

Теплоперенос в высокотемпературной фазе твердого SF₆

© О.И. Пурский, Н.Н. Жолонко

Черкасский национальный университет,

18031 Черкасы, Украина

E-mail: Pursky_O@ukr.net

(Поступила в Редакцию 27 января 2004 г.)

Проведен расчет температурных зависимостей теплопроводности твердых SF₆ и Xe. Исследовано влияние термического давления в кристалле на изохорную теплопроводность. При помощи модифицированного метода приведенных координат рассчитаны вклады фонон-фононного и фонон-вращательного взаимодействий в полное теплосоппротивление твердого SF₆. Характер температурной зависимости изохорной теплопроводности SF₆ объясняется совместным влиянием термического давления и фонон-вращательного взаимодействия.

В настоящее время известно большое количество работ [1–4], посвященных исследованиям теплофизических свойств кристаллов инертных газов. Менее изучены в этом отношении молекулярные кристаллы. Последние интересны тем, что в них возникают новые виды теплового движения молекул, что во многих случаях существенно меняет температурную зависимость теплопроводности. К дополнительным механизмам, в принципе способным влиять на теплопроводность, относятся процессы ориентационного разупорядочения, а также внутримолекулярные колебания. Однако большинство простых молекулярных кристаллов имеет достаточно высокие частоты внутримолекулярных колебаний, так что этот вид теплового движения какого-либо существенного влияния на процессы переноса тепла в твердых фазах не оказывает.

В отличие от классических атомарных кристаллов с центральным взаимодействием, для которых в равновесном состоянии не обнаружено каких-либо фазовых превращений, большинство молекулярных кристаллов существует в нескольких твердых фазах [5], основное различие которых заключается в различном характере ориентационного упорядочения. При температурах выше температуры Дебая перенос тепла в простых молекулярных кристаллах в значительной степени определяется наличием не только трансляционного, но и вращательного движения молекул в узлах кристаллической решетки [5]. Вклад вращательного движения молекул в перенос тепла незначителен, в то время как рассеяние фононов на вращательных возбуждениях молекул может иметь тот же порядок, что и рассеяние на фононах. Однако следует признать, что последовательная, практически применимая микроскопическая теория влияния перечисленных выше механизмов на тепловые свойства молекулярных кристаллов к настоящему времени не создана; ее создание представляет собой достаточно сложную задачу. В первую очередь, это связано с большим числом элементарных возбуждений в высокотемпературной области, что чрезвычайно затрудняет микроскопическое рассмотрение. Поэтому, как и всегда в таких случаях, первоначальной задачей является накопление надежных данных в широком интервале температур для кристаллов различной симметрии. Это позволит

исследовать разные типы молекулярных вращений с тем, чтобы можно было выделить вклады упомянутых механизмов и установить их связь с термодинамическими параметрами исследуемых веществ.

В качестве объекта исследований был выбран гексафторид серы SF₆. Шестифтористую серу часто относят к веществам, имеющим пластическую кристаллическую фазу. Однако природа ориентационного беспорядка в высокотемпературной фазе SF₆ несколько иная, чем в пластических фазах других молекулярных кристаллов, где симметрия молекулы и окружения не совпадают. Обычно для кристаллов, молекулы которых обладают ориентационной свободой, существует ряд доступных для молекул ориентаций и они могут переходить от одной ориентации к другой. В отдельных случаях пределом такого переориентированного движения может являться непрерывное вращение. Как правило, увеличение ориентационной подвижности молекул связано с фазовым переходом. Его наличие или отсутствие определяется тем, различимы или нет возможные ориентации молекул в решетке.

Твердый SF₆ имеет необычно широкую область существования высокотемпературной β-фазы. Кристаллизация SF₆ происходит при 222.4 К, а фазовый переход, понижающий симметрию трансляционной и ориентационной подсистем кристалла, — только при 94.3 К [6,7]. Молекулы твердого SF₆ в указанном интервале температур имеют октаэдрическую симметрию. Характеристическая температура Дебая твердого SF₆ расположена значительно ниже фазового перехода в пластическую фазу и равна $\theta_D = 62$ К [8]. При температурах ниже фазового перехода симметрия кристалла, согласно [9,10], понижается до тригональной, а затем, при $T < 50$ К, до моноклинной или даже триклинной. В результате структурных исследований [10–12] было установлено, что высокотемпературная фаза SF₆ имеет кубическую ОЦК структуру пространственной симметрии $I_m\bar{3}m$, причем вблизи фазового перехода связи S–F ориентированы вдоль основных направлений решетки.

