

01

Метод релятивистской синхронизации мобильных атомных часов и его экспериментальная проверка

© В.Ф. Фатеев, Е.А. Рыбаков, Ф.Р. Смирнов

Всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений, Московская область, Менделеево
E-mail: fateev@vniiftri.ru, rybakov@vniiftri.ru

Поступило в Редакцию 27 июля 2016 г.

Приведены результаты эксперимента по компенсации релятивистских эффектов смещения шкалы времени транспортируемых водородных часов с нестабильностью $3 \cdot 10^{-15}$ на трассе их движения. Расчет релятивистского ухода бортовой шкалы транспортируемых часов производился на основе непрерывного измерения их текущих координат и скорости с помощью навигационной аппаратуры потребителя ГЛОНАСС/GPS вдоль трассы движения. Методическая погрешность эксперимента не превышает ± 1 ps.

DOI: 10.21883/PJTF.2017.10.44614.16624

С повышением стабильности атомных мобильных часов до 10^{-15} – 10^{-17} встает проблема высокоточной компенсации релятивистских уходов их шкал времени на трассе движения [1–4]. Метод релятивистской синхронизации на основе непрерывного вычисления этих эффектов вдоль трассы движения путем измерения их координат и скорости с помощью систем ГЛОНАСС/GPS предложен в работе [5].

Релятивистский эффект смещения времени $\Delta\tau_{GR}$ изменяющийся вдоль трассы перемещения часов, определяется из следующего соот-

ношения [5]:

$$\Delta\tau_{GR} = \Delta\tau_{GR}^0 + \Delta\tau_{GR}^M + \Delta\tau_{\Omega}^M + \Delta\tau_V^M + \Delta\tau_S^M, \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta\tau_{GR}^0 &= \frac{1}{c^2} \int_{\tau_{01}}^{\tau_{02}} \left[(\varphi_0^n + \varphi_0^{an}) + \frac{1}{2} \Omega^2 (x_0^2 + y_0^2) \right] d\tau_0 \\ &= \frac{\Delta\tau_0}{c^2} \left[(\varphi_0^n + \varphi_0^{an}) + \frac{1}{2} \Omega^2 (x_0^2 + y_0^2) \right] \end{aligned} \quad (2)$$

— линейно нарастающая составляющая гравитационного смещения, определяемая положением базовых часов; c — скорость света; φ_0^n , φ_0^{an} — нормальная и аномальная составляющая потенциала стационарных часов; $\Omega = 7.29 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ — угловая скорость вращения Земли; x_0 и y_0 — координаты стационарных часов; τ_0 — текущее время по шкале стационарных часов, отсчитываемое от момента начала эксперимента τ_{01} до его окончания τ_{02} ;

$$\Delta\tau_{GR}^M = \frac{1}{c^2} \int_{\tau_{01}}^{\tau_{02}} (\varphi_m^n(\tau_0) + \varphi_m^{an}(\tau_0)) d\tau_0 \quad (3)$$

— гравитационное смещение шкалы времени, определяемое текущим гравитационным потенциалом, изменяющимся вдоль трассы перемещения мобильных часов;

$$\varphi_m^n = (\mu/\rho) \left[1 - J_2(R_e/\rho) P_2(\sin \psi) \right] \quad (4)$$

— нормальная составляющая потенциала, определяемая нулевой и второй зональной гармоникой разложения потенциала с коэффициентом $J_2 = 1.0826 \cdot 10^{-3}$; $P_2(\sin \psi) = \frac{3}{2} \sin^2 \psi - \frac{1}{2}$ — полином Лежандра; ψ — геоцентрическая широта; $\mu = 3.986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$ — геоцентрическая гравитационная постоянная; $\rho(\tau_0) = \sqrt{x(\tau_0)^2 + y(\tau_0)^2 + z(\tau_0)^2}$ — геоцентрическое расстояние точек трассы часов; $R_e = 6.378 \cdot 10^6 \text{ m}$ —

экваториальный радиус Земли (большая полуось референц-эллипсоида);

$$\begin{aligned} \varphi_m^{an} = & \frac{\mu}{\rho(\tau_0)} \left[- \sum_{n=3}^{\infty} J_n \left(\frac{R_e}{\rho(\tau_0)} \right)^n P_n(\sin \psi) \right. \\ & \left. + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=1}^n \left(\frac{R_e}{\rho(\tau_0)} \right)^n (C_{nm} \cos(m\lambda) + S_{nm} \sin(m\lambda)) P_{nm}(\sin \psi) \right] \quad (5) \end{aligned}$$

