

05

## Термокинетическая модель разрушения гетерогенных материалов и особенности ее численной реализации при воздействии высокочастотными электромагнитными полями

© М.Г. Менжулин,<sup>1</sup> Х.Ф. Махмудов<sup>2,¶</sup>

<sup>1</sup> Национальный минерально-сырьевой университет „Горный“,  
199106 Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup> Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,  
194021 Санкт-Петербург, Россия

¶ e-mail: h.machmoudov@mail.ioffe.ru

(Поступило в Редакцию 30 августа 2016 г. В окончательной редакции 22 декабря 2016 г.)

Теоретическими и экспериментальными методами исследованы процессы разрушения горных пород. Указана модель развития микро- и макротрещиноватости при воздействии электромагнитных полей с помощью ВЧ электродов. Расчет полей температур и полей термоупругих напряжений позволяет исследовать развитие макротрещиноватости и установить направления их развития при объемном способе их размещения. Установлены механизмы, формирующие магистральную трещину, в областях с различной величиной растягивающих напряжений. Развитие магистральной трещины может происходить в область растягивающих напряжений, меньшей предела прочности на растяжение. Показана возможность управления процессами развития магистральной трещины за счет выбора напряжений по длине образующейся трещины и времени нагрева.

DOI: 10.21883/JTF.2017.07.44675.2024

### Введение

Среди разнообразных процессов, протекающих при воздействии ВЧ электромагнитных полей на горную породу, следует выделить основные:

— различные тепловые расширения минеральных компонентов при воздействии СВЧ поля. Известно [1–11], что минеральные компоненты поглощают электромагнитную энергию быстрее, чем органические, в 2–3 раза. Следовательно, происходит неодинаковое расширение различных компонентов, вызывающее ослабление их межфазных границ и появление трещин и разломов, что затем приводит к разрушению [12–16];

— поглощение породой ВЧ энергии и формирование источников тепла, нагрев горной породы и развитие в ней термоупругих напряжений [12,14,17–26], которые приводят к развитию трещиноватости, разупрочнению и разрушению породы [27–31]. В работах [32–43] изучены основные закономерности и управления процессом разрушения материала (угля) с помощью СВЧ поля.

Микроволновое излучение приводит к существенной модификации примесно-дефектной структуры исследуемых полупроводников [44–46]. В работах [47–50] обсуждаются механизмы трансформации дефектной подсистемы монокристаллов под действием микроволновой обработки.

Показано, что изменения, которые наблюдаются в эксперименте, связаны с атермическим действием микроволнового излучения при удельной мощности  $7.5 \text{ W/cm}^2$  и в большей степени при  $90 \text{ W/cm}^2$ .

При конкретной реализации подхода вычислительного эксперимента необходимо учитывать ряд факторов, в

значительной степени влияющих на проведение работ на каждой стадии [51–62].

Разрабатываемый подход вычислительного эксперимента заключается в том, что при некотором воздействии используется физико-математическая модель [59,63–69]. В отличие от физической среды, состояние физико-математической модели может быть проконтролировано, оценено и изменено на любой временной стадии процесса в любой пространственной точке.

Отметим степень разработанности численных методов, используемых при решении задач, допускающих расщепление по физическим процессам; возможности аналитических методов по получению результатов в предельных и частных случаях; наличие теоретических решений и экспериментальных результатов в частных случаях; наличие экспериментальных исходных данных по пределам изменения физических величин и т. д.

### Методика измерений

Формирование температурных полей и полей напряжений исследовалось на основании вычислительного метода [13,14,26,33,59]. В соответствии с принципом расщепления по физическим процессам [59] алгоритм решения общей задачи естественным образом расщепляется на два этапа.

Стационарный этап включает в себя задачи нахождения в блоке скальной породы потенциала ВЧ электрического поля, создаваемого системой электродов, и нахождения поля тепловых источников. Следуя [14,59], считаем, что ВЧ электрическое поле и создаваемое им

поле тепловых источников стационарно, устанавливаются мгновенно и не зависят от остальных физических процессов нагрева породы, развития термоупругих напряжений и разрушения, что и является условием выделения этапа.

Нестационарный этап включает в себя решение задач нагрева скальной породы найденными тепловыми источниками, развития в породе термоупругих напряжений [60–64], а также трещинообразования, разрушения и разупрочнения породы под воздействием термоупругих напряжений [65–72]. При этом подэтап нахождения полей термоупругих напряжений не содержит время в качестве непосредственного аргумента, а подэтапы нахождения температурного поля и разрушения непосредственно зависят от времени.

