

05,06

## Теория инверсного магнитоэлектрического эффекта в слоистых магнитострикционно-пьезоэлектрических структурах

© Д.А. Филиппов<sup>1</sup>, Г.С. Радченко<sup>2,3</sup>, Т.О. Фирсова<sup>1</sup>, Т.А. Галкина<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Новгородский государственный университет им. Ярослава Мудрого, Великий Новгород, Россия

<sup>2</sup> Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

<sup>3</sup> Научно-исследовательский институт физики Южного федерального университета, Ростов-на-Дону, Россия

E-mail: Dmitry.Filippov@novsu.ru

(Поступила в Редакцию 4 июля 2016 г.

В окончательной редакции 4 октября 2016 г.)

Представлена теория инверсного магнитоэлектрического эффекта в слоистых структурах, основанная на решении уравнений эластодинамики и электростатики отдельно для магнитострикционной и пьезоэлектрической фаз с учетом условий на границе раздела между фазами. Получены выражения для коэффициента инверсного магнитоэлектрического преобразования через параметры, характеризующие магнитострикционную и пьезоэлектрическую фазы. Рассчитаны теоретические зависимости коэффициента инверсного магнитоэлектрического преобразования от частоты переменного электрического поля для трехслойной структуры PZT–Ni–PZT и двухслойной структуры *D*-терфенол–PZT. Результаты расчетов хорошо совпадают с экспериментальными данными.

Работа выполнена при частичной поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках проектной части государственного задания проект № 177 и гранта конкурса РФФИ–БРФФИ проект № 16-52-00184 Бел\_а.

DOI: 10.21883/FTT.2017.05.44371.272

### 1. Введение

Магнитоэлектрический (МЭ) эффект, теоретически предсказанный [1,2] и экспериментально обнаруженный [3,4] более полувека назад, в последнее время привлекает все большее число исследователей, о чем говорит рост числа публикаций на эту тему [5]. Уникальность этого эффекта заключается том, что он относится к так называемым перекрестным эффектам и связывает между собой векторы, имеющие различные трансформационные свойства — аксиальный вектор с полярным и, наоборот, полярный с аксиальным. Так, при помещении МЭ-материала в магнитное поле (аксиальный вектор) происходит изменение поляризации (полярный вектор) и, наоборот, при помещении магнитоэлектрика в электрическое поле (полярный вектор) происходит изменение намагниченности (аксиальный вектор). Изменение электрической поляризации под действием магнитного поля получило название прямой МЭ-эффект, а изменение намагниченности под действием электрического поля обычно называют инверсным (конверсным) или обратным МЭ-эффектом. Инверсный МЭ-эффект интересен тем, что позволяет управлять магнитными свойствами вещества электрическим полем, что значительно упрощает конструкцию управляющих устройств, заменяя катушки индуктивности обкладками конденсаторов. Например, в СВЧ-области спектра в МЭ-кристаллах можно при помощи электрического поля управлять

сдвигом линии магнитного резонанса [6–9], что позволяет создавать на этой основе такие приборы, как СВЧ- и фазовращатели, фильтры, аттенюаторы, линии задержки и т.д. Несмотря на многочисленные исследования, выполненные на монокристаллах, широкого применения на практике МЭ-эффект не нашел. С одной стороны, это объясняется малостью величины эффекта, с другой стороны, тем, что в большинстве материалов МЭ-эффект наблюдается при температурах значительно ниже комнатной. Малость МЭ-эффекта в монокристаллах объясняется тем, что механизмом его возникновения является совместное действие нечетной части потенциала внутрискристаллического поля, внешнего электрического поля и спин-орбитального взаимодействия [10]. Спин-орбитальное взаимодействие является релятивистским эффектом, чем и объясняется малость МЭ-эффекта в монокристаллах. Ситуация коренным образом изменилась после синтеза магнитоэлектрических композиционных материалов [11,12]. Величина МЭ-эффекта эвтектической композиции Fe–Co–Ti–Ba–O, полученной методом направленной кристаллизации и представляющей собой чередующиеся слои магнитной шпинели и пьезоэлектрического перовскита, на два порядка превышала величину МЭ-эффекта в монокристалле Sr<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. В настоящее время синтезировано достаточно много различных композиционных магнитоэлектрических материалов, величина эффекта в которых достаточна для практического применения [13,14].

