

# Статистика микротрещин в гетерогенных материалах (граниты)

© В.И. Веттегрень, В.С. Куксенко, Н.Г. Томилин, М.А. Крючков\*

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,  
194021 Санкт-Петербург, Россия

\* Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет,  
197376 Санкт-Петербург, Россия

E-mail: Victor.Vettegren@mail.ioffe.ru

(Поступила в Редакцию 19 февраля 2004 г.)

Амплитудные распределения импульсов акустической эмиссии (АЭ), излучаемой гранитами под влиянием сжимающих напряжений, разложены в ряд по гамма-функциям. Установлено, что среднее значение амплитуды каждого члена ряда попадает внутрь интервала импульсов АЭ, соответствующего иерархическим уровням трещинообразования в нагруженных гранитах. На этом основании предлагается модель трещинообразования, в которой после нагружения на каждом иерархическом уровне быстро устанавливается термодинамически оптимизированная форма распределения микротрещин по размерам. Результаты расчетов средних размеров и эволюции микротрещин на каждом из иерархических уровней находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 03-05-64831, 02-05-39017 и 02-05-08003) и Международного научно-технического центра (проект № 1745).

Исследования процесса разрушения [1–3] напряженных твердых тел показали, что, когда концентрация  $X_C$  микротрещин в объеме тела достигает значения, при котором среднее расстояние  $\langle L \rangle$  между ними в  $e \approx 2.7$  раза больше их среднего размера  $\langle y \rangle$ , т. е.

$$\frac{\langle L \rangle}{\langle y \rangle} = \frac{1}{\sqrt[3]{X_C}} \approx 2.7, \quad (1)$$

формируется очаг разрушения. На этом основании в [2] была предложена двустадийная модель разрушения. Предполагалось, что после приложения напряжений в теле начинают накапливаться микротрещины приблизительно одного размера. Когда их концентрация достигает порогового значения  $X_C$ , возникают очаги, в которых трещины начинают быстро укрупняться, что приводит к разрушению образца.

Однако проведенный недавно анализ [4–6] динамики плотности вероятности сигналов (АЭ) от нагруженных гранитов показал, что кинетика разрушения имеет более сложный характер: все сигналы распадаются на четыре иерархических уровня, среднее значение амплитуды АЭ  $\langle A \rangle$  на которых изменяется на величину, кратную трем, а число сигналов на соседних уровнях изменяется в противофазе.

Известно, что амплитуда сигналов АЭ приблизительно пропорциональна размеру микротрещин. Это позволило сформулировать иерархическую модель разрушения горных пород [4–6]. Предполагается, что первая стадия разрушения заключается в накоплении невзаимодействующих трещин первого уровня. Когда их концентрация в объеме тела достигает критического значения  $X_C$ , удовлетворяющего (1), трещины начинают укрупняться. В результате формируются трещины, заполняющие второй уровень. Эти трещины накапливают-

ся до тех пор, пока их концентрация снова не достигнет критического значения  $X_C$ , что приводит к образованию трещин третьего уровня, и т. д.

## 1. Модель

Поскольку число сигналов АЭ, излучаемых гранитами [4–6] под нагрузкой, составляло несколько десятков тысяч, их амплитудные распределения должны подчиняться законам статистической физики. Будем измерять амплитуду  $A_{i+1}$  сигналов АЭ при формировании микротрещин на уровне  $i + 1$  в размерах амплитуды от микротрещин  $i$ -го уровня:  $A_{i+1} = CA_i$ . Если система микротрещин квазизамкнута, амплитудное распределение сигналов АЭ  $n_i(A_i)$  на  $i$ -м иерархическом уровне должно описываться выражением [7]

$$n_i(A_i) = n_{0,i} \left( \frac{A_i}{\langle A_{i-1} \rangle} \right)^2 \exp \left( - \frac{A_i}{\langle A_{i-1} \rangle} \right), \quad (2)$$

где  $\langle A_{i-1} \rangle$  — среднее значение амплитуды сигналов АЭ на уровне  $i - 1$ ,  $n_{0,i}$  — нормировочная постоянная.

Непрерывно изменяющиеся конфигурации ансамбля микротрещин могут быть описаны как флуктуации мультикомпонентной жидкости, стабилизируемые „энтропией смешения“. В равновесии энтропия смешения должна быть максимальной. По этой причине преэкспоненциальный множитель в выражении (2) для распределения дефектов содержит множитель  $(A_i/\langle A_{i-1} \rangle)^2$  [8].