В соответствии с принципом расщепления по физическим процессам численное решение уравнений каждого из этапов и подэтапов может быть проведено своим методом независимо от других. Расчет потенциала ВЧ электрического поля и поля тепловых источников применительно к данной задаче был выполнен численным методом. Расхождение результатов расчета  $\varphi$  и  $q$  с данными аналитического решения, выполненного в [13,59,67], не превышает 3% в области между электродами, что свидетельствует о работоспособности разностного метода.

### Решение задачи развития макротрещин в блоке скальной породы системой двух стержневых ВЧ электродов

На основе теоретических решений общей задачи ВЧ контактного способа разрушения применительно к отбойке и дроблению негабарита с использованием

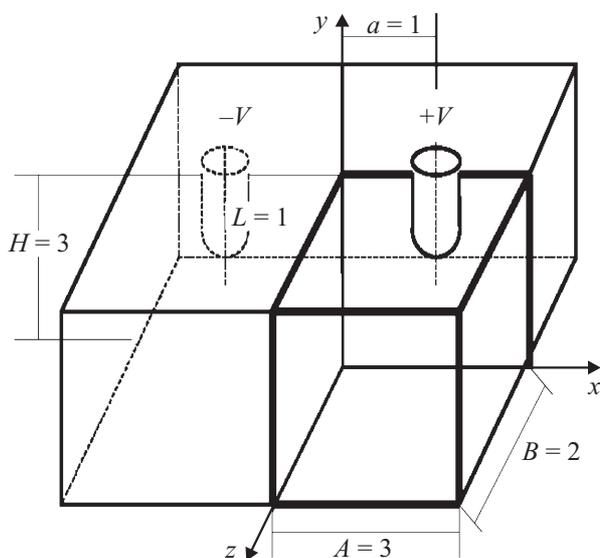


Рис. 1. Схема расчетной области в задаче о двух электродах  $d/L = 0.4$ ; сетка  $15 \times 15 \times 10$  ячеек.

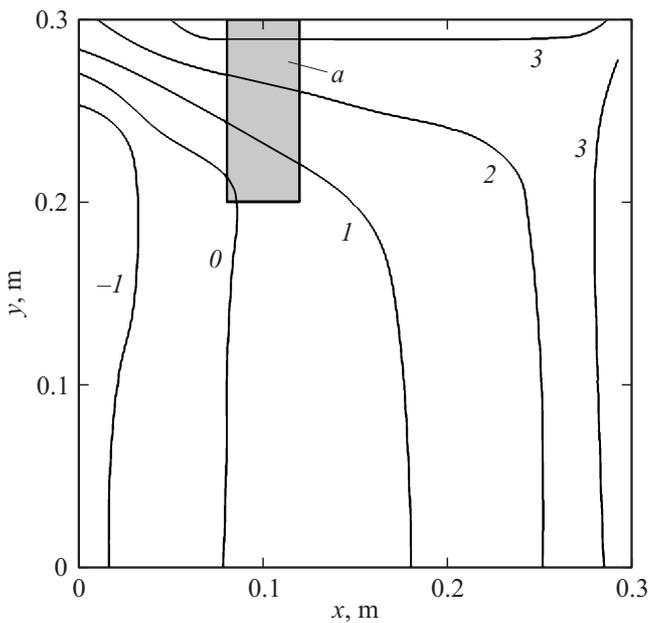
цилиндрических электродов, направленной на изыскание новых технологий в скальных горных породах на основе использования нетрадиционных способов разрушения, решалась задача о разрушении блока системой электродов, размещенных в шпурах. Два электрода длиной  $L = 1$ , с отношением диаметра к длине  $d/L = 0.4$ , располагаются в шпурах на расстоянии  $2a = 2$  в гранитном блоке, имеющем размеры  $A = 3$ ,  $H = 3$ ,  $B = 2$ . К электродам приложено ВЧ напряжение  $\pm V$ . Вследствие симметрии задачи расчетная область составит 1/4 блока (рис. 1).

Расчетную область разбиваем сеткой на кубические ячейки  $x = y = z = 0.2L$ , тогда при  $N_x = 15$ ,  $N_y = 15$ ,  $N_z = 10$  общее число ячеек составит 2250. Учитывая выбранные размеры, ячейки, занимаемые электродом, будут  $i = 5-6$ ;  $j = 11-15$ ;  $k = 1$ . В них задаются граничные условия, обеспечивающие  $\varphi = 1$  на границе электрода,  $\varphi_{l+1} = 2\varphi_l$ , где  $l$  — номер расчетной ячейки,  $l + 1$  — номер примыкающей к ней фиктивной ячейки по соответствующей координате. Это обеспечивает автоматическое вычисление производных потенциала при расчете поля тепловых источников. Расчет полей температур и термоупругих напряжений осуществляется „сквозным“ счетом через пространственные ячейки поля без выделения границ электрода и специальной постановки на них граничных условий [26,59,65]. Граничные условия, таким образом, ставятся только на гранях блока по описанной схеме. Такая постановка задачи с точки зрения разностного счета обладает сглаживающим эффектом, что обеспечивает устойчивый счет в окрестности границ электрода.