Механизмом возникновения МЭ-эффекта в композиционных материалах является механическое взаимодействие магнитострикционной и пьезоэлектрической подсистем. При прямом эффекте в переменном магнитном поле в магнитострикционной компоненте возникают деформации, которые посредством механического взаимодействия передаются в пьезоэлектрическую фазу, в которой вследствие пьезоэффекта происходит изменение поляризации, что приводит к возникновению напряжения на обкладках конденсатора. При инверсном МЭ-эффекте в результате подачи напряжения на обкладки конденсатора в пьезоэлектрической компоненте возникают деформации, которые передаются в магнитострикционную фазу, где, вследствие магнитострикции, происходит изменение намагниченности, что приводит к возникновению ЭДС индукции на катушке, внутри которой находится образец. С точки зрения практического применения инверсный МЭ-эффект интересен тем, что на его основе можно создавать трансформаторы, имеющие, в отличие от классических аналогов, всего одну обмотку [15,16].

При теоретическом описании МЭ-эффекта часто используется метод эффективных параметров [17,18]. Однако этот метод применим тогда, когда характерные размеры композита много меньше длины звуковой волны. Он хорошо подходит для описания МЭ-эффекта в объемных композитах. Описание инверсного МЭ-эффекта на основе этого метода выполнено в работах [19–21]. Однако для слоистых магнитострикционно-пьезоэлектрических структур, когда длина звуковой волны соизмерима с толщиной слоев, этот метод неприменим. Кроме того, большая трудность заключается в расчете самих эффективных параметров. Более точным методом является метод, основанный на решении уравнений эластодинамики и электростатики отдельно для пьезоэлектрической и магнитострикционной фаз при учете условий на границе раздела между фазами [22,23]. Ранее, в работах [24–26], была представлена теория инверсного МЭ-эффекта, основанная на решении уравнений эластодинамики и электростатики отдельно для магнитострикционной и пьезоэлектрической фазы с учетом условий на границе раздела. Однако в данных работах предполагалось, что смещения и деформации магнитострикционного и пьезоэлектрического слоев одинаковы и граница раздела между слоями никак не учитывалась. При инверсном МЭ-эффекте под действием электрического поля колебания среды сначала возбуждаются в пьезоэлектрическом слое. Затем, посредством тангенциальных напряжений, эти колебания передаются через границу раздела в магнетик, где, вследствие магнитострикции, происходит изменение намагниченности. При распространении колебаний по толщине образца, вследствие того, что магнитная фаза является пассивной по отношению к электрическому полю, которое возбуждает колебания в пьезоэлектрике, происходит изменение амплитуды колебаний среды, вследствие чего деформации и напряжения в магнетике и пьезоэлектрике будут

неоднородными по толщине образца. В данной работе этот механизм возбуждения колебаний учтен в явном виде путем введения граничных условий на интерфейсе между фазами, что делает модель более точной.

## 2. Инверсный эффект в двухслойной пластине

При инверсном эффекте в качестве объекта исследований используют образец из магнитоэлектрического материала, помещенного внутрь катушки с числом витков  $N$ . Схематичное изображение такой структуры приведено на рис. 1.

Для теоретического описания эффекта в качестве модели рассмотрим образец в виде прямоугольной пластинки длиной  $L$  и шириной  $W$ , представляющий собой двухслойную магнитострикционно-пьезоэлектрическую структуру с толщиной магнетика  $t_m$  и пьезоэлектрика  $t_p$  (рис. 2). На верхней и нижней поверхности пластинки нанесены тонкие металлические электроды. Будем считать пластинку тонкой и узкой, т.е.  $L \gg W$ ,  $t_m, t_p$ . Это позволяет ограничиться рассмотрением колебаний, распространяющихся только по длине пластинки, вследствие того, что колебания, распространяющиеся по толщине и ширине пластинки, будут более высокочастотными. Образец предварительно поляризован в направлении перпендикулярно слоям пластинки. Начало системы координат совместим с границей раздела слоев, а ось  $Z$  направим вертикально вверх, перпендикулярно

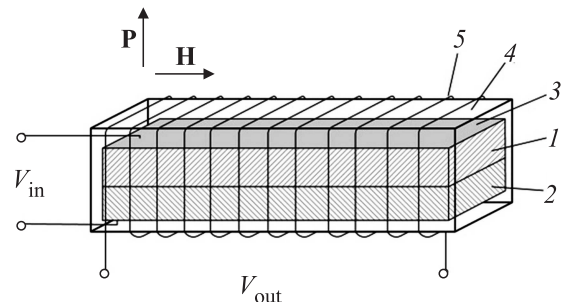


Рис. 1. Схематичное изображение структуры. 1 — магнетик, 2 — пьезоэлектрик, 3 — электроды, 4 — непроводящий каркас, 5 — обмотка катушки.

