## Оценка ширины запрещенной зоны ряда новых термоэлектрических материалов

© М.А. Кретова, М.А. Коржуев

Институт металлургии и материаловедения им. А.А. Байкова Российской академии наук, 119334 Москва, Россия

E-mail: kretova@imet.ac.ru; korzhuev@imet.ac.ru

(Получена 27 декабря 2016 г. Принята к печати 12 января 2017 г.)

Проведены оценки ширины запрещенной зоны  $E_g$  ряда новых термоэлектрических материалов — скутерудитов, клатратов, фаз Гейслера, тройных сплавов  $[(Ge,Sn,Pb)(Te,Se)]_m[(Bi,Sb)_2(Te,Se)_3]_n$   $(m,n=0,1,2\ldots)$  и др. Оценки производили по формуле Голдсмита—Шарпа  $E_g=2e|\alpha_{\max}|T_{\max}$ , по правилу Вегарда  $E_g=(mE_g^A+nE_g^B)/(m+n)$ , а также с использованием эмпирической зависимости  $T_{\max}=f(E_g)$  (A,B- соответствующие бинарные сплавы,  $T_{\max}$  — температура максимума термоэдс  $|\alpha_{\max}|$  или термоэлектрической добротности  $(ZT)_{\max}$ , e — элементарный заряд). Показано, что использование эмпирической зависимости  $E_g=f(T_{\max})$  дает наиболее точные оценки  $E_g$  различных классов термоэлектрических материалов.

DOI: 10.21883/FTP.2017.07.44648.34

Термоэлектрические материалы (ТЭМ), используемые для прямого преобразования тепловой энергии в электрическую, представляют собой полуметаллы или полупроводники с шириной запрещенной зоны  $E_g \approx 0 - 1$  эВ и энергией Ферми электронов (n), дырок (p)  $E_{\rm F} \approx 0 - 0.1 \, {\rm jB}$  [1,2]. В настоящее время синтезированы новые группы ТЭМ с повышенными значениями термоэлектрической добротности  $ZT = \alpha^2 \sigma T / \kappa > 1$ , величина  $E_g$  которых точно не определена [3,4]. В выражении для ZT  $\alpha$  — дифференциальная термоэдс,  $\sigma=
ho^{-1}$  и  $\kappa=\kappa_{
m ph}+\kappa_e$  — удельные электропроводность и теплопроводность, ho — удельное сопротивление,  $\kappa_e$  и  $\kappa_{\rm ph}$  — электронная и фононная составляющие теплопроводности, Т — абсолютная температура. В связи с этим возникает необходимость оценок величины  $E_g$  новых ТЭМ различными методами. При этом наибольший интерес представляют методы, основанные на анализе температурных зависимостей ZT,  $\alpha$ ,  $\rho$ , получаемых при исследованиях ТЭМ. Указанные зависимости при некоторой температуре  $T_{\rm max}$ , как правило, имеют максимумы  $(ZT)_{\max}$ ,  $\alpha_{\max}$ ,  $\rho_{\max}$ , связанные с развитием в образцах собственной проводимости.

Начало собственной проводимости в ТЭМ определяется условием

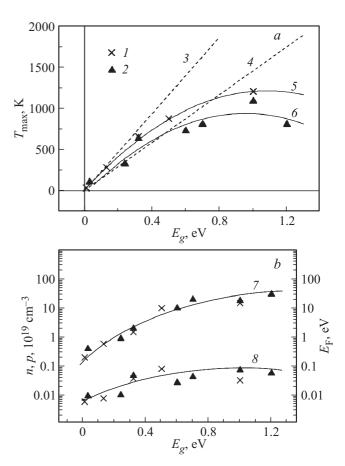
$$E_g + E_F \approx bk_0 T_{\text{max}},$$
 (1)

где b — коэффициент, различный для разных материалов, b=5-10 [5,6],  $k_0$  — постоянная Больцмана. Формула (1) позволяет оценивать величину  $E_g$  ТЭМ по температурам  $T_{\rm max}$ , соответствующим  $(ZT)_{\rm max}$ ,  $\alpha_{\rm max}$  и  $\rho_{\rm max}$  [5,6]. В [7] для оценки  $E_g$  была предложена формула

$$E_g = 2e|\alpha_{\text{max}}|T_{\text{max}} \tag{2}$$

(здесь e — элементарный заряд), справедливая для невырожденных полупроводников в случае совпадающих зонных параметров и механизмов рассеяния электронов и дырок. Из-за своей простоты формула (2) широко