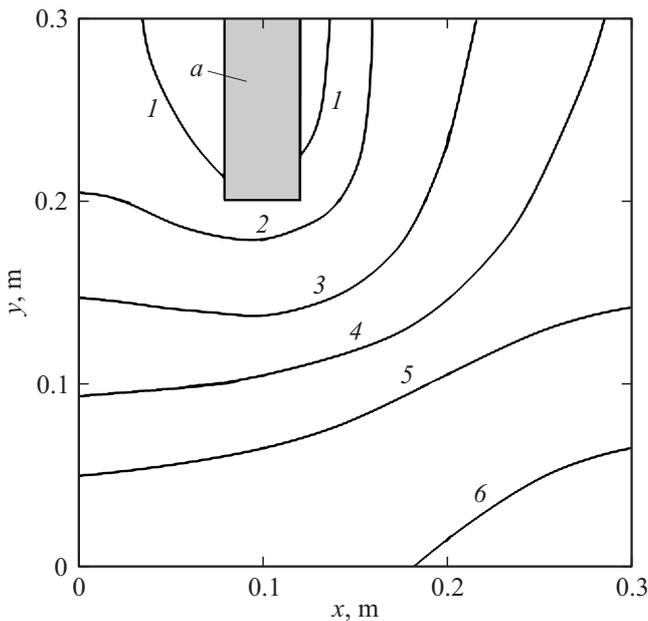
Таким образом, получено аналитическое решение задачи определения температурного поля и поля напряжений в блоке породы при ВЧ нагреве двумя цилиндрическими электродами, расположенными в шпурах. При определении полей напряжений использована модель, не учитывающая влияния свободных поверхностей в шпуре. При этом распределения полей температур и термонапряжений показывают, что магистральная трещина будет развиваться с наружных граней блока и почти на уровне нижнего основания электрода. Второй максимум растягивающих напряжений наблюдается в верхней части блока, где также предполагается развитие магистральной трещины.

### Расчет поля температур в приэлектродной зоне

Процесс нагрева блока горной породы внутренними источниками тепла, возникающими при поглощении породой энергии электрического поля, описывается уравнением нестационарной теплопроводности с граничными условиями отсутствия теплообмена на границах блока.



**Рис. 2.** Поле максимального главного напряжения  $\sigma_1$  при  $t = 60$  s;  $z = 0$ :  $-1 - \sigma_1 = 55$ ,  $0 - \sigma_1 = 0$ ,  $1 - \sigma_1 = 55$ ,  $2 - \sigma_2 = 110$ ,  $3 - \sigma_1 = 220$  МПа;  $a -$  электрод.



**Рис. 3.** Поле температуры при  $t = 60$  s;  $1 - 240$ ,  $2 - 210$ ,  $3 - 180$ ,  $4 - 170$ ,  $5 - 160$ ,  $6 - 150$  °C;  $a -$  электрод.

Уравнение теплопроводности [26,65]

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = a^2 \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right), \quad (1)$$

где  $c, \rho, a$  — являются постоянными величинами, можно привести к безмерному виду с помощью использования переменных:  $\bar{t} = t/t_0, \bar{x} = x/x_0, \bar{y} = y/y_0, \bar{z} = z/z_0, \bar{q} = q/q_0, \bar{T} = T/T_0, \bar{\sigma} = \sigma/\sigma_0, q_0$  — объемный источник тепла,  $q_0 = \pi \varepsilon_0 f \varepsilon' (\text{tg } \delta) |E|^2 = \pi \varepsilon_0 f \varepsilon' (\text{tg } \delta) V_0^2 / r_0^2$ ,

где  $\varepsilon_0$  — диэлектрическая постоянная,  $\varepsilon'$  — диэлектрическая проницаемость породы,  $\text{tg } \delta$  — тангенс угла диэлектрических потерь,  $f$  — частота,  $E$  — напряженность электрического поля,  $V$  — напряжение;  $T_0$  — температура,  $T_0 = q_0 r_0^2 / \chi$ , где  $\chi$  — теплопроводность породы;  $r_0$  — радиус электрода;  $t_0$  — время; описывается формулой  $t_0 = Cr_0^2 / \chi$ , где  $C$  — объемная теплоемкость породы;  $\sigma_0$  — напряжение; описывается формулой  $\sigma_0 = \alpha_T ET(1 - \nu)$ , где  $E$  — модуль Юнга;  $\alpha_T$  — коэффициент линейного расширения породы и  $\nu$  — коэффициент Пуассона. В дальнейшем для упрощения записи черточки над переменными опускаются.