— аномальная составляющая потенциала мобильных часов, включающая зональные гармоники J_n , начиная с третьей, а также секториальные и тессеральные гармоники разложения потенциала по сферическим функциям с коэффициентами C_{nm} , S_{nm} ; $P_{nm}(\sin \psi)$ — присоединенные полиномы Лежандра; λ — долгота рассматриваемой точки;

$$\Delta\tau_{\Omega}^M = -\frac{1}{c^2} \int_{\tau_{01}}^{\tau_{02}} \left[\frac{\Omega^2}{2} (x_m^2(\tau_0) + y_m^2(\tau_0)) \right] d\tau_0 \quad (6)$$

— релятивистское смещение, определяемое центробежным гравитационным потенциалом мобильных часов;

$$\Delta\tau_V^M = -\frac{1}{c^2} \int_{\tau_{01}}^{\tau_{02}} \frac{1}{2} V(\tau_0)^2 d\tau_0 \quad (7)$$

— релятивистское смещение, определяемое эффектом Доплера второго порядка; $V(\tau_0)$ — скорость атомных часов относительно поверхности Земли;

$$\Delta\tau_S^M = -\frac{\Omega}{c^2} \int_{\tau_{01}}^{\tau_{02}} (x_m(\tau_0)V_y(\tau_0) - y_m(\tau_0)V_x(\tau_0)) d\tau_0 \quad (8)$$

— релятивистское смещение, определяемое эффектом Саньяка.

Задача определения релятивистских эффектов смещения времени в мобильных атомных часах заключается в вычислении всех составляющих выражения (1) методом численного интегрирования по измерениям текущих координат и скорости с помощью НАП ГЛОНАСС/GPS.

Оценим погрешности всех составляющих, входящих в выражение (1).

Поскольку $J_2 = 1.0826 \cdot 10^{-3}$, то погрешность определения второго слагаемого в выражении нормального потенциала в $\Delta\tau_{GR}^M$ (3) пренебрежимо мала. Тогда нормальный потенциал можно представить в виде $\varphi_m^n = \mu/\rho$ и максимальная погрешность его вычисления будет иметь следующий вид:

$$\delta(\Delta\tau_{\varphi}^M) \approx -\frac{\mu}{c^2 R_e^3} \sum_{i=0}^{n-1} \left(\delta_x \frac{x_{i+1} + x_i}{2} (t_{i+1} - t_i) + \delta_y \frac{y_{i+1} + y_i}{2} (t_{i+1} - t_i) + \delta_z \frac{z_{i+1} + z_i}{2} (t_{i+1} - t_i) \right), \quad (9)$$

где $\delta_x, \delta_y, \delta_z$ — ошибки измерения координат x_i, y_i и z_i соответственно. Будем считать ошибки измерения координат с помощью навигационной аппаратуры потребителя (НАП) постоянными вдоль трассы.

Погрешности определения координат навигационных приемников, использующих режим Real Time Kinematic (RTK), составляет 15 см [6]. Тогда при движении мобильных атомных часов в течение 12 h максимальная погрешность составляет около 1 ps.

Для компенсации релятивистских эффектов аномальной составляющей потенциала при вычислении смещения $\Delta\tau_{GR}^M$ с точностью не хуже 1 ps необходимо учитывать гармоники C_{nm} и S_{nm} , значения которых не превышают $33 \cdot 10^{-9}$. Для модели поля EIGEN-6C4 [7] это соответствует гармоникам порядка и степени 20×20 .

Абсолютная погрешность величины релятивистского смещения времени $\Delta\tau_{GR}^M$, вызванного влиянием центробежного потенциала, определяется выражением, следующим из (3):

$$\delta(\Delta\tau_{\Omega}^M) \approx \frac{\Omega^2}{c^2} \sum_{i=0}^{n-1} \left[\delta_x \frac{x_{i+1} + x_i}{2} (t_{i+1} - t_i) + \delta_y \frac{y_{i+1} + y_i}{2} (t_{i+1} - t_i) \right]. \quad (10)$$

При продолжительности интервала движения мобильных атомных часов не более 12 h и с учетом погрешностей определения координат, указанных выше, погрешность не будет превышать значения 10^{-2} ps.

Абсолютная погрешность определения релятивистского расхождения шкал, вызванного влиянием эффекта Доплера второго порядка,

определяется выражением, следующим из (7):

$$\begin{aligned} \delta(\Delta\tau_V) &= \frac{1}{c^2} \int_{\tau_{01}}^{\tau_{02}} V \delta V d\tau_0 \\ &\approx \frac{1}{c^2} \sum_{i=1}^{n-1} \left[\delta V \frac{V_{i+1} + V_i}{2} (t_{i+1} - t_i) \right], \end{aligned} \quad (11)$$

где $V_m = \{V_1, V_2, \dots, V_n\}$ — массив измерений скорости подвижных атомных часов, значения которой определены в моменты $t_m = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$ (измерения по НАП).