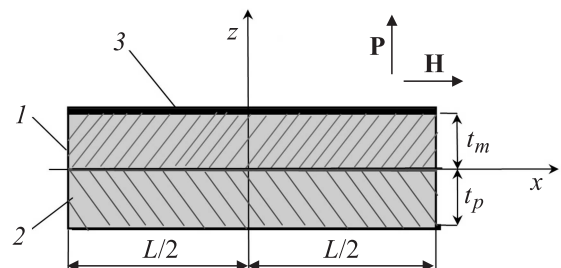


Рис. 2. Модель двухслойной структуры. 1 — магнетик, 2 — пьезоэлектрик, 3 — электроды.

слоям. Ограничимся рассмотрением поперечного эффекта вследствие того, что он гораздо легче реализуется в эксперименте, чем продольный. В этом случае поле подмагничивания  $\mathbf{H}_{\text{bias}}$  направлено по оси  $X$  перпендикулярно вектору поляризации  $\mathbf{P}$ . Рассмотрим планарные колебания, которые распространяются вдоль оси  $X$ . Переменное электрическое поле с частотой  $\omega$  возбуждает в пьезоэлектрической подсистеме упругие колебания, которые посредством касательных напряжений передаются через границу раздела в магнитоэлектрический слой, в результате чего происходит изменение намагниченности.

Поскольку пластинка тонкая и узкая, то отличными от нуля компонентами тензора напряжений будут только  ${}^{\alpha}T_{xx}$  и  ${}^{\alpha}T_{xz}$ , где индекс  $\alpha = p$  для пьезоэлектрика и  $\alpha = m$  для магнетика. При данной ориентации полей уравнения тензора деформаций для пьезоэлектрической и магнитоэлектрической фаз  ${}^{\alpha}S_{ij}$  и  $x$  — проекция вектора магнитной индукции  ${}^mB_x$  имеют следующий вид

$${}^pS_{xx} = \frac{1}{Y_p} {}^pT_{xx} + d_{xx,z} E_z, \quad (1)$$

$${}^pS_{xz} = \frac{1}{G_p} {}^pT_{xz}. \quad (2)$$

Здесь  ${}^pT_{xx}$  и  ${}^pT_{xz}$  — компоненты тензора напряжений в пьезоэлектрической фазе,  $Y_p$ ,  $G_p$  — модуль Юнга и модуль сдвига пьезоэлектрика,  $d_{xx,z}$  — пьезоэлектрический тензор,  $E_z$  —  $z$ -проекция вектора напряженности электрического поля.

Для магнитоэлектрической фазы аналогичные уравнения запишутся в следующей форме

$${}^mS_{xx} = \frac{1}{Y_m} {}^mT_{xx} + q_{xx,x}^B B_x, \quad (3)$$

$${}^mS_{xz} = \frac{1}{G_m} {}^mT_{xz}, \quad (4)$$

$$B_x = \mu_{xx} (H_x + q_{xx,x}^B {}^mT_{xx}), \quad (5)$$

где  ${}^mT_{xx}$  и  ${}^mT_{xz}$  — компоненты тензора напряжений в магнитоэлектрической фазе,  $Y_m$ ,  $G_m$  — модуль Юнга и модуль сдвига магнетика,  $q^B = \frac{\partial \lambda}{\partial B}$  — пьезомагнитный коэффициент,  $H_x$  — напряженность магнитного поля,  $\lambda$  — магнитоэлектричество магнетика.

Уравнение движения для смещений среды имеет вид

$$\rho_{\alpha} \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = \frac{\partial \alpha T_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \alpha T_{xz}}{\partial z}, \quad (6)$$

где  $\rho_{\alpha}$  — плотность магнетика или пьезоэлектрика,  $\alpha T_{ij}$  — тензор напряжений.