В качестве граничных условий принимается отсутствие теплообмена на границах блока [59] (рис. 2, 3)

$$\frac{\partial T}{\partial x}(A, y, z, t) = \frac{\partial T}{\partial y}(x, H, z, t) = \frac{\partial T}{\partial z}(x, y, B, t) = 0, \quad (2)$$

$$T(-0, y, z, t) = T(+0, y, z, t), \quad (3)$$

$$T(x, -0, z, t) = T(x, +0, z, t), \quad (4)$$

$$T(x, y, -0, t) = T(x, y, +0, t) \quad (5)$$

и начальное условие

$$T(x, y, z, 0) = 0. \quad (6)$$

Разностная схема [14,59,66], примененная к уравнению нестационарной теплопроводности, примет вид

$$T_{i,j,k}^{n+1} = \frac{1}{2(1 + \beta_x^2 + \beta_z^2)} \left[ \beta_x^2 T_{i+1,j,k}^n + \beta_z^2 T_{i-1,j,k}^{n+1} + T_{i,j+1,k}^n + T_{i,j-1,k}^n + \beta_z^2 T_{i,j,k+1}^n + \beta_z^2 T_{i,j,k-1}^{n+1} + q_{i,j,k} \Delta - y^2 \right], \quad (7)$$

где  $\beta_x = \Delta y / \Delta x, \beta_z = \Delta y / \Delta z$ ;

$$\Delta t / \Delta y^2 = 1/2(1 + \beta_x^2 + \beta_z^2);$$

$n = 1, N$  — индекс текущего псевдовременного слоя;  $i, j, k$  — индексы текущего временного слоя, указывающие номер счетной ячейки по соответствующей координате  $x, y, z$ .

Будем использовать прямоугольные расчетные области. Тогда для постановки граничных условий на границах расчетной области вводятся примыкающие к каждой из границ слоя фиктивных ячеек, в которых задаются значения потенциала, обеспечивающие выполнение граничных условий. В этом случае индексы изменяются в следующих пределах:  $i \in [0, N_x + 1]; j \in [0, N_y + 1]; k \in [0, N_z + 1]$ ; где  $N_x, N_y, N_z$  — количество ячеек в расчетной области соответственно вдоль осей  $x, y, z$ .

Этот вид разностной схемы получен для максимально возможного временного шага, обеспечивающего устойчивость схемы [59]:

$$\Delta t = \frac{\Delta y^2}{2(1 + \beta_x^2 + \beta_z^2)}, \quad (8)$$

и не может считаться удовлетворительным в общем контексте задачи о разрушении. Решение задачи нахождения поля температур является первым подэтапом нестационарного этапа, величину временного шага  $\Delta t_R$ , на котором задается подэтап разрушения породы. При этом  $\Delta t \neq \Delta t_R$ . Полагаем

$$\Delta t_R = m\Delta t + \Delta t', \quad (9)$$

где  $m = 0, 1, 2, \dots$  — число максимальных тепловых шагов на одном шаге разрушения, такое, что  $0 \leq \Delta t < \Delta t'$ . Для проведения расчетов разностная схема (7) должна быть представлена в виде с явным выражением для  $\Delta t$ :

$$\begin{aligned} T_{i,j,k}^{n+1} = & T_{i,j,k} \left[ 1 - 2(1 + \beta_x^2 + \beta_z^2) + \frac{\Delta t}{\Delta y^2} \right] \\ & + \frac{\Delta t}{\Delta y^2} \left[ \beta_x^2 T_{i+1,j,k}^n + \beta_x^2 T_{i-1,j,k}^{n+1} + T_{i,j+1,k}^n + T_{i,j-1,k}^{n+1} \right. \\ & \left. + \beta_z^2 T_{i,j,k+1}^{n-1} + \beta_z^2 T_{i,j,k-1}^{n+1} + q_{i,j,k} \Delta y^2 \right]. \quad (10) \end{aligned}$$

В разностном виде граничные условия (3.2)–(3.5) выбранные размеры ячейки [59] (рис. 2, 3) представляются следующим образом:

$$T_{0,j,k}^n = T_{1,j,k}^n, \quad T_{N_x+1,j,k}^n = T_{N_x,j,k}^n, \quad T_{i,0,k}^n = T_{i,1,k}^n, \quad (11)$$

$$T_{i,N_y+1,k}^n = T_{i,N_y,k}^n, \quad T_{i,j,0}^n = T_{i,j,1}^n, \quad T_{i,j,N_z+1}^n = T_{i,j,N_z}^n. \quad (12)$$