Распределение амплитуд сигналов АЭ при формировании микротрещин на  $m$  уровнях имеет вид

$$N(A) \approx \sum_{i=1}^m n_{0,i} \left( \frac{A_i}{\langle A_{i-1} \rangle} \right) \exp \left( - \frac{A_i}{\langle A_{i-1} \rangle} \right). \quad (3)$$

Средний размер амплитуды сигналов АЭ, излучаемых при образовании микротрещин на иерархическом уровне  $i + 1$ , равен

$$\langle A_{i+1} \rangle = \frac{\int_0^{\infty} \left( \frac{A_{i+1}}{\langle A_i \rangle} \right)^3 \exp \left( -\frac{A_{i+1}}{\langle A_i \rangle} \right) dA_{i+1}}{\int_0^{\infty} \left( \frac{A_{i+1}}{\langle A_i \rangle} \right)^2 \exp \left( -\frac{A_{i+1}}{\langle A_i \rangle} \right) dA_{i+1}} = 3 \langle A_i \rangle, \quad (4)$$

т. е. в 3 раза больше, чем для микротрещин на  $i$ -м уровне. Этот результат прекрасно согласуется с приближенной эмпирической величиной отношения средних значений амплитуд на соседних иерархических уровнях, найденной в [4–6].

## 2. Методика эксперимента

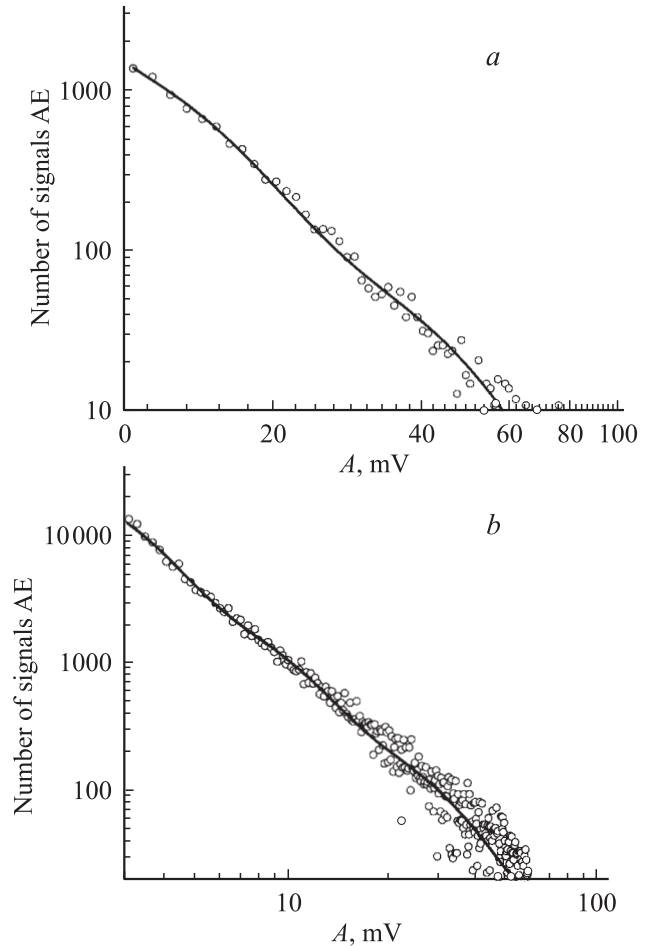
Методика исследований была детально описана в [4], поэтому остановимся только на ее основных моментах. На цилиндрические образцы гранитов — „мелкозернистого“ (Westerly № 39 и 42) и „крупнозернистого“ (Harcourt № 43) (числа 39, 42 и 43 — номера экспериментов [4]) — воздействовали постоянным гидростатическим давлением и одноосным сжатием. Регистрация сигналов АЭ осуществлялась с временным разрешением  $10^{-4}$  с. База данных представляла собой хронологическую последовательность сигналов АЭ, амплитуда которых была приведена к референс-сфере радиусом 10 мм. Эксперименты заканчивались в тот момент, когда началось резкое падение нагрузки, свидетельствующее о потере несущей способности образца.

## 3. Амплитудные распределения импульсов АЭ

На рис. 1 показаны амплитудные распределения сигналов АЭ от гранитов Westerly № 39 и Harcourt № 43; распределение сигналов для гранита Westerly № 42 имело аналогичный вид. Чтобы описать эти распределения выражением (3), варьировали число распределений  $m$ , значение  $\langle A_1 \rangle$  и  $n_{0,i}$ . Затем добивались наилучшего совпадения рассчитанных и экспериментальных распределений.