Как и в [17], решение уравнения для вектора смещения среды (6) представим в виде плоских волн, амплитуда которых изменяется по толщине образца

$${}^{\alpha}u(x, z) = {}^{\alpha}g(z) (A_1 \cos(\omega t - kx) + A_2 \sin(\omega t - kx)), \quad (7)$$

где  $A_1$  и  $A_2$  — постоянные интегрирования,  ${}^{\alpha}g(z)$  — некоторая функция. Для нахождения этой функции под-

ставим выражение (7) в уравнение (6), в результате чего получим два дифференциальных уравнения для функций  ${}^p g(z)$  и  ${}^m g(z)$  с четырьмя неизвестными постоянными интегрирования, которые определяются с помощью граничных условий. На границе раздела в точке  $z = 0$  равны смещения сред и также равны тангенциальные составляющие тензора напряжений, т.е. имеют место следующие равенства

$${}^p u(x, 0) = {}^m u(x, 0); \quad {}^p T_{xz}(x, 0) = {}^m T_{xz}(x, 0). \quad (8)$$

На свободных верхней и нижней поверхностях образца тангенциальные компоненты тензора напряжений равны нулю, т.е. имеют место следующие граничные условия

$${}^p T_{xz}(x, z = t_p) = 0 \quad \text{и} \quad {}^m T_{xz}(x, z = -t_m) = 0. \quad (9)$$

Используя граничные условия (8, 9), получим систему уравнений, условие совместности которой приводит к следующему уравнению

$$Y_m \chi_m \text{th}(\kappa_m) = Y_p \chi_p \text{tg}(\kappa_p), \quad (10)$$

где  $\kappa_m = \chi_m t_m$  и  $\chi_p = \chi_p t_p$  — безразмерные переменные. Здесь введены обозначения

$$\chi_m^2 = -2(1 + \nu) \left[ \frac{\omega^2}{V_m^2} - k^2 \right], \quad \chi_p^2 = 2(1 + \nu) \left[ \frac{\omega^2}{V_p^2} - k^2 \right],$$

$$V_m = \sqrt{\frac{Y_m}{\rho_m}}, \quad V_p = \sqrt{\frac{Y_p}{\rho_p}}$$

— скорости продольных волн в магнетике и пьезоэлектрике соответственно.

Соотношение (10) в неявном виде определяет зависимость угловой частоты  $\omega$  от волнового вектора  $k$  и в таком виде не совсем удобно для практического применения. В это уравнение входят два параметра  $\kappa_m$  и  $\kappa_p$ , которые для реальных структур являются малыми. Разлагая уравнение (10) в ряд по этим параметрам и учитывая лишь первые исчезающие члены, для дисперсионного соотношения получим дисперсионное соотношение в виде

$$\omega = \bar{V}(1 + \delta)k, \quad (11)$$

где  $\bar{V} = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$  — скорость распространения колебаний в структуре с усредненными параметрами,  $\delta$  — поправка, описывающая отклонение от линейного соотношения между  $\omega$  и  $k$ . Здесь  $\bar{V} = (Y_m t_m + Y_p t_p) / (t_m + t_p)$ ,  $\bar{\rho} = (\rho_m t_m + \rho_p t_p) / (t_m + t_p)$  — средние значения модуля Юнга и плотности структуры.

С учетом первых исчезающих членов поправка  $\delta$  определяется следующим выражением

$$\delta = -\frac{1 + \nu}{3} \times \frac{Y_m t_m [(\bar{V}/V_m)^2 - 1]^2 (k t_m)^2 + Y_p t_p [(\bar{V}/V_p)^2 - 1]^2 (k t_p)^2}{Y_m t_m + Y_p t_p}. \quad (12)$$

Выполняя вычисления, аналогичные вычислениям, проведенным в работе [23], для компонент тензора напряжений в магнитострикционной фазе получим уравнения в виде

$${}^mT_{xx} = Y_m [kA_2 \cos(kx) (\exp(-2\kappa_m) \exp(\chi_m z) + \exp(-\chi_m z)) - g_{xx,x}^B B_x], \quad (13)$$

где

$$A_2 = \frac{\gamma q_{xx,x}^B B_x + d_{xx,x} E_z}{k \cos(\kappa) (1 + \exp(-2\kappa_m)) \left( \gamma \frac{\text{th}(\kappa_m)}{\kappa_m} + \frac{\text{tg}(\kappa_p)}{\kappa_p} \right)}$$

и введены безразмерные параметры  $\kappa = kL/2$ ,  $\gamma = Y_m t_m / Y_p t_p$ .