Начальное условие (6) будет справедливо лишь на первом из шагов разрушения при  $t_R = 0$ . Начальным распределением температур на каждом из последующих временных шагов разрушения  $T^{0,l+1}$  при  $t = t_R^{0,l+1}$ , где  $l$  — номер шага разрушения, будет конечное распределение температур  $T^{k,l}$  на предыдущем временном шаге разрушения при  $t = t_R^{k,l}$ , т.е. с точки зрения температуры общий алгоритм нестационарного этапа является двуслойным. В итоге начальные условия могут быть записаны

$$T_{i,j,k}^{0,0} = 0, \quad T_{i,j,k}^{0,l+1} = T_{i,j,k}^{k,l}. \quad (13)$$

Для вычисления поля температур по алгоритму (7), (11)–(13) требуется массив тепловых источников  $q_{i,j,k}$  (который был получен в качестве выходного массива задачи расчета потенциала электрического поля), массив температур предыдущего временного слоя нестационарного этапа и величина временного шага  $\Delta t_R$ , получаемая из решения задачи разрушения.

## Расчет поля термоупругих напряжений в приэлектродной зоне

### Разностный метод решения квазистационарной задачи термоупругости

Процесс формирования в блоке скальной породы термоупругих напряжений под воздействием неоднородного

температурного поля описывается уравнениями квазистационарного приближения теории термоупругости. Используя уже сформированную выше систему безразмерных переменных, систему можно преобразовать к следующему виду [26,65]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \eta \left( \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) \\ + (1 - \eta) \left( \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} \right) - \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \eta \left( \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right) \\ + (1 - \eta) \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} \right) - \frac{\partial T}{\partial y} = 0, \quad (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} + \eta \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) \\ + (1 - \eta) \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial z} \right) - \frac{\partial T}{\partial z} = 0, \quad (16) \end{aligned}$$

где  $U, V, W$  — компоненты вектора перемещений,

$$\eta = \mu / (2\mu + \lambda), \quad (17)$$

где  $\mu, \lambda$  — параметры Ляме [65].

Система решается методом установления с помощью разностной схемы Либмана [26]. Для этого в каждое из уравнений системы вводим нестационарные члены  $\partial U / \partial t$  в уравнение (14),  $\partial V / \partial t$  в уравнение (15),  $\partial W / \partial t$  в уравнение (16). Введение нестационарных членов обеспечивает устойчивость системы (17). В итоге разностная схема строится следующим образом [59,65]:

$$\begin{aligned} U_{i,j,k}^{n+1} = & U_{i,j,k}^n K_U + 1 / (1 + \beta_x^2 + \beta_z^2) \\ & \times \left\{ \beta_x^2 \left( U_{i+1,j,k}^n + U_{i-1,j,k}^{n+1} \right) + \eta \left( U_{i,j+1,k}^n + U_{i,j-1,k}^{n+1} \right) \right. \\ & \left. + \eta \beta_z^2 \left( U_{i,j,k+1}^n + U_{i,j,k-1}^{n+1} \right) + 0.25(1 - \eta) \beta_x \right. \\ & \times \left( V_{i+1,j,k}^n - V_{i-1,j,k}^{n+1} \right) \left( V_{i,j+1,k}^n - V_{i,j-1,k}^{n+1} \right) + 0.25(1 - \eta) \\ & \times \beta_x \beta_z \left( W_{i+1,j,k}^n - W_{i-1,j,k}^{n+1} \right) \left( W_{i,j+1,k}^n - W_{i,j-1,k}^{n+1} \right) \\ & \left. - 0.5 \beta_x \left( T_{i+1,j,k}^{n+1} - T_{i-1,j,k}^n \right) \Delta y \right\} \Delta t, \quad (18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V_{i,j,k}^{n+1} &= V_{i,j,k}^n K_V + 1 / (1 + \beta_x^2 + \beta_z^2) \\
 &\times \left\{ \eta \beta_x^2 (V_{i+1,j,k}^n + V_{i-1,j,k}^{n+1}) + V_{i,j+1,k}^n + V_{i,j-1,k}^{n+1} \right. \\
 &+ \eta \beta_z^2 (V_{i,j,k+1}^n + V_{i,j,k-1}^{n+1}) + 0.25(1 - \eta) \beta_x \\
 &\times (U_{i+1,j,k}^n - U_{i-1,j,k}^{n+1}) (U_{i,j+1,k}^n - U_{i,j-1,k}^{n+1}) \\
 &\left. + 0.25(1 - \eta) \beta_z (W_{i,j+1,k}^n - W_{i,j-1,k}^{n+1}), \right. \\
 &\left. (W_{i,j,k+1}^n - W_{i,j,k-1}^{n+1}) - 0.5 \beta_y (T_{i,j+1,k}^n - T_{i,j-1,k}^{n+1}) \Delta y \right\} \Delta t,
 \end{aligned}
 \tag{19}$$