используется специалистами, несмотря на то что в ряде случаев она дает ошибку в оценке  $E_g$  до 200-300% и более [8]. В [9] на основе соотношения (1) был



Экспериментальные (5-8) и расчетные по формуле (1) (3,4) с b=5 и 10 соответственно зависимости  $T_{\max}$  (5,6) (a), n, p (7) и  $E_F$  (8) (b) от величины  $E_g(T_{\max})$  для ТЭМ n- (1) и p-типа (2) проводимости. Материалы (в порядке роста  $E_g$ ): 1 — BiSb, Bi<sub>2</sub>Te<sub>3</sub>, PbTe, CoSb<sub>3</sub>, SiGe; 2 — BiSb $\langle$ Sn $\rangle$ , Sb<sub>2</sub>Te<sub>3</sub>, PbTe, TAGS, GeTe, SiGe, Cu<sub>1.99</sub>Se [9].

Оценка ширины запрещенной зоны  $E_g$  сплавов  $[(Ge,Sn,Pb)Te]_m[(Bi,Sb)_2(Te,Se)_3]_n$ 

Номер образца	Состав и тип проводимости	α <sub>max</sub>  , мкВ/К	T <sub>max</sub> , K	Оценка различными методами $E_g$ , эВ		
				[7]	[9]	Метод Вегарда
1	p-GeTe (α)	310	700	0.43 (β)	0.7 (β)	0.1 (α) [1]
2	p-Ge <sub>9</sub> Bi <sub>2</sub> Te <sub>12</sub>	> 103	> 450	> 0.09	> 0.25	0.11
3	p-Ge <sub>8</sub> Bi <sub>2</sub> Te <sub>11</sub>	> 100	> 450	> 0.09	> 0.24	0.11
4	p-Ge <sub>7</sub> Bi <sub>2</sub> Te <sub>10</sub>					0.11
5	p-Ge <sub>6</sub> Bi <sub>2</sub> Te <sub>9</sub>					0.11
6	p-Ge <sub>5</sub> Bi <sub>2</sub> Te <sub>8</sub>	> 90	> 450	> 0.08	> 0.25	0.11
7	p-Ge <sub>4</sub> Bi <sub>2</sub> Te <sub>7</sub>					0.11
8	p-Ge <sub>3</sub> Bi <sub>2</sub> Te <sub>6</sub>	> 55	> 450	> 0.05	> 0.2	0.12
9	p-Ge <sub>2</sub> Bi <sub>2</sub> Te <sub>5</sub>	> 65	> 400	> 0.05	> 0.15	0.13
10	n-Ge <sub>1,2</sub> Bi <sub>2</sub> Te <sub>4</sub>					0.13
11	n-GeBi <sub>2</sub> Te <sub>4</sub>	107	450	0.1	0.1	0.13
12	n-GeBi <sub>4</sub> Te <sub>7</sub>	165	315	0.1	0.07	0.14
13	n-Ge <sub>2</sub> Bi <sub>10</sub> Te <sub>17</sub>	> 75	> 450	> 0.07	> 0.13	0.14
14	n-GeBi <sub>6</sub> Te <sub>10</sub>	> 100	> 450	> 0.09	> 0.13	0.15
15	n-GeBi <sub>8</sub> Te <sub>13</sub>					0.15
16	n-GeBi <sub>10</sub> Te <sub>16</sub>					0.15
17	p-Bi <sub>2</sub> Te <sub>3</sub>	250	300	0.15	0.2	0.16 [1]
18	p-Ge <sub>5</sub> Sb <sub>2</sub> Te <sub>8</sub>	230	300	0.13	0.2	0.14
19	p-Ge <sub>4</sub> Sb <sub>2</sub> Te <sub>7</sub>					0.14
20	p-Ge <sub>3</sub> Sb <sub>2</sub> Te <sub>6</sub>	> 54	> 450	> 0.05	> 0.18	0.15
21	<i>p</i> -Ge <sub>3</sub> Sb <sub>2</sub> Te <sub>6</sub> <i>p</i> -Ge <sub>2</sub> Sb <sub>2</sub> Te <sub>5</sub>	> 45	> 450	> 0.03	> 0.13	0.16
22	p-GeSb <sub>2</sub> Te <sub>4</sub>	> 55	> 450	> 0.04	> 0.17	0.10
23	p-GeSb <sub>2</sub> Te <sub>4</sub> p-GeSb <sub>4</sub> Te <sub>7</sub>	> 55	> 450	> 0.05	> 0.18	0.23