Коэффициент инверсного МЭ преобразования структуры определим как отношение среднего значения индукции магнитного поля в образце к величине приложенного внешнего электрического поля, ее вызвавшей, т.е.

$$\alpha_B = \frac{\langle B_x \rangle}{\langle E_z \rangle} = \frac{1}{L \cdot t_m} \frac{\int_0^{t_m} \int_{-L/2}^{L/2} B_x(x, z) dx dz}{E_z}. \quad (14)$$

Подставляя выражение для тензора напряжений (13) в уравнение для магнитной индукции (5) и выполняя интегрирование с учетом закона полного тока и условия разомкнутой цепи, для коэффициента инверсного МЭ преобразования получим выражение в виде

$$\alpha_B = Y_m \mu_{xx} q_{xx,x}^B d_{xx,x} \frac{\Delta}{\Delta_a}. \quad (15)$$

Здесь введены следующие обозначения

$$\Delta = \frac{\text{tg}(\kappa)}{\kappa} \cdot \frac{\text{th}(\kappa_m)}{\kappa_m} / \left( \gamma \frac{\text{th}(\kappa_m)}{\kappa_m} + \frac{\text{tg}(\kappa_p)}{\kappa_p} \right), \quad (16)$$

$$\Delta_a = 1 + K_m^2 (1 - \gamma \Delta), \quad K_m^2 = Y_m \mu_{xx} (q_{xx,x}^B)^2. \quad (17)$$

Как следует из (15), при значении параметра  $\Delta_a = 0$  имеет место резонансное увеличение эффекта.

В области низких частот инверсный МЭ коэффициент практически не зависит от частоты. В предельном случае низких частот, разлагая в ряд уравнение (15) по малым параметрам  $\kappa$ ,  $\kappa_m$ ,  $\kappa_p$  и ограничиваясь первыми членами разложения, для его низкочастотного значения получим выражение в следующем виде

$$\alpha_B = Y_m \mu_{xx} q_{xx,x}^B d_{xx,x} / (1 + \gamma + K_m^2). \quad (18)$$

Выходное напряжение, индуцируемое на катушке, найдем, используя закон Фарадея для электромагнитной индукции. Полагая, что все магнитное поле сосредоточено в магнетике, для индуцированного напряжения получим выражение в виде

$$V_{\text{inv}} = \omega \alpha_B \frac{t_m}{t_p} W N V_{\text{in}}, \quad (19)$$

где  $V_{\text{in}}$  — входное напряжение, подаваемое на обкладки структуры,  $V_{\text{out}}$  — выходное напряжение, снимаемое с катушки индуктивности.

Как следует из (19), коэффициент передачи напряжения определяется выражением

$$K_T = \omega \alpha_B \frac{t_m}{t_p} W N. \quad (20)$$

Его зависимость от частоты также имеет резонансный характер, а численное значение определяется не только характеристиками образца, но и числом витков катушки.

### 3. Трехслойная структура

На практике для увеличения эффективности преобразования наряду с двухслойными структурами [25,28,29] часто используются трехслойные структуры [24,27]. Схематичное изображение такой структуры представлено на рис. 3. Использование симметричной трехслойной структуры позволяет более эффективно возбудить в магнетике планарные колебания и исключить изгибные моды.

В силу симметрии задачи начало системы координат совместим с серединой магнетика, а ось  $Z$  направим вертикально вверх, перпендикулярно слоям. Уравнения движения и уравнения для тензора напряжений для магнитострикционной и пьезоэлектрической фаз будут по-прежнему определяться уравнениями (1–6). Однако граничные условия запишутся в несколько ином виде. На границе раздела слоев, т.е. в точках  $z = \pm t_m/2$ , будут равны смещения сред и тангенциальные напряжения, т.е.  ${}^p u(x, \pm t_m/2) = {}^m u(x, \pm t_m/2)$ ,  ${}^p T_{xz}(x, \pm t_m/2) = {}^m T_{xz}(x, \pm t_m/2)$ , а на верхней и нижней свободных поверхностях пьезоэлектрика будет равно нулю тангенциальные напряжения, т.е.  ${}^p T_{xz}(x, z = \pm(t_p + t_m/2)) = 0$ .