$$\begin{aligned}
 W_{i,j,k}^{n+1} &= W_{i,j,k}^n K_W + 1 / (1 + \beta_x^2 + \beta_z^2) \\
 &\times \left\{ \eta \beta_x^2 (W_{i+1,j,k}^n + W_{i-1,j,k}^{n+1}) + \eta (W_{i,j+1,k}^n + W_{i,j-1,k}^{n+1}) \right. \\
 &+ \beta_z^2 (W_{i,j,k+1}^n + W_{i,j,k-1}^{n+1}) + 0.25(1 - \eta) \beta_x \beta_z \\
 &\times (U_{i+1,j,k}^n - U_{i-1,j,k}^{n+1}) (U_{i,j,k+1}^n - U_{i,j,k-1}^{n+1}) \\
 &+ 0.25(1 - \eta) \beta_z (V_{i,j+1,k}^n - V_{i,j-1,k}^{n+1}) (V_{i,j,k+1}^n - V_{i,j,k-1}^{n+1}) \\
 &\left. - 0.5 \beta_z (T_{i,j,k+1}^n - T_{i,j,k-1}^{n+1}) \Delta y \right\} \Delta t,
 \end{aligned}
 \tag{20}$$

где

$$\begin{aligned}
 K_U &= (1 - \eta) (1 + \beta_z^2) / (1 + \beta_x^2 + \beta_z^2), \\
 K_V &= (1 - \eta) (1 + \beta_x^2) / (1 + \beta_x^2 + \beta_z^2), \\
 K_W &= (1 - \eta) (1 + \beta_z^2) / (1 + \beta_x^2 + \beta_z^2).
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

Соотношение между перемещениями, напряжениями и деформациями в этом случае в разностной форме принимают вид

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{xi,j,k}^{n+1} &= (U_{i+1,j,k}^{n+1} - U_{i-1,j,k}^{n+1}) / \Delta x, \\
 \varepsilon_{yi,j,k}^{n+1} &= (U_{i,j+1,k}^{n+1} - U_{i,j-1,k}^{n+1}) / \Delta y, \\
 \varepsilon_{zi,j,k}^{n+1} &= (U_{i,j,k+1}^{n+1} - U_{i,j,k-1}^{n+1}) / \Delta z, \\
 \varepsilon_{xz,i,j,k}^{n+1} &= 0.5 (V_{i,j,k+1}^{n+1} - V_{i,j,k-1}^{n+1}) / \Delta z \\
 &+ 0.5 (W_{i,j+1,k}^{n+1} - W_{i,j-1,k}^{n+1}) / \Delta y, \\
 \varepsilon_{zz,i,j,k}^{n+1} &= 0.5 (W_{i+1,j,k}^{n+1} - W_{i-1,j,k}^{n+1}) / \Delta x \\
 &+ 0.5 (U_{i,j,k+1}^{n+1} - U_{i,j,k-1}^{n+1}) / \Delta z,
 \end{aligned}
 \tag{22}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_{x,i,j,k}^{n+1} &= \varepsilon_{x,i,j,k}^{n+1} + [v e - (1 - 2\nu) T_{i,j,k}^{n+1} / (1 - 2\nu)], \\
 \sigma_{y,i,j,k}^{n+1} &= \varepsilon_{y,i,j,k}^{n+1} + [v e - (1 - 2\nu) T_{i,j,k}^{n+1} / (1 - 2\nu)], \\
 \sigma_{z,i,j,k}^{n+1} &= \varepsilon_{z,i,j,k}^{n+1} + [v e - (1 - 2\nu) T_{i,j,k}^{n+1} / (1 - 2\nu)]
 \end{aligned}
 \tag{24}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_{xy,i,j,k}^{n+1} &= \varepsilon_{xy,i,j,k}^{n+1}, \\
 \sigma_{yz,i,j,k}^{n+1} &= \varepsilon_{yz,i,j,k}^{n+1}, \\
 \sigma_{zx,i,j,k}^{n+1} &= \varepsilon_{zx,i,j,k}^{n+1},
 \end{aligned}
 \tag{25}$$

$$e = \varepsilon_{xi,j,k}^{n+1} + \varepsilon_{yi,j,k}^{n+1} + \varepsilon_{zi,j,k}^{n+1},
 \tag{26}$$

где  $\beta_x, \beta_z, \Delta t$  — вычисляются в соответствии с (3).