В кубических кристаллах типа AX₆ симметрия отдельной взятой молекулы и ее места в кристалле одинакова и пластические свойства проявляются, благодаря „квазисферичности“ молекул, совершающих высокоамплитуд-

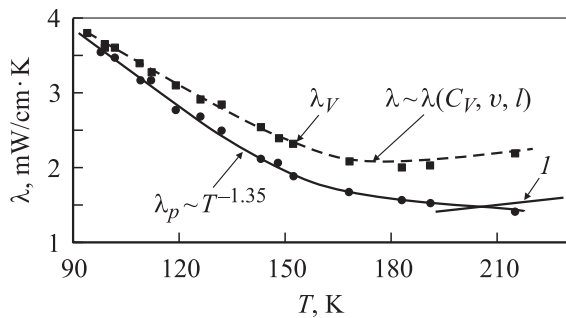


Рис. 1. Температурная зависимость изохорной (λ_v) и изобарной (λ_p) теплопроводностей твердого SF_6 . Точками показаны экспериментальные значения изобарной теплопроводности [20] и значения изохорной теплопроводности, полученные по формуле (1). Сплошная линия — сглаженная кривая экспериментальных данных. Штриховая — температурная зависимость теплопроводности λ , полученная по формуле (2). Линия I — данные прямых исследований изохорной теплопроводности твердого SF_6 [17] для образцов с молярным объемом $V_{\text{mol}} = 62.2 \text{ cm}^3/\text{mole}$.

ные либрации и молекулярные переориентации [13,14]. Согласно [15], взаимодействие между ближайшими соседями в ОЦК фазе SF_6 способствует упорядочению молекул связями S–F вдоль $\{100\}$, а во взаимодействии со следующими соседями (между атомами фтора) преобладает отталкивание. Поэтому нецентральное взаимодействие в SF_6 таково, что оно способствует ориентационному упорядочению в первой координационной сфере и разупорядочению во второй [11]. Такой характер взаимодействия с повышением температуры приводит к заметному увеличению амплитуды либраций и облегчает переориентацию молекул [8,11,16,17].

Анализ структурных данных [8] свидетельствует о достаточно жестком ориентационном порядке в SF_6 непосредственно выше точки фазового перехода. Это выделяет SF_6 из числа других пластических кристаллов, таких как CH_4 , CCl_4 , адамантан и др., в которых разрушение дальнего ориентационного порядка происходит непосредственно после фазового перехода [18]. Как показали рентгеноструктурные исследования, интенсивность отдельных отражений, особенно типа $\{h00\}$ и $\{hk0\}$, начинает уменьшаться и приближается к рассчитанным в модели ориентационного разупорядочения молекул только после 150 К. Уменьшение интенсивности рентгеновских отражений свидетельствует о нарастании процессов ориентационного разупорядочения. Повышение степени ориентационного беспорядка с ростом температуры не является следствием простого увеличения амплитуды либраций, а связано с динамическими переориентациями, облегчаемыми фрустрацией межмолекулярного взаимодействия [8,15,16,19]. Интересно отметить, что эксперименты по рассеянию нейтронов в предплавильной области SF_6 свидетельствуют об отсутствии хорошо определенных коллективных возбуждений [11,12]. С учетом сказанного выше SF_6 предоставляет удобную

возможность для исследования влияния на тепловые свойства монофазной однокомпонентной системы широкого спектра вращательных состояний молекул, изменяющихся от практически полной ориентационной упорядоченности до почти свободного ротационного движения.

К моменту начала настоящей работы были проведены экспериментальные исследования изобарной теплопроводности твердой SF_6 во всей области существования высокотемпературной фазы [20] и прямые исследования изохорной теплопроводности в области предплавильных температур [17]. Данные по теплопроводности равновесных образцов твердого SF_6 представлены на рис. 1.