24	p-GeSb <sub>6</sub> Te <sub>10</sub>	> 55	> 450	> 0.03	> 0.16	0.23
25	p-GeSb <sub>8</sub> Te <sub>10</sub>					0.26
26	<i>p</i> -Geso <sub>8</sub> re <sub>13</sub> <i>p</i> -Sb <sub>2</sub> Te <sub>3</sub>		500		0.24	0.20
27	<i>p</i> -So <sub>2</sub> Te <sub>3</sub> <i>p</i> -SnTe	80	800	0.13	0.24	
28		66	600	0.13	0.14	0.2 [1] 0.19
	p-Sn <sub>2</sub> Bi <sub>2</sub> Te <sub>5</sub>					
29	p-SnBi <sub>2</sub> Te <sub>4</sub>	130	400	0.1	0.21	0.16
30	n-SnBi <sub>4</sub> Te <sub>7</sub>	125	352	0.09	0.16	0.17
31	p-SnBi <sub>6</sub> Te <sub>10</sub>	116	352	0.08	0.18	0.17
32	<i>p</i> -PbTe	200	650	0.26	0.35	0.32 [1]
33	n-Pb <sub>9</sub> Bi <sub>4</sub> Te <sub>15</sub>					0.29
34	n-Pb <sub>5</sub> Bi <sub>6</sub> Te <sub>14</sub>	125	650	0.16	0.21	0.26
35	n-PbBi <sub>2</sub> Te <sub>4</sub>	125	650	0.16	0.21	0.24
36	n-Pb <sub>2</sub> Bi <sub>6</sub> Te <sub>11</sub>			0.4.5		0.22
37	n-PbBi <sub>4</sub> Te <sub>7</sub>	125	600	0.15	0.2	0.21
38	n-PbBi <sub>6</sub> Te <sub>10</sub>	118	640	0.15	0.2	0.20
39	n-PbBi <sub>8</sub> Te <sub>13</sub>	95	570	0.11	0.14	0.19
40	<i>p</i> -PbSe	160	600	0.19	0.3	0.29 [1]
41	n-Pb <sub>3</sub> Bi <sub>2</sub> Se <sub>6</sub>		[ ]			0.29
42	n-Pb <sub>5</sub> Bi <sub>6</sub> Se <sub>14</sub>	> 32	> 350	> 0.02	> 0.2	0.27
43	n-PbBi <sub>2</sub> Se <sub>4</sub>		[			0.24
44	n-Pb <sub>5</sub> Bi <sub>12</sub> Se <sub>23</sub>	> 31	> 350	> 0.02	> 0.2	0.24
45	n-Pb <sub>5</sub> Bi <sub>18</sub> Se <sub>32</sub>	> 64	> 350	> 0.04	> 0.2	0.22
46	n-PbBi <sub>4</sub> Se <sub>7</sub>		[			0.23
47	n-Bi <sub>2</sub> Se <sub>3</sub>		[			0.18 [1]
48	p-PbSb <sub>2</sub> Te <sub>4</sub>	95	660	0.13	0.25	0.31

разработан другой метод оценки  $E_g$  ТЭМ, основанный на статистическом анализе экспериментальных зависимостей  $T_{\max} = f(E_g)$  (рисунок, a), полученных для основных групп ТЭМ с оптимальными значениями концентрации носителей заряда (электронов n, дырок p) и  $E_F$  (рисунок, b, кривые 7, 8). Примеры использования

метода [9] для оценки  $E_g$  ряда новых ТЭМ приведены в *Приложении* [2]. При оценках [2] предполагалось, что n, p и  $E_{\rm F}$  сплавов были близки к своим оптимальным значениям (рисунок, b, кривые 7, 8).

 $<sup>^1</sup>$  Знак ">" используется в оценках  $E_{\rm g},$  для которых величина  $T_{\rm max}$  не была достигнута.

Целью настоящей работы была оценка  $E_g$  тройных сплавов (TC) семейства  $[(Ge,Sn,Pb)(Te,Se)]_m \times [(Bi,Sb)_2(Te,Se)_3]_n$   $(m,n=0,1,2\ldots)$ , параметры n,p и  $E_F$  которых существенно превышают оптимальные [4].