Граничные условия для квазистационарной задачи термоупругости заданы условиями свободного перемещения граней блока и отсутствием нормальных перемещений в плоскостях симметрии:

$$\begin{aligned}
 \partial U / \partial x(A, y, z) &= 0, & \partial V / \partial x(A, y, z) &= 0, \\
 \partial W / \partial x(A, y, z) &= 0, & \partial U / \partial y(x, a, z) &= 0, \\
 \partial V / \partial y(x, a, z) &= 0, & \partial W / \partial y(x, a, z) &= 0, \\
 \partial U / \partial z(x, y, B) &= 0, & \partial V / \partial z(x, y, B) &= 0, \\
 \partial W / \partial z(x, y, B) &= 0,
 \end{aligned}
 \tag{27}$$

$$\begin{aligned}
 U(0, y, z) &= 0, & V(0, y, z) &= 0, & W(0, y, z), \\
 U(x, 0, z) &= 0, & V(x, 0, z) &= 0, & W(x, 0, z), \\
 U(x, y, 0) &= 0, & V(x, y, 0) &= 0, & W(x, y, 0).
 \end{aligned}
 \tag{28}$$

В разностном виде эти граничные условия примут вид

$$\begin{aligned}
 U_{0,j,k} &= -U_{1,j,k}, & V_{0,j,k} &= -V_{1,j,k}, & W_{0,j,k} &= -W_{1,j,k}, \\
 U_{i,0,k} &= -U_{i,l,k}, & V_{i,0,k} &= -V_{i,l,k}, & W_{i,0,k} &= -W_{i,l,k}, \\
 U_{i,j,0} &= -U_{i,j,l}, & V_{i,j,0} &= -V_{i,j,l}, & W_{i,j,0} &= -W_{i,j,l},
 \end{aligned}
 \tag{29}$$

$$\begin{aligned}
 U_{Nx+1,j,k} &= U_{Nx,j,k}, & V_{Nx+1,j,k} &= V_{Nx,j,k}, \\
 W_{Nx+1,j,k} &= W_{Nx,j,k}, & U_{i,Ny+1,k} &= U_{i,Ny,k}, \\
 V_{i,Ny+1,k} &= V_{i,Ny,k}, & W_{i,Ny+1,k} &= W_{i,Ny,k}, \\
 U_{i,j,Nz+1} &= U_{i,j,Nz}, & V_{i,j,Nz+1} &= V_{i,j,Nz}, \\
 W_{i,j,Nz} &= W_{i,j,Nz}.
 \end{aligned}
 \tag{30}$$

Эти граничные условия дополняются граничными условиями по температуре (11). В качестве начальных условий по напряжениям задаются условия отсутствия перемещений в блоке  $U_{i,j,k}^0 = 0, V_{i,j,k}^0 = 0, W_{i,j,k}^0 = 0$ , а по температуре — условия (12) и (13).

Подпрограмма вычислений полей термоупругих напряжений была включена в цепочку программ, осуществляющих расчет всех этапов разрушения по схеме обмена информацией с другими подпрограммами [59]. В качестве выходных данных расчета рассмотрено поле максимальных напряжений  $\sigma_1$ , поскольку оно является необходимым (рис. 2, 3).

### Приведение результатов расчета к размерному виду

При определении термоупругих напряжений надо знать в конечном счете распределение температур, что, в свою очередь, требует знания распределения тепловых источников, а это возможно лишь после нахождения потенциала электрического поля. Для этого рассмотрим случай электрода радиуса  $r_0 = 0.02$  м, к которому приложено напряжение  $V = 10$  кВ, частота  $f = 5.28$  МГц. Для гранита  $\epsilon' = 6$  и  $\text{tg } \delta = 0.02$ . Тогда  $q_0 = 36.5$  МВт/м<sup>3</sup> и  $T_0 = 4896$  К,  $T = \bar{T} T_0 + T_H = 440^\circ\text{C}$ . Введем размерную величину напряжений  $\sigma_0 = 2740$  МПа при  $E = 70$  ГПа,  $\nu = 0.25$ ,  $\alpha_T = 6 \cdot 10^{-6}$  К<sup>-1</sup>, тогда размерное главное напряжение при  $\bar{\sigma} = 0.08$  равно  $\sigma = \bar{\sigma} \sigma_0 = 219$  МПа.

Таким образом, получено аналитическое решение задачи определения температурного поля (рис. 3) и поля напряжений в блоке породы при ВЧ нагреве двумя цилиндрическими электродами, расположенными в шпурах. При определении полей напряжений использована модель, не учитывающая влияния свободных поверхностей в шпуре.