Изобарная теплопроводность λ_p , представленная на рис. 1 сплошной линией, уменьшается с температурой в соответствии с зависимостью $\lambda_p \sim T^{-1.35}$. Значения изохорной теплопроводности λ_v при заданных температурах были получены перерасчетом экспериментальных данных для изобарной теплопроводности к постоянному объему $V_{\text{mol}} = 58.25 \text{ cm}^3/\text{mole}$, который занимали исследуемые образцы непосредственно выше температуры фазового перехода. Расчет проводился с использованием формулы [1]

$$\lambda_v = \lambda_p \left(\frac{V_m(T)}{V_{m0}} \right)^g, \quad (1)$$

где $V_m(T)$ — молярный объем свободного образца в зависимости от температуры, V_{m0} — молярный объем образца, к которому производился перерасчет, $g = -(\partial \ln \lambda / \partial \ln V)_T$ — коэффициент Бриджмена в соответствии с данными работы [17] принимался равным 5.2. Теплопроводность λ_v твердого SF_6 (рис. 1) сначала уменьшается при повышении температуры, проходит через плавный минимум, а затем начинает возрастать. Это противоречит предсказаниям теории, согласно которым в данной области температур она должна уменьшаться по закону $1/T$. В работе [21] эффект роста изохорной теплопроводности твердой SF_6 объясняется растормаживанием движения молекул, что приводит к ослаблению либронного рассеяния.

Важно отметить, что более слабая зависимость изохорной теплопроводности, чем $1/T$, наблюдается и для кристаллов инертных газов [1], у которых вращательные степени свободы отсутствуют, а также для некоторых молекулярных кристаллов, состоящих из сильно асимметричных молекул и сохраняющих ориентационную упорядоченность вплоть до температуры плавления [22,23]. Это указывает на то, что отклонения от закона $1/T$ невозможно объяснить только влиянием фонон-вращательного взаимодействия.

При проведении изохорного эксперимента с повышением температуры мало подверженная тепловому расширению измерительная ампула препятствует тепловому расширению исследуемого образца, вследствие чего происходит нарастание термического давления в исследуемых кристаллических структурах [1,17,22]. Эти процессы могут вызвать дополнительное превышение изохорной теплопроводности над законом $1/T$.

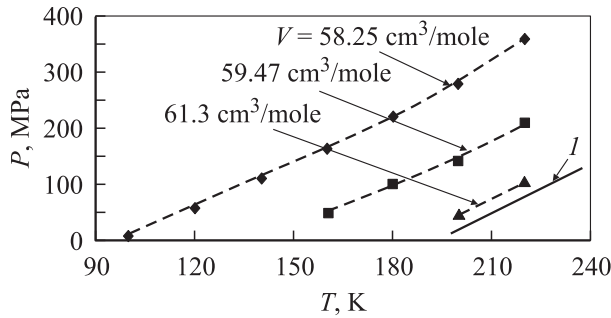


Рис. 2. Расчетные температурные зависимости термического давления твердой SF₆ (штрих). Сплошная линия 1 — экспериментальные данные [17] для образцов с молярным объемом $V_{\text{mol}} = 62.2 \text{ cm}^3/\text{mole}$.

Используем для расчета изохорной теплопроводности с учетом влияния термического давления известное газокинетическое соотношение

$$\lambda = 1/3(C_V v l), \quad (2)$$

где C_V — изохорная теплоемкость, v — скорость звука, l — длина свободного пробега. При изохорных исследованиях кристаллический образец с повышением температуры находится под постоянно нарастающим давлением со стороны мало подверженной тепловому расширению измерительной ампулы. Этот процесс аналогичен процессу равномерного всестороннего сжатия с отрицательным знаком, поскольку термическое давление в данном случае возникает из-за теплового расширения исследуемого образца. При всестороннем сжатии на каждую единицу поверхности поликристалла действует одинаковое по величине, направленное всегда по нормали к его поверхности давление. Это полностью соответствует условиям, которые возникают в процессе изохорного эксперимента.

Температурная зависимость термического давления (рис. 2) в образцах заданных постоянных молярных объемов твердого SF₆ получена с использованием формулы [24]

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{\gamma C_V}{V_{\text{mol}}}. \quad (3)$$

Значения молярного объема V_{mol} , температурные зависимости коэффициента Грюнайзена γ и изохорной теплоемкости C_V были взяты из работы [8].

Как видно из рис. 2, термическое давление в изохорном образце на протяжении исследованного интервала температур изменяется более чем на два порядка. Значения молярных объемов образцов зависят от температуры их выраживания. Полученные расчетные данные хорошо согласуются с результатами прямых исследований термического давления твердого SF₆ [17], выполненных для образцов молярным объемом $V_{\text{mol}} = 62.2 \text{ cm}^3/\text{mole}$, которые представлены сплошной линией 1 на рис. 2.