**Таблица 1.** Средние значения амплитуд  $\langle A_i \rangle$ , найденные в настоящей работе, и интервалы амплитуд  $\Delta A_i$  сигналов АЭ, установленные в [3–6], для трех иерархических уровней трещинообразования в гранитах

Уровень	№ 39		№ 42		№ 43	
	$\langle A_i \rangle$	$\Delta A_i$	$\langle A_i \rangle$	$\Delta A_i$	$\langle A_i \rangle$	$\Delta A_i$
	mV					
1	9	2.7–9	3.3	1.6–5	6.3	2.7–6
2	27	9–30	10	5–20	20	6–40
3	71	30–90	30	20–65	61	40–90



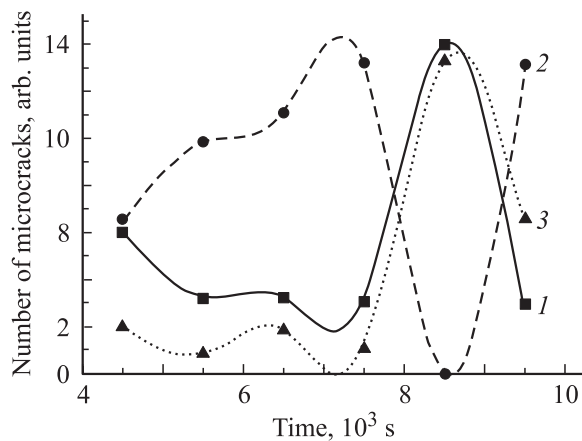
**Рис. 1.** Аппроксимация распределения амплитуд акустических сигналов от гранитов Westerly № 39 (а) и Harcourt № 43 (б) при помощи выражения (3).

Оказалось, что распределения амплитуд всех сигналов АЭ для всех исследованных образцов гранитов хорошо описываются суммой трех-четырех членов ряда по гамма-функциям (рис. 1).

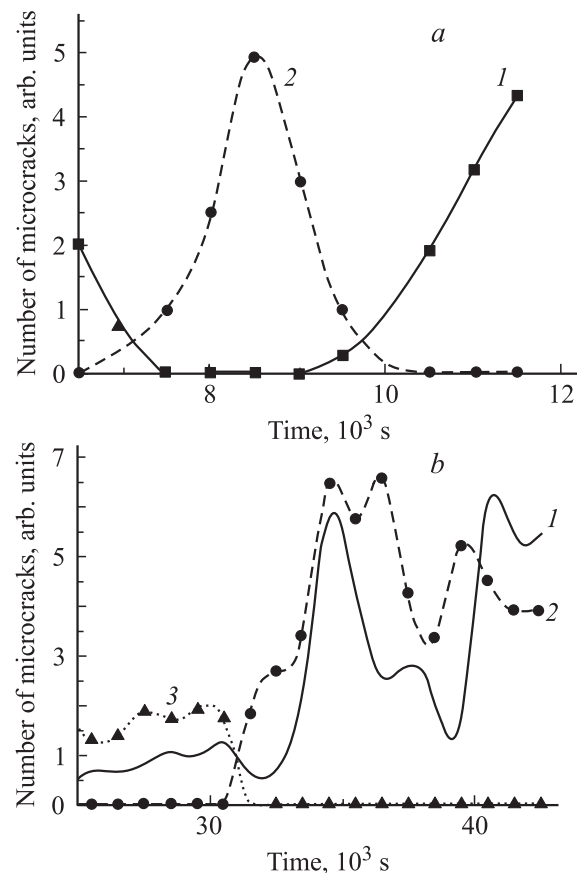
Средние величины амплитуд сигналов АЭ  $\langle A_i \rangle$  для членов 1–3 ряда приведены в табл. 1 Там же даны значения интервала амплитуд  $\Delta A_i$  для каждого из иерархических уровней, найденные в [3–6]. Видно, что значения  $\langle A_i \rangle$  попадают внутрь интервала  $\Delta A_i$ . Этот результат позволяет заключить, что каждый из членов в сумме (3) описывает распределение микротрещин по одному из трех иерархических уровней трещинообразования.