В таблице приведены результаты оценок различными методами значений  $E_g$  TC семейства [(Ge,Sn,Pb)× (Te,Se)] $_m$ [(Bi,Sb) $_2$ (Te,Se) $_3$ ] $_n$  ( $m,n=0,1,2\ldots$ ) [1,4,10,11]. Оценки проводили по формуле Голдсмита–Шарпа (1), с использованием эмпирической зависимости  $T_{\max} = f(E_g)$  [9], а также по правилу Вегарда

$$E_g = (mE_g^{\rm A} + nE_g^{\rm B})/(m+n).$$
 (3)

Здесь А, В — соответствующие бинарные сплавы (БС) с известными значениями ширины запрещенной зоны  $E_{\scriptscriptstyle \rho}^{{\rm A},{\rm B}}$ (300 K) [1]). При оценках  $E_g$  по методу [9] учитывалось превышение параметрами n, p и  $E_{\rm F}$  TC значений, оптимальных для термоэлектрического генератора (ТЭГ) (кривые 7, 8 на рисунке, b). Поправку вводили путем замены  $E_g \leftrightarrow E_g^* - (E_{\rm F} - E_{\rm F}^*)$ . Здесь величины  $E_g^*$  и  $E_{\rm F}^*$ , "оптимальные" для ТЭГ, определяли из рисунка (кривые 5-8), а величину  $E_{\rm F} = 0.07-0.19$  эВ рассчитывали методом термоэдс по экспериментальным значениям  $\alpha(T=300\,\mathrm{K})$  для ТС. Результаты расчетов  $E_g$ , проведенных различными методами, представлены в таблице. Статистический анализ данных (см. таблицу) показывает, что средние значения оценок  $E_{g}$ , полученные для ТС методом Голдсмита-Шарпа [7], по Вегарду и с помощью эмпирической зависимости  $T_{\text{max}} = f(E_g)$  [9], соотносятся как  $\sim 0.6:0,9:1$ . Метод [9], учитывающий фермиевское вырождение образцов и различия зонных параметров электронов и дырок (рисунок), представляется нам более точным. Это заключение подтверждается согласием известных значений  $E_g$  бинарных сплавов [1] с оценками (см. таблицу), проведенными методом [9]. С другой стороны, сравнение полученных данных с формулой (1) показывает, что оценки  $E_g$  методом [9] близки к зависимости  $E_g \sim 10k_0T$  (рисунок, кривая 4). Наконец, подставляя в формулу (2) общее выражение для термоэдс полупроводника со "стандартной зоной"  $\alpha = -(k_0/e)(F_{r+2}/F_{r+1} + E_{\rm F}/k_0T)$  (здесь  $F_{r+2}$  и  $F_{r+1}$  интегралы Ферми, r — параметр рассеяния), для случая ТЭМ  $(E_{\rm F}\sim0)$  и акустического механизма рассеяния (r=0), получаем  $E_g\sim5k_0T$  (прямая 3 на рисунке, a). Таким образом, оценки  $E_g$  TC по формуле Голдсмита—Шарпа (2) занижены в  $\sim2$  раза по сравнению с оценками методом [9]. Основной причиной погрешности является фермиевское вырождение образцов TC. В свою очередь, оценки  $E_g$  TC методами [9]  $(E_g\sim10k_0T)$  и Вегарда  $(E_g\sim9k_0T)$  (3) практически совпадают (см. таблицу). Это совпадение может указывать на линейный характер смещения экстремумов при изменении состава TC.

Таким образом, различными методами проведены оценки ширины запрещенной зоны  $E_g$  ряда новых термоэлектрических материалов.

Показано, что использование эмпирической зависимости  $E_g = f\left(T_{\max}\right)$  дает наиболее точные оценки  $E_g$  различных классов ТЭМ.

Установлено, что для TC удовлетворительные результаты при оценке  $E_g$  дает также правило Вегарда, существенно упрощающее расчеты.