В соответствии с теоретическими представлениями [25], скорость фононов в диэлектрических кристаллах

для изохорного случая практически не зависит от температуры и равна средней скорости звука в кристалле. К сожалению, на данный момент никаких структурных исследований и экспериментальных измерений скорости звука в твердом SF₆ для изохорного случая не проводилось. Поэтому для расчета изохорной скорости фононов используем полученные данные по термическому давлению (рис. 2) и тепловому расширению [8]. Значения диагональных элементов тензора напряжений C_{11}^P и C_{44}^P свободных образцов твердого SF₆, которые в дальнейшем будут необходимы для оценки влияния термического давления на скорости фононов при изохорных исследованиях, рассчитывались по формулам [26]

$$C_{11} = v_l^p \rho,$$

$$C_{44} = v_t^p \rho, \quad (4)$$

где v_l^p и v_t^p — соответственно продольная и поперечная скорости фононов для свободных образцов [8], ρ — их плотность [8].

Известно [26], что при всестороннем сжатии тензор напряжений определяется исключительно диагональными элементами и связан с тензором деформаций соотношением $C_{ii} = 3K u_{ii}$, где $K = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$ — коэффициент всестороннего сжатия. Значения диагональных элементов тензора деформаций рассчитывались из данных работы [8]. Зависимость $\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$ получена с использованием данных по термическому давлению (рис. 2) и молярному объему [8]. На основании полученных с учетом термического давления значений диагональных элементов тензора напряжений C_{11}^V и C_{44}^V по формулам (4) были рассчитаны температурные зависимости продольной и поперечной скоростей фононов для изохорного случая.

Средняя по Дебаю изохорная скорость фононов v_V (рис. 3) при заданной температуре рассчитывалась из формулы

$$\frac{3}{v_V^3} = \frac{1}{3v_l^3} + \frac{2}{v_t^3}, \quad (5)$$

где v_l^V и v_t^V — соответственно продольная и поперечная скорости фононов в кристалле для изохорного случая. Температурная зависимость длины свободного пробега рассчитывалась по экспериментальным данным для

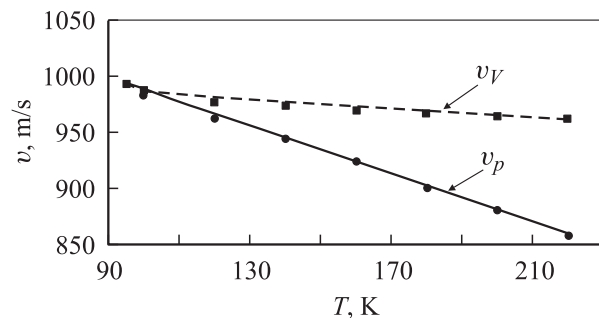


Рис. 3. Температурная зависимость изобарной (v_p) [8] и изохорной (v_V) скорости звука в твердом SF₆.

изохорной теплопроводности, соответствующим началу выполнения условия изохорности и в предположении, что в данной области температур ($T > \theta_D$) она имеет обратно пропорциональную зависимость от температуры. С использованием расчетных значений изохорной скорости фононов и длины свободного пробега, а также данных по изохорной теплоемкости [8] из формулы (2) была получена температурная зависимость теплопроводности λ с учетом влияния термического давления (штриховая линия на рис. 1).

Необходимо отметить, что в данной работе предпринята попытка несколько расширить диапазон применения формулы (2) и использовать ее для расчета теплопроводности молекулярных кристаллов, хотя традиционная теория предполагает ее использование для расчета только решеточной теплопроводности [25]. Полученная в результате расчетов кривая (рис. 1) без использования подгоночных параметров хорошо описывает поведение температурной зависимости изохорной теплопроводности λ_V и согласуется с результатами прямых исследований изохорной теплопроводности [17] (при учете разных молярных объемов исследуемых образцов). В нашем случае C_V — это объемная изохорная теплоемкость системы, которая имеет при условии аддитивности вкладов следующие компоненты:

$$C_V = C_{tr} + C_{rot} + C_{in}, \quad (6)$$

где C_{tr} — трансляционная теплоемкость, C_{rot} — вращательная теплоемкость, C_{in} — внутримолекулярная теплоемкость. Однако само такое разделение достаточно проблематично [5].