Как уже упоминалось, вывод о существовании иерархических уровней был сделан на основании обнаружения интервалов амплитуд  $\Delta A_i$ , плотность вероятности сигналов АЭ в которых изменяется в противофазе. Поэтому ожидалось, что число сигналов АЭ со средней амплитудой, отличающееся в 3 раза, должно также изменяться в противофазе. Для проверки этого заключения из всего банка сигналов АЭ были сделаны выборки с интервалом  $10^3$  с. Для каждой из них рассчитывали

распределения амплитуд АЭ и описывали их выражением (3). Затем строили зависимости числа амплитуд со средним значением  $\langle A_i \rangle$  от времени. Результаты расчетов демонстрируются на рис. 2 и 3.



**Рис. 2.** Временные зависимости числа микротрещин на первом (1), втором (2) и третьем (3) иерархических уровнях трещинообразования в граните Westerly № 39.



**Рис. 3.** Временные зависимости числа микротрещин на различных иерархических уровнях трещинообразования. *a* — в граните Westerly № 42 на втором (1) и третьем (2) уровнях; *b* — в граните Harcourt № 43 на первом (1), втором (2) и третьем (3) уровнях.

**Таблица 2.** Отношение населенностей  $\eta_1$  и  $\eta_2$  соседних иерархических уровней к моменту разрушения образцов гранитов

	№ 39	№ 42	№ 43
$\eta_1$	95	70	90
$\eta_2$	180	135	250

Видно, что число микротрещин со средними значениями, различающимися в 3 раза, действительно, изменяется в противофазе. (Для гранита Harcourt № 43 в области  $35 \cdot 10^3$  s противофазность нарушается, вероятно, из-за образования промежуточного очага разрушения [4–6]). Этот результат является дополнительным подтверждением справедливости заключения, что гамма-функции описывают распределение микротрещин по иерархическим уровням трещинообразования.

Выражение для предэкспоненциального множителя  $n_{0i}$  в (2) в условиях равновесия должно иметь вид [9]

$$n_{0i} = \frac{(1 - p_i)^3}{2}, \quad (5)$$

где  $p_i \equiv \exp(-\langle A \rangle^{-1})$ .

Поскольку  $\langle A_2 \rangle / \langle A_1 \rangle = 3$ , в состоянии равновесия отношение предэкспоненциальных множителей  $\eta_1 \equiv n_{0,1} / n_{0,2}$  и  $\eta_2 \equiv n_{0,2} / n_{0,3}$  должно быть равно 27. Однако значения  $\eta_1$  и  $\eta_2$ , приведенные в табл. 2, показывают, что численное равновесие отсутствует. Об этом же свидетельствуют противофазные изменения концентрации микротрещин, обнаруженные в [4–6]. Тем не менее за время интервала, выбранного нами для расчета распределений ( $10^3$  s), успевает установиться „равновесная“ форма распределений амплитуд сигналов АЭ на каждом из иерархических уровней.

#### 4. Обсуждение результатов

Исследования, проведенные в последние годы, показали, что распределения по размерам различных объектов (нанодфектов [9–11], пятен коррозии [12] и разориентации дислокационных стенок [13,14] на поверхности металлов, структурных образований в полимерах [15,16], агрегатов сажи в резине, бактерий, грибков и длин протеиновых молекул [10] и т.д.) могут быть описаны как единственная гамма-функция или разложены в ряд по нескольким гамма-функциям. Следовательно, возможность описания распределения микротрещин по размерам в гранитах в виде суммы „равновесных“ гамма-функций не является исключением. Она обусловлена тем, что все описанные объекты успевают сформироваться за время, которое значительно меньше интервала наблюдения. Известно [7], что гамма-распределение термодинамически оптимизировано, т.е. конфигурационная энтропия системы максимальна и форма распределения сигналов АЭ на каждом из иерархических уровней

устанавливается в согласии со вторым законом термодинамики.

Выше уже отмечалось, что средние размеры микротрещин различаются в 3 раза. В [9–11] было найдено, что средние размеры нанодфектов на поверхности металлов также различаются в 3 раза. Такое соотношение оказалось справедливым для средних размеров структурных образований в полимерах [15,16] и пятен коррозии на поверхности металлов [12]. Наконец, средние размеры структурных образований в горных породах, продуктах их размола и геоблоков соотносятся как 2–7 [17,18]. Таким образом, средние размеры дефектов и структурных образований близки к трем для различных твердых тел в широком диапазоне размеров (от  $10^{-6}$  до  $10^6$  м). Как уже отмечалось, такое соотношение средних размеров есть следствие двух допущений: 1) объекты следующего иерархического уровня образуются из объектов предыдущего; 2) за время наблюдения на каждом из иерархических уровней успевает накопиться статистически значимое число таких объектов. По-видимому, в каждом из упомянутых случаев выполняются оба эти условия.