Возбуждение колебаний в магнетике осуществляется пьезоэлектриком посредством передачи колебаний через границу раздела. Поскольку возбуждение колебаний происходит симметрично относительно начала координат, то очевидно, что в центре магнетика, т.е. в точке  $z = 0$  амплитуда колебаний будет иметь экстремум, что означает  $\frac{\partial {}^m u(x, z)}{\partial z} = 0$  при  $z = 0$ . Учитывая взаимосвязь между тангенциальной компонентой тензора напряжений и

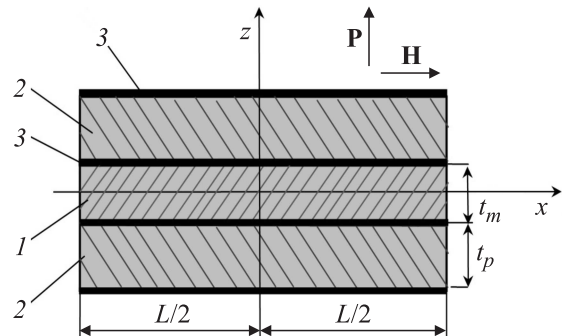


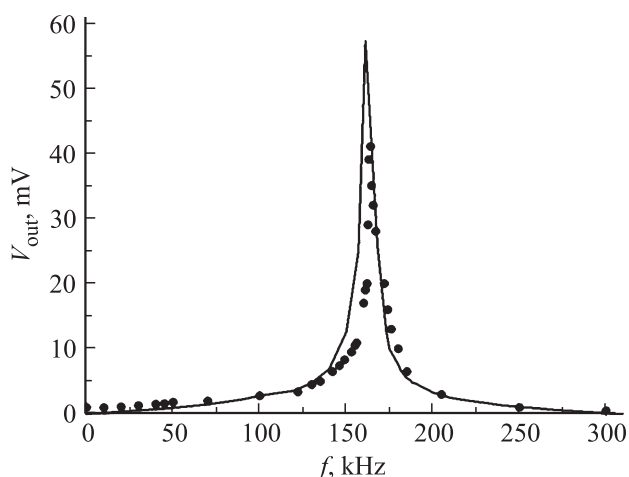
Рис. 3. Модель трехслойной структуры пьезоэлектрик–магнетик–пьезоэлектрик. 1 — магнетик, 2 — пьезоэлектрик, 3 — электроды.

деформацией сдвига, равенство нулю производной дает равенство нулю тангенциальной компоненты тензора напряжений в точке  $z = 0$ . Таким образом, задача о трехслойной структуре сводится к задаче о двухслойной структуре с толщиной пьезоэлектрика  $t_p$  и толщиной магнетика, равной  $t_m/2$ .

