны случайные поля примесей, а S — модуль вектора спина.

Из выражения (19) получаем уравнение самосогласования на величину эффективной анизотропии

$$K_{eff} = \frac{x\langle \mathbf{h}_l^2\rangle}{2\pi JS^2}\ \ln\frac{4\pi J}{K_{eff}}. \tag{20}$$

В логарифмическом приближении имеем

$$K_{eff} = \frac{x\langle \mathbf{h}_l^2\rangle}{2\pi JS^2}\ \ln\frac{8\pi^2J^2S^2}{x\langle \mathbf{h}_l^2\rangle}. \tag{21}$$

В случае компланарного и изотропного в выделенной плоскости распределения случайных полей в модели Гейзенберга объемная плотность энергии анизотропии равна

$$w_{an} = -\frac{1}{2}x\widetilde{\chi}^{\perp}\langle \mathbf{h}_l^2\rangle \cos^2\varphi \equiv \frac{1}{2}K_{eff}S^2b^{-2}\cos^2\varphi, \tag{22}$$

где φ — угол между вектором параметра порядка и нормалью к плоскости, в которой лежат случайные поля. В этом случае константа эффективной анизотропии отрицательна, и уравнение самосогласования принимает вид

$$|K_{eff}| = \frac{x\langle \mathbf{h}_l^2\rangle}{4\pi JS^2}\ \ln\frac{4\pi J}{|K_{eff}|}, \tag{23}$$

а логарифмическое приближение дает

$$|K_{eff}| = \frac{x\langle \mathbf{h}_l^2\rangle}{4\pi JS^2}\ \ln\frac{16\pi^2J^2S^2}{x\langle \mathbf{h}_l^2\rangle}. \tag{24}$$

Полученные значения эффективной анизотропии превосходят в случае малой концентрации дефектов критическое значение

$$K_{cr} \sim \frac{x\langle \mathbf{h}_l^2\rangle}{JS^2}, \tag{25}$$

полученное в работе [7]. Это означает, что неоднородное состояние Имри–Ма [8] не может возникнуть. Действительно, чтобы следовать за флуктуациями случайного поля, параметру порядка приходится отклоняться от наиболее выгодного (с точки зрения энергии анизотропии) направления. Это приводит к росту энергии анизотропии. Когда этот рост уже не компенсируется выигрышем энергии за счет следования параметра порядка за флуктуациями случайного поля, неоднородное состояние Имри-Ма становится энергетически невыгодным.

В общем случае анизотропного распределения направлений случайных полей следует вводить возникшую анизотропию через разность Δ между максимальным и минимальным значением выражения $\langle(\mathbf{nh}_l)^2\rangle$ как функции направления вектора $\mathbf{n}$. Получаемые при этом выражения отличаются от формул (20) и (21) заменой величины $\langle \mathbf{h}_l^2\rangle$ на Δ.

4. Заключение

Из выражения (19) следует, что коллинеарная ориентация случайных локальных полей дефектов индуцирует в случае $X-Y$ модели возникновение легкой оси, перпендикулярной направлениям случайных полей. Появление слабой анизотропии типа „легкая ось" переводит $X-Y$ модель в класс моделей Изинга [9], что объясняет появление в системе дальнего порядка при конечной температуре [1].

В случае модели Гейзенберга такая ориентация случайных полей порождает анизотропию типа „легкая плоскость". Это транслирует модель Гейзенберга в класс $X-Y$ моделей и приводит к возникновению в системе перехода Березинского–Костерлица–Таулеса [9].

В случае компланарного распределения направлений случайных полей в пространстве параметра порядка в модели Гейзенберга возникает легкая ось, перпендикулярная указанной плоскости, что переводит ее в класс моделей Изинга и объясняет появление в системе дальнего порядка [4].

В общем случае считать, что поведение системы с анизотропией, индуцированной дефектами типа „случайное локальное поле", эквивалентно поведению чистой системы с такой же слабой анизотропией, можно, если величина анизотропии превосходит критическое значение (25). В противном случае в системе возникает неоднородное состояние Имри–Ма.

Список литературы

[1] B.J. Minchau, R.A. Pelcovits. Phys. Rev. B **32**, 3081 (1985).
[2] V.L. Berezinskii. Sov. Phys. JETP **32**, 493 (1971); **34**, 610 (1972).
[3] J.M. Kosterlitz, D.G. Thouless. J. Phys. C **6**, 1181 (1973).
[4] J. Wehr, A. Niederberger, L. Sanchez-Palencia, M. Lewenstein. Phys. Rev. B **74**, 224 448 (2006).
[5] А.А. Берзин, А.И. Морозов, А.С. Сигов. ФТТ **58**, 1614 (2016).
[6] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. Наука, М. (1982). 624 с.
[7] А.И. Морозов, А.С. Сигов. Письма в ЖЭТФ **90**, 818 (2009).
[8] Y. Imry, S.-k. Ma. Phys. Rev. Lett. **35**, 1399 (1975).
[9] S.B. Khokhlachev. Sov. Phys. JETP **43**, 137 (1976).