## Список литературы

- [1] Физико-технические свойства полупроводниковых веществ. Справочник, под ред. А.В. Новоселовой (М., Наука, 1979) с. 95.
- [2] N.N. Kiseleva, V.A. Dudarev, M.A. Korzhuev. Inorg. Mater.: Applied Research, 7 (1), 34 (2016).
- [3] J.R. Sootsman, D.Y. Xhung, M.G. Kanatzidis. Angew. Chem. Int. Ed., 47, 8616 (2009).
- [4] В.С. Земсков, Л.Е. Шелимова, О.Г. Карпинский, П.П. Константинов, Е.С. Авилов, М.А. Кретова, И.Ю. Нихезина. Термоэлектричество, № 1, 18 (2010); Термоэлектричество, № 1, 18 (2012).
- [5] М.А. Коржуев. Высокочистые вещества, № 2, 74 (1996).
- [6] M.A. Korzhuev. J. Electron. Mater., 39 (9), 1381 (2010).
- [7] H.J. Goldsmid, J.W. Sharp. J. Electron. Mater., 28 (7), 869 (1999).
- [8] Z.M. Gibbs, H.-S. Kim, H. Wang, J. Snyder. Appl. Phys. Lett., 106, 022112 (2015).
- [9] М.А. Коржуев. Термоэлектричество,  $N_{2}$  5, 11 (2013).
- [10] Л.Е. Шелимова, О.Г. Карпинский, П.П. Константинов, Е.С. Авилов, М.А. Кретова, В.С. Земсков. Неорг. матер., 37 (4), 421 (2001); Неорг. матер., 40 (5), 451 (2004).

Приложение

Примеры оценки  $E_g$  ряда новых ТЭМ по известной температуре  $T_{\rm max}$  [2]

Класс материала	Составы сплавов и тип проводимости	$(ZT)_{\max}$	T <sub>max</sub> , K	$E_g$ , эВ
Скутерудиты	<i>p</i> -, <i>n</i> -Co <sub>4</sub> Sb <sub>12</sub>	0.2	480	0.3
	<i>p</i> -, <i>n</i> -Yb <sub>0.19</sub> Co <sub>4</sub> Sb <sub>12</sub>	1.2	> 680	> 0.4
Клатраты	$n$ -Ba $_8$ Ga $_{16}$ Ge $_{30}$	1.4	> 800	> 0.5
Фазы Гейслера	<i>p</i> -TiNiSn	0.45	650	0.4(5)
	n-Zr <sub>0.25</sub> Hf <sub>0.25</sub> Ti <sub>0.5</sub> NiSn <sub>1-y</sub> Sby	1.4	700	0.4
Фазы Цинтля	p-Yb <sub>14</sub> MnSb <sub>11</sub>	1.0	1200	1.0
Перовскиты	$n$ -SrTiO <sub>3</sub> $\langle$ Nb $\rangle$	0.37	1000	1.1
LAST-m	p-AgPb <sub>m</sub> SbTe <sub>m+2</sub> ( $m = 18-22$ )	1.7	700	0.5
SOLT-m	$NaPb_mSb_nTe_{m+2} \ (m=20)$	1.6	675	0.5
Тип FeSb <sub>2</sub>	n-FeSb <sub>2</sub>	0.005	12	$\sim 0$

[11] В.С. Земсков, Л.Е. Шелимова, П.П. Константинов, Е.С. Авилов, М.А. Кретова, И.Ю. Нихезина. Персп. матер., № 3, 5 (2011); Персп. матер., № 5, 5 (2012).

Редактор Л.В. Шаронова

## Estimation of the band gaps of some new thermoelectric materials

M.A. Kretova, M.A. Korzhuev

Baikov Institute of Metallurgy and Material Science, Russian Academy of Sciences, 119334 Moscow, Russia

**Abstract** We evaluated the band gaps  $E_g$  of some new thermoelectric materials — skutterudites, clathrates, Heusler phases, ternary alloys of  $[(Ge,Sn,Pb)(Te,Se)]_m[(Bi,Sb)_2(Te,Se)_3]_n$   $(m,n=0,1,2\ldots)$  and others. The evaluations were made using the formula of Goldsmith–Sharpe  $E_g=2e|\alpha_{\max}|T_{\max}$ , the Vegard rule  $E_g=(mE_g^A+nE_g^B)/(m+n)$ , and by an empirical relationship  $T_{\max}=f(E_g)$ . A, B — are the corresponding binary alloys,  $T_{\max}$  is the temperature of maximum of the Seebeck factor  $\alpha_{\max}$  or figure of merit  $(ZT)_{\max}$  versus temperature, and e is the elementary charge. It is shown that the use of the empirical relationship  $E_g=f(T_{\max})$  provides the most accurate assessment  $E_g$  for different classes of thermoelectric materials.