Анализ полученных результатов на основании зависимости $\lambda = 1/3(C_V v l)$ показывает, что при $v = \text{const}$ и $l \sim 1/T$ причиной роста теплопроводности в области предплавильных температур является рост C_V . Далее, исходя из того что в данной температурной области ($T > \theta_D$) для решеточной теплоемкости выполняется закон Дюлонга–Пти и его частоты внутримолекулярных колебаний настолько высоки, что взаимодействие фононов с этими возбуждениями кристаллической решетки не удовлетворяет закону сохранения энергии, можно предположить, что основным фактором, который вызывает аномальное поведение изохорной теплопроводности, является фонон-вращательное взаимодействие. Такие выводы согласуются с результатами работы [27], в которой рост изохорной теплопроводности твердого SF_6 объясняется уменьшением рассеяния фононов на вращательных возбуждениях кристаллической решетки. Это также подтверждается результатами расчетов, выполненных в работе [8], которые указывают на значительные изменения вращательной теплоемкости с температурой.

Особый интерес представляет проведение данных расчетов в сравнении с подобными расчетами для атомарных кристаллов, поскольку у этих кристаллов отсутствуют ориентационные возбуждения кристаллической решетки и этот фактор не будет влиять на поведение

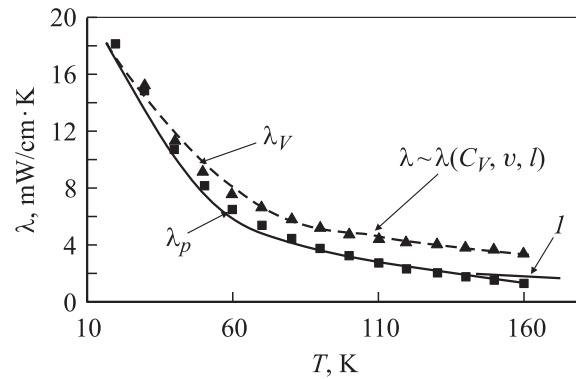


Рис. 4. Температурная зависимость изохорной (λ_V) и изобарной (λ_p) теплопроводностей твердого Хе. Разными символами представлены экспериментальные значения изобарной теплопроводности [28] и значения изохорной теплопроводности, полученные по формуле (1). Сплошная линия — сглаженная кривая экспериментальных данных. Штриховая — температурная зависимость теплопроводности λ твердого Хе, полученная по формуле (2). Линия I — данные прямых исследований изохорной теплопроводности твердого Хе [1] для образцов с молярным объемом $V_{\text{mol}} = 37.4 \text{ cm}^3/\text{mole}$.

изохорной теплопроводности. В качестве объекта сравнения выберем твердый ксенон, наиболее близкий по массе к молекуле SF_6 . Результаты расчетов представлены на рис. 4, при этом использовались данные работ [28–30]. Как видно из рис. 4, результаты, полученные с использованием методики учета влияния термического давления, хорошо описывают экспериментальные данные — максимальные различия не превышают 5%. Это объясняет причину отклонения температурной зависимости изохорной теплопроводности твердого ксенона от закона $1/T$. Вполне естественно предположить, что такие отклонения (вызванные термическим давлением) будут испытывать и молекулярные кристаллы.

Однако, это обстоятельство не позволяет объяснить рост изохорной теплопроводности твердого SF_6 в области предплавильных температур. Для выяснения дополнительных причин, связанных с ростом изохорной теплопроводности, выполним разделение вкладов фонон-фононного и фонон-вращательного взаимодействий в полное тепловое сопротивление твердого SF_6 . При этом предполагается, что тепло переносится главным образом трансляционными колебаниями независимо от ориентационной упорядоченности. Роль либраций в переносе тепла незначительна из-за низкой групповой скорости либронов, в то время как рассеяние фононов на вращательных возбуждениях кристаллической решетки может быть того же порядка, что и рассеяние на фононах. В предположении аддитивности вкладов фонон-фононного W_{pp} и фонон-вращательного W_{pr} взаимодействий в полное тепловое сопротивление $1/\lambda = W$ выделим фонон-вращательную компоненту. Для расчетов используем модифицированный метод приведенных координат [27]. Важно отметить, что в этом случае нет