Погрешность определения скорости навигационным приемником TRIMBLE BX982 составляет $2 \cdot 10^{-2}$ м/с [6]. Тогда при скорости атомных часов не более 30 м/с (108 км/ч) погрешность синхронизации, вызванная движением хранителя времени, будет не более 0.3 ps при движении в течение 12 ч.

Погрешность вычисления релятивистского расхождения шкал, вызванного эффектом Саньяка (8), определяется следующим выражением:

$$\begin{aligned} \delta(\Delta\tau_S^M) &\approx -\frac{\Omega}{c^2} \sum_{n=1}^{n-1} \left[\left(\frac{V_{y_{i+1}} + V_{y_i}}{2} \delta x + \frac{x_{i+1} + x_i}{2} \delta V_y \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{y_{i+1} + y_i}{2} \delta V_x - \frac{V_{x_{i+1}} + V_{x_i}}{2} \delta y \right) (t_{i+1} - t_i) \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

При наихудших условиях оценки этой ошибки, когда часы движутся поперек меридиана ($x = R_e$, $y = 0$, $V_x = 0$, $V_y = 30$ м/с), максимально возможная погрешность синхронизации, вызванная эффектом Саньяка, не превышает 9 ps. Однако, если часы движутся вдоль меридиана ($x = R_e$, $y = 0$, $V_x = 30$ м/с, $V_y = 0$), ошибка равна нулю. Другая возможность уменьшения эффекта Саньяка и соответствующей ошибки синхронизации заключается в использовании маршрута часов „туда и обратно“ и прокладке обеих частей маршрута по одному и тому же пути. Это объясняется тем, что данный эффект пропорционален площади проекции треугольника с вершинами в точках 0 , \mathbf{R}_m , \mathbf{R}_0 (\mathbf{R}_m и \mathbf{R}_0 — радиус-вектор положения мобильных и стационарных часов



Рис. 1. Маршрут движения водородного стандарта частоты и времени Ч1-76А.

соответственно во вращающейся земной системе отсчета) на плоскость экватора, а его знак зависит от направления движения [5].

Экспериментальная проверка метода релятивистской синхронизации заключалась в вычислении релятивистских эффектов смещения шкалы времени водородного стандарта частоты и времени Ч1-76А на маршруте: ВНИИФТРИ (г.п. Менделеево, Московская обл.) — Радиоастрономическая обсерватория (РАО) „Зеленчукская“ (ст. Зеленчукская, респ. Карачаево-Черкессия) (рис. 1).

Расчет релятивистских эффектов по маршруту движения в интересах их компенсации осуществлялся по формулам (1)–(12) с использованием программного продукта MATLAB на основе измерений текущих координат и скорости, выполненных с помощью приемника Javad Sigma. В расчетах применялась модель разложения гравитационного поля EIGEN-6C4. На рис. 2 и 3 показано, как изменялись вдоль трассы суммарное релятивистское расхождение шкал времени мобильного и стационарного стандарта частоты и времени и текущая ошибка синхронизации соответственно.

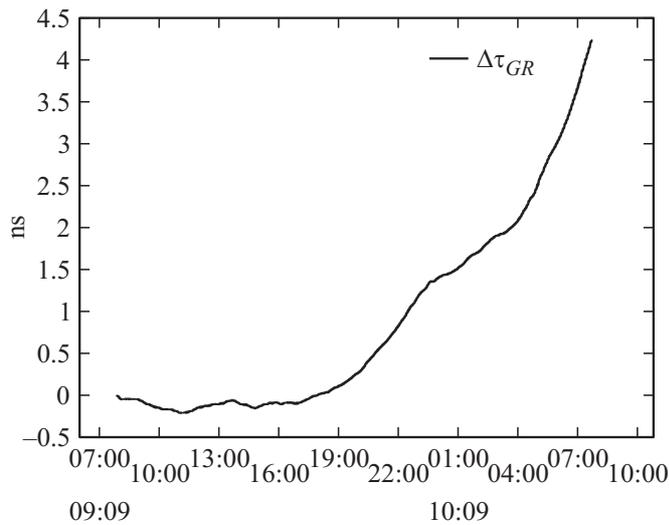


Рис. 2. Текущее релятивистское гравитационное смещение времени вдоль маршрута движения ВНИИФТРИ — РАО „Зеленчукская“.

На момент окончания движения вычисленное суммарное релятивистское расхождение шкалы времени составило: $\Delta\tau_{relGNSS} = +4.241$ ns, ошибка вычисления $\delta\tau_{rel} \pm 0.001$ ns.