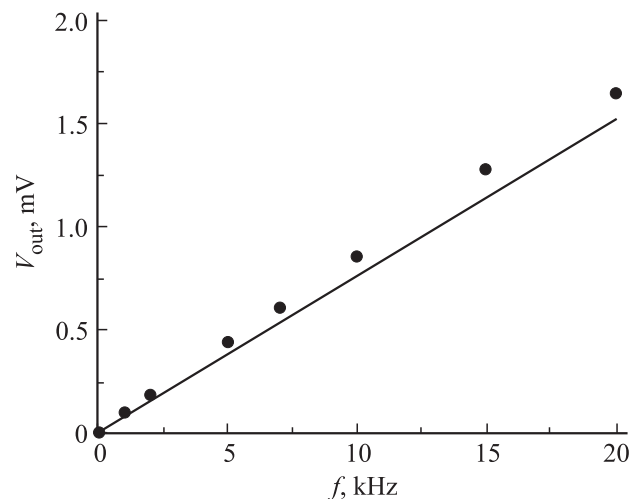
#### 4. Сравнение с экспериментом

В области низких частот индуцируемое вследствие инверсного МЭ-эффекта напряжение на катушке  $V_{out}$  и коэффициент передачи напряжения линейно возрастает с частотой, но по мере приближения к области электромеханического резонанса зависимость становится нелинейной. На рис. 4 представлена рассчитанная по формуле (19) зависимость индуцированного напряжения  $V_{inv}$  от частоты приложенного электрического поля для структуры PZT–Ni–PZT в области электромеханического резонанса, а на рис. 5 — в низкочастотной области спектра. При расчетах использовались следующие параметры: длина  $L = 9.5$  mm, ширина  $W = 4.5$  mm, толщина каждого слоя пьезоэлектрика  $t_p = 0.5$  mm, толщина никеля  $t_m = 0.2$  mm, модули Юнга  $Y_m = 210$  GPa и  $Y_p = 67$  GPa для Ni и PZT соответственно,  $\rho_m = 8900$  kg/m<sup>3</sup> и  $\rho_p = 7000$  kg/m<sup>3</sup> их плотности. Значение пьезомодуля принималось равным  $d_{z,xx} = -150$  m/V, величина пьезомагнитного коэффициента  $q_{xx,x}^B$  определялась из результатов работы [30]. Как видно из рисунка, в области низких частот наблюдается линейная зависимость  $V_{out}$  от частоты, а на частоте порядка 180 kHz наблюдается резонансное увеличение эффекта. Рассчитанные теоретические частотные зависимости  $V_{out}$  хорошо согласуются с экспериментальными данными, представленными в работе [24].

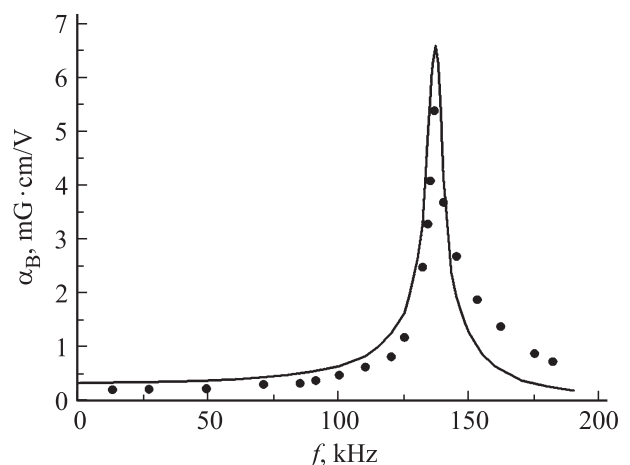
На рис. 6 представлена рассчитанная частотная зависимость коэффициента инверсного МЭ-преобра-



**Рис. 4.** Зависимость индуцированного напряжения  $V_{out}$  от частоты приложенного электрического поля для структуры PZT–Ni–PZT в области электромеханического резонанса. Сплошная линия — теория, точки — эксперимент [21].



**Рис. 5.** Зависимость индуцированного напряжения  $V_{out}$  от частоты приложенного электрического поля для структуры PZT–Ni–PZT в низкочастотной области. Сплошная линия — теория, точки — эксперимент [21].



**Рис. 6.** Частотная зависимость коэффициента инверсного МЭ-преобразования  $\alpha_B$  от частоты для структуры *D*-терфенол–PZT. Сплошная линия — теория, точки — эксперимент [26].

зования  $\alpha_B$  от частоты для структуры *D*-терфенол–PZT. При расчетах использовались параметры структуры, представленные в работе [29]. Параметры *D*-терфенола, используемые в расчетах, брались из работы [31]. Как видно из рисунка, также имеет место пиковое увеличение эффекта на частоте электромеханического резонанса.

#### 5. Заключение

Таким образом, как следует из представленных выше выражений для величин, характеризующих инверсный МЭ-эффект, в области низких частот коэффициент инверсного МЭ-преобразования не зависит от частоты, в

то время как индуцированное на катушке индуктивности напряжение и коэффициент передачи напряжения линейно возрастают с увеличением частоты. По мере приближения к области электромеханического резонанса зависимость указанных величин становится нелинейной и на частоте электромеханического резонанса наблюдается пиковое увеличение эффекта. Частота электромеханического резонанса зависит не только от длины образца, но также от толщины магнитоэлектрического и пьезоэлектрического слоев. Величина коэффициента инверсного МЭ-преобразования нелинейным образом зависит от толщины магнитоэлектрического и пьезоэлектрического слоев, причем кривая имеет максимум, положение которого зависит от характеристик магнитоэлектрического и пьезоэлектрического слоев. Представленные в работе теоретические зависимости хорошо согласуются с экспериментальными данными.