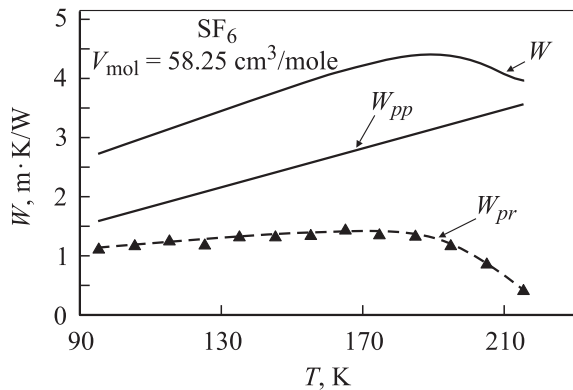


Рис. 5. Вклады фонов-фононного рассеяния W_{pr} в полное теплосоппротивление W твердого SF₆, полученные в рамках аддитивной модели.

необходимости обращаться к той или иной приближенной модели теплопереноса. Полагая, что в приведенных координатах ($W^* = W/W_{mol}$, $T^* = T/T_{mol}$) теплосоппротивление, обусловленное фонов-фононным рассеянием W_{pp} , такое же как и в отвердевших инертных газах, при равных приведенных объемах $V^* = V/V_{mol}$ можно выделить фонов-вращательную компоненту теплосоппротивления W_{pr} твердого SF₆.

Как правило, в качестве параметров приведения используются значения $T_{mol} = \epsilon/k_B$, $\lambda_{mol} = k_B/\sigma^2 \sqrt{\epsilon/\mu}$, $V_{mol} = N\sigma^3$, где σ и ϵ — параметры потенциала Леннарда–Джонса, μ — молярный вес, N — постоянная Авогадро. В качестве приведенных параметров T_{mol} и V_{mol} были взяты температуры и молярные объемы SF₆ и отвердевшего инертного газа ксенона Xe в критических точках T_{cr} и V_{cr} [1,8,17,31]. Выбор данных координат объясняется тем, что для простых молекулярных веществ критические параметры T_{cr} и V_{cr} пропорциональны ϵ и σ^3 соответственно. Однако точность определения критических параметров много выше, чем параметров биномиального потенциала. Заметим также, что значения величин σ и ϵ существенно зависят от выбора биномиального потенциала и метода его определения.

Результаты расчета представлены на рис. 5. Интересно отметить, что фонов-фононная составляющая теплосоппротивления практически не зависит (в пределах 2–3%) от выбора того или иного инертного газа для сравнения. Тепловое сопротивление твердого SF₆, связанное с наличием вращательных степеней свободы молекул, сначала медленно увеличивается при повышении температуры. Такое поведение теплопроводности можно объяснить ростом рассеяния фононов на коллективных вращательных возбуждениях, плотность которых увеличивается при повышении температуры. Это хорошо согласуется с данными работы [8], свидетельствующими о довольно строгом ориентационном порядке в твердом SF₆ при температурах вблизи фазового перехода, но противоречит результатам работ по неупругому рассеянию нейтронов и расчетам ММД [14,15]. При температурах около 170 К фонов-вращательная составляющая теплосоппротивления

проходит через максимум и начинает уменьшаться. Это согласуется с данными работы [8] об интенсивном нарастании процессов ориентационного разупорядочения в кристаллической β -фазе SF₆ выше 150 К.

Отметим также, что характер температурной зависимости фонов-вращательного теплосоппротивления твердого SF₆ подобен наблюдавшемуся в низкотемпературной фазе твердого CCl₄ [32]. Отсюда следует, что наблюдаемый эффект роста изохорной теплопроводности, так же как и для твердого CCl₄, может быть частично объяснен ослаблением рассеяния фононов на коллективных ориентационных возбуждениях молекул SF₆ по мере растормаживания их вращательного движения. При этом величина добавочного вклада в теплосоппротивление, связанная с вращательными степенями свободы, составляет около 30% фонов-фононной составляющей. Данные по бриллюэновскому рассеянию [16] свидетельствуют о более слабом трансляционно-вращательном взаимодействии в твердом SF₆ по сравнению с твердым метаном и другими кубическими кристаллами. Таким образом, полученные результаты по изохорной теплопроводности высокотемпературной β -фазы твердого SF₆ можно объяснить с учетом совместного влияния термического давления и фонов-вращательного взаимодействия на процессы переноса тепла.