Для верификации метода релятивистской синхронизации использовалась синхронизация стандартов частоты и времени (подвижного и стационарного) путем измерения расхождения их шкал на концах маршрута. Расхождение шкал двух стандартов частоты $\Delta\tau$ в конце маршрута движения определяется следующим выражением [8]:

$$\Delta\tau = \Delta\tau_{rel} + \Delta\tau_{\Delta f} + \Delta\tau_{TCF} \pm \sigma_{\Delta\tau},$$

где $\Delta\tau_{rel}$ — расхождение за счет релятивистских эффектов; $\Delta\tau_{\Delta f}$ — расхождение шкал времени за счет начального расхождения частот стандартов $\Delta f/f$, которое измеряется непосредственно перед поездкой; $\Delta\tau_{TCF}$ — расхождение шкал за счет разности температур в точках размещения стандартов, которое рассчитывается через температурный коэффициент частоты; $\sigma_{\Delta\tau}$ — среднеквадратическая ошибка измерений.

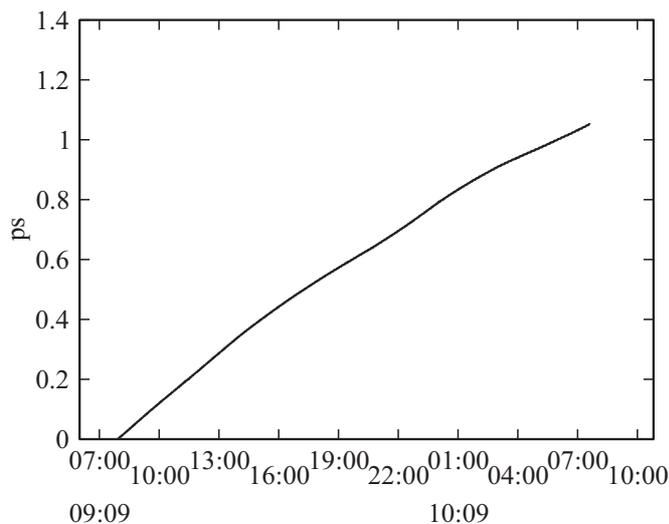


Рис. 3. Суммарная текущая ошибка вычисления релятивистского гравитационного смещения времени вдоль маршрута движения ВНИИФТРИ — РАО „Зеленчукская“.

По результатам измерений с помощью приемников GTR51 определяется $\Delta\tau$ и по расчетным значениям $\Delta\tau_{\Delta f}$, $\Delta\tau_{\text{ТСР}}$, $\sigma_{\Delta\tau}$ вычисляется искомый гравитационный эффект $\Delta\tau_{rel}$, который в конце маршрута ВНИИФТРИ — РАО „Зеленчукская“ составляет $\Delta\tau_{rel} = 5.1 \pm 1.5$ ns.

Таким образом, вычисленное значение релятивистских эффектов смещения шкал времени по методу релятивистской синхронизации составляет 4.241 ± 0.001 ns и находится внутри интервала неопределенности независимого метода синхронизации, имеющего погрешность ± 1.5 .

Предлагаемый метод на основе использования НАП ГЛОНАСС/GPS целесообразно использовать для синхронизации создаваемых в настоящее время в России и других странах оптических стандартов частоты и времени с нестабильностью 10^{-17} и лучше. В представленном методе релятивистской синхронизации подвижные атомные часы соответствующей стабильности синхронизированы с базовыми часами с пикосекундной точностью в любой точке трассы без использования специальных линий связи между ними.

Список литературы

- [1] *Hafele J., Keating R.* // Science. 1972. V. 177. P. 166–168.
- [2] *Борисова Л.Б., Мельников В.Н.* // Измерительная техника. 1988. № 4. С. 13–15. [*Borisova L.B., Mel'nikov V.N.* // Meas. Techniq. 1988. V. 31. N 4. P. 323–327.]
- [3] *Медведев Ю.Н., Смирнов Ю.Ф.* // Метрология времени пространства: Тр. 5-го Рос. симп. М.: ВНИИФТРИ, 1994. С. 342–343.
- [4] *Гайгеров Б.А., Сысоев В.П.* // Измерительная техника. 2012. № 2. С. 25–29.
- [5] *Фатеев В.Ф., Сысоев В.П.* // Измерительная техника. 2014. № 8. С. 31–35. [*Fateev V.F., Sysoev V.P.* // Meas. Techniq. 2014. V. 57. N 8.]
- [6] TRIMBLE BX982
<http://trl.trimble.com/docushare/dsweb/Get/Document-581007>
- [7] *Förste C., Bruinsma S., Abrikosov O.* et al. EIGEN-6C4. The latest combined global gravity field model including GOCE data up to degree and order 2190 of GFZ. Potsdam and GRGS Toulouse, 2014.
- [8] *Фатеев В.Ф., Сысоев В.П., Рыбаков Е.А.* // Измерительная техника. 2016. № 4. С. 41–43.