Кроме микротрещин ранее наблюдались изменения в противофазе концентрации нанометровых дефектов (с размерами от 10 до 500 nm) на поверхности нагруженных металлов [9–11]. Следовательно, явление противофазного изменения числа дефектов на соседних иерархических уровнях существует не только в гранитах, но и в металлах и осуществляется в интервале линейных размеров дефектов  $\approx 5$  порядков. Оно обусловлено тем, что нанодфекты и микротрещины следующего иерархического уровня формируются только из нанодфектов и микротрещин предыдущего. Наиболее быстро заселяется первый иерархический уровень. Этот процесс подготавливает образование нанодфектов и микротрещин следующего иерархического уровня. На его заселение затрачивается часть нанодфектов и микротрещин первого уровня, что и приводит к противофазным изменениям их числа на соседних уровнях.

Таким образом, даже в очень неравновесных условиях в объеме нагруженных гранитов быстро достигается термодинамически оптимизированная форма распределений микротрещин на иерархических уровнях трещинообразования, хотя число микротрещин на этих уровнях значительно отличается от равновесного. Средние размеры микротрещин на соседних иерархических уровнях различаются в 3 раза. Число микротрещин на соседних иерархических уровнях изменяется в противофазе.

## Список литературы

- [1] V.S. Kuksenko, V.S. Ryskin, V.I. Betehtin, A.I. Slutsker. *Int. J. Fracture Mech.* **11**, 5, 829 (1975).
- [2] С.Н. Журков, В.С. Куксенко, В.Н. Савельев, У. Султонов. *Изв. АН СССР. Физика Земли* **6**, 11 (1977).
- [3] В.А. Петров, А.Я. Башкарев, В.И. Веттегрень. *Физические основы прогнозирования разрушения конструкционных материалов*. Политехника, СПб (1993).
- [4] V. Kuksenko, N. Tomilin, E. Damaskinskaja, D. Lockner. *Pure Appl. Geophys.* **146**, 1, 253 (1996).
- [5] Н.Г. Томилин, Е.Е. Дамаскинская, В.С. Куксенко. *ФТТ* **36**, 10, 3101 (1994).
- [6] Н.Г. Томилин, В.С. Куксенко. В сб.: *Науки о земле. Физика и механика материалов*. Вузовская книга, М. (2002). С. 117.
- [7] B.L. Lavenda. *Statistical Physics. A Probabilistic Approach*. J. Wiley & Sons, Inc., N. Y. (1997).
- [8] H.-G. Kilian, R. Metzler, B.J. Zink. *Chem. Phys.* **107**, 12, 8997 (1997).
- [9] Х.Г. Килиан, В.И. Веттегрень, В.Н. Светлов. *ФТТ* **42**, 11, 2024 (2000); **43**, 11, 2107 (2001).
- [10] H.-G. Kilian, M. Koeppf, V.I. Vettegren. *Prog. Colloid Polym. Sci.* **117**, 2, 172 (2001).
- [11] А.Я. Башкарев, В.И. Веттегрень, В.Н. Светлов. *ФТТ* **44**, 7, 1260 (2002).
- [12] В.И. Веттегрень, А.Я. Башкарев, Г.И. Морозов. *Письма в ЖТФ* **28**, 13, 1 (2002).
- [13] M. Miodownik, A.W. Godfray, E.A. Holm, D.A. Hughes. *Acta Mater.* **47**, 9, 2661 (1999).
- [14] D.A. Hughes, Q. Liu, D.S. Hhrzan, N. Hansen. *Acta Mater.* **45**, 1, 105 (1997).
- [15] С.В. Бронников, Т.Е. Суханова, Л.А. Лайус. *Высокомолекуляр. соединения А* **44**, 6, 940 (2002).
- [16] V. Bronnikov, T.E. Sukhanova. *Image Analysis and Steriology* **20**, 1, 105 (2001).
- [17] М.А. Садовский. *ДАН СССР* **247**, 4, 329 (1979).
- [18] М.А. Садовский. *Дискретные свойства геофизической среды*. Наука, М. (1989).