## Список литературы

- [1] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. М. ГИФМЛ (1959). 532 с.
- [2] И.Е. Дзялошинский. ЖЭТФ **37**, 881 (1959).
- [3] Д.Н. Астров. ЖЭТФ **40**, 1035 (1961).
- [4] V.J. Folen, G.T. Rado, E.W. Stalder. Phys. Rev. Lett. **6**, 607 (1961).
- [5] А.П. Пятаков, А.К. Звездин. УФН **182**, 593 (2012).
- [6] E. Kita, K. Siratori, A.J. Tasaki. J. Phys. Soc. Jpn. **46**, 1033 (1979).
- [7] М.И. Бичурин, В.М. Петров. ФТТ **29**, 2509 (1987).
- [8] G. Srinivasan, Y.K. Fetisov. Integrated Ferroelectrics **83**, 89 (2006).
- [9] H-m. Zhou, O. Chen, J-H. Deng. Chin. Phys. B **23**, 04752 (2014).
- [10] M.I. Bichurin, D.A. Filippov. Ferroelectrics **204**, 225 (1997).
- [11] J. Van den Boomgard, R.A.J. Born, H.F.J.I. Giller. J. Mater. Sci. **9**, 1705 (1974).
- [12] A.M.J.G. Van Run, D.R. Terrell, J.H. Scholing. J. Mater. Sci. **9**, 1710 (1974).
- [13] C.W. Nan, M.I. Bichurin, S. Dong, D. Viehland, G. Srinivasan. J. Appl. Phys. **103**, 031101 (2008).
- [14] Y. Wang, J. Li, D. Viehland. Mater. Today **17**, 269 (2014).
- [15] S. Dong, J.F. Li, D. Viehland, J. Cheng, L.E. Cross. Appl. Phys. Lett. **83**, 1354 (2004).
- [16] Д.А. Филиппов, Т.А. Галкина, В.М. Лалетин, G. Srinivasan. Письма в ЖТФ **38**, 82 (2012).
- [17] G. Harshe, J.O. Dougherty, R.E. Newnham. Int. J. Appl. Electromagn. Mater. **4**, 145 (1993).
- [18] M.I. Bichurin, V.M. Petrov, G. Srinivasan. Phys. Rev. B **68**, 054402 (2003).
- [19] Д.А. Филиппов, Т.А. Галкина, G. Srinivasan. Письма в ЖТФ **36**, 23 (2010).
- [20] Д.А. Филиппов, Т.А. Галкина, В.М. Лалетин, G. Srinivasan. ФТТ **53**, 1737 (2011).
- [21] Д.А. Филиппов, В.М. Лалетин, Г.С. Радченко. Письма в ЖТФ **41**, 91 (2015).
- [22] Д.А. Филиппов. ФТТ **47**, 1082 (2005).
- [23] Д.А. Филиппов, В.М. Лалетин, Т.А. Galichyan. ФТТ **55**, 1728 (2013).
- [24] Y.K. Fetisov, V.M. Petrov, G. Srinivasan. J. Mater. Res. **22**, 2074 (2007).
- [25] B. Tong, X.F. Yang, J. Ouyang, G.Q. Lin, S. Chen. J. Alloys Comp. **563**, 51 (2013).
- [26] M.I. Bichurin, V.M. Petrov, R.V. Petrov. J. Magn. Magn. Mater. **324**, 3548 (2012).
- [27] H.C. Xuan, L.Y. Wang, S.C. Ma, Y.X. Zheng, Q.Q. Cao, D.H. Wang, Y. W. Du. Appl. Phys. Lett. **98**, 052505 (2011).
- [28] Yuan Zhang, Guoxi Liu, Meiya Li, Jun Li, Yongdan Zhu. J. Alloys Comp. **641**, 188 (2015).
- [29] А.В. Калгин, С.А. Гриднев, Z.H. Gibe. ФТТ **56**, 1278 (2014).
- [30] D.A. Burdin, D.V. Chashin, N.A. Ekonomov, L.Y. Fetisov, Y.K. Fetisov, G. Srinivasan, G. Sreenivasulu. J. Magn. Magn. Mater. **358–59**, 98 (2014).
- [31] S.H. Lim, S.R. Kim, S.Y. Kang, J.K. Park, J.T. Nam, D. Son. J. Magn. Magn. Mater. **191**, 113 (1999).