Список литературы

- [1] В.А. Константинов, В.Г. Манжелей, М.Л. Стржемечный, С.А. Смирнов. ФНТ **14**, 1, 90 (1988).
- [2] F. Clayton, D. Batchelder. J. Phys. Chem. **6**, 7, 1213 (1973).
- [3] А.И. Бондаренко, В.Г. Манжелей, В.А. Попов и др. ФНТ **8**, 11, 1215 (1982).
- [4] И.Н. Крупский, В.Г. Манжелей. ЖЭТФ **55**, 6, 2075 (1968).
- [5] А.Ф. Прихотько, В.Г. Манжелей, И.Я. Фуголь и др. Крио-кристаллы. Наукова думка, Киев (1983).
- [6] B.G. Parsonage, A.K. Staveley. Disorder in crystals. Clarendon Press, Oxford (1978).
- [7] A.P. Isakina, A.I. Prokhvatilov, J. Rodriguez-Carvajal. ФНТ **26**, 4, 404 (2000).
- [8] А.П. Исакина, А.И. Прохвятилов. ФНТ **19**, 201 (1993).
- [9] V.G. Manzhelii, Y.A. Freiman. Physics of cryocrystals. Woodbury, AIP Press, N. Y. (1997).
- [10] G. Raynard, J. Venables. Ultra microscopy **23**, 10, 433 (1987).
- [11] G. Dolling, B. Powell, V. Sears. Mol. Phys. **37**, 6, 1859 (1979).
- [12] M.T. Dove, G.S. Pawley, G. Dolling, B.M. Powell. Mol. Phys. **57**, 4, 865 (1986).
- [13] Y.N. Sherwood. Orientationally-disordered crystals. John Wiley&Sons, Chichester–N. Y.–Brisbane–Toronto (1979).
- [14] M.C. Roufosse, P.G. Klemens. J. Geophys. Res. **79**, 5, 703 (1974).
- [15] M.T. Dove, G.S. Pawley. J. Phys. Chem. **17**, 36, 6581 (1984).
- [16] H. Kieffe, R. Penny, M. Clouter. J. Chem. Phys. **88**, 9, 5846 (1988).
- [17] А.В. Константинов, В.Г. Манжелей, С.А. Смирнов. ФНТ **18**, 1, 1290 (1992).
- [18] V.A. Konstantinov. Functional Materials **6**, 2, 335 (1999).
- [19] M.T. Dove, G.S. Pawley. J. Phys. Chem. **16**, 31, 5969 (1983).
- [20] О.И. Пурьский. Укр. Фіз. Журн. **45**, 9, 1076 (2000).

- [21] O.I. Purskii, N.N. Zholonko, V.A. Konstantinov. *Fiz. Nizk. Temp.* **29**, 9, 1021 (2003).
- [22] В.А. Константинов, В.Г. Манжелей, В.П. Ревякин, С.А. Смирнов. *ФНТ* **21**, 1, 102 (1995).
- [23] О.І. Пурський, М.М. Жолонко, В.В. Цибулін. *Укр. Фіз. Журн.* **46**, 3, 337 (2001).
- [24] В.А. Константинов, В.Г. Манжелей, С.А. Смирнов. *ФНТ* **17**, 7, 883 (1991).
- [25] Р. Берман. *Теплопроводность твердых тел.* Мир, М. (1979).
- [26] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Теория упругости.* Наука, М. (1987).
- [27] О.И. Пурский, Н.Н. Жолонко, В.А. Константинов. *ФНТ* **26**, 4, 380 (2000).
- [28] В.Г. Манжелей, А.М. Толкачев, В.Г. Гаврилко. *Физика конденсированного состояния* 2, 41 (1968).
- [29] В.Г. Манжелей, И.Н. Крупский. *Физика конденсированного состояния* 2, 3 (1968).
- [30] П.А. Безуглый, Л.М. Тарасенко, О.И. Барышевский. *ФТТ* **13**, 8, 2392 (1971).
- [31] И.К. Кикоин. *Таблицы физических величин.* Атомиздат, М. (1976).
- [32] О.І. Пурський, М.М. Жолонко, В.А. Константинов. *Укр. Фіз. Журн.* **46**, 7, 740 (2001).