Полученные численным моделированием картины распределения полей температур и термонапряжений показывают, что магистральная трещина будет развиваться с наружных граней блока и почти на уровне нижнего основания электрода. Второй максимум растягивающих напряжений наблюдается в верхней части блока, где также предполагается развитие магистральной трещины.

### Механизмы развития магистральных трещин

Для методической отладки алгоритма была выбрана модельная задача о прорастании магистральной трещины между двумя шпурами в породе типа гранита. Шпуры радиусом  $R_{sp} = 21$  мм располагались на расстоянии  $d = 10R_{sp}$  перпендикулярно расчетной плоскости. Радиус шпура разбивался на 4 счетные ячейки.  $\Delta_x = \Delta_y = R_{sp} = 5.25$  мм. При  $l_0 = 0.146$  мм характерному размеру ячейки соответствует трещина второго иерархического уровня  $l_2 = 5.25$  мм, при этом  $l_1 = 0.875$  мм. По линии шпуров задавалось симметричное, постоянное во времени распределение напряжений  $\sigma_y$  нормальных линий шпуров. Три рассмотренных варианта распределения напряжений  $\sigma_y$  приведены на рис. 4.

Расчеты проводились для следующих значений прочностных и термокинетических параметров породы:  $\sigma_{comp} = 120$  МПа,  $\sigma_{tens} = 10$  МПа,  $\nu = 0.3$ ,  $U_j = 10^5$  Дж/мол,  $\gamma = 9.375 \cdot 10^{-3}$  м<sup>3</sup>/мол,  $T = 300$  К.

Результаты расчета распространения фронта разрушения породы от времени по линии шпуров представлены на рис. 5.

В рассматриваемой постановке задачи время установления поля напряжений полагается мгновенным. В связи

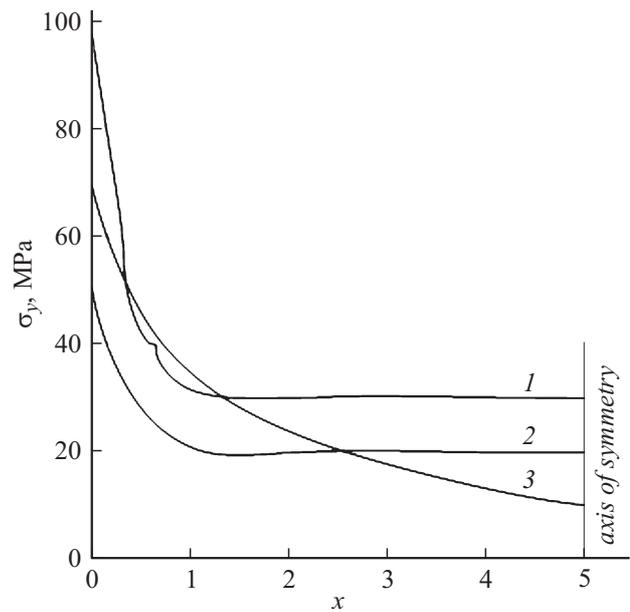


Рис. 4. Геометрия модельной задачи и три варианта распределения напряжений  $\sigma_y$  по оси между шпурами.  $x = (N)$  5 ячеек.

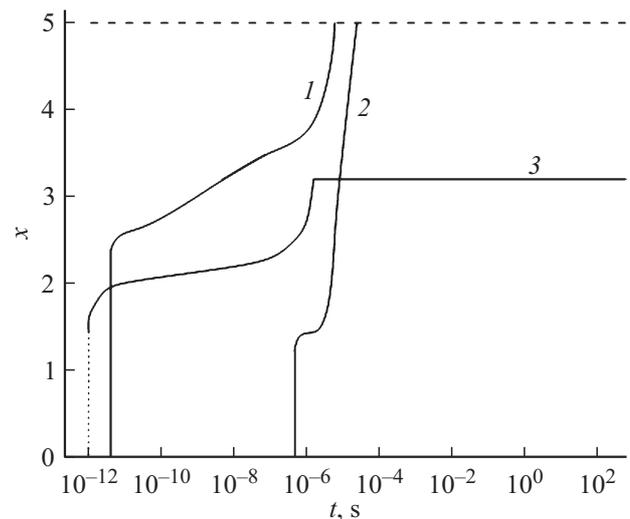


Рис. 5. Зависимость расстояния распространения фронта разрушения от времени для трех вариантов распределения напряжений  $\sigma_y$  по оси между шпурами.  $x = (N)$  5 ячеек.

с этим в случае нагрузки с распределением напряжений по линии, ограниченной расстоянием  $x = 2.25R_{sp}$  происходят зарождение, накопление и слияние микротрещин и трещин первого уровня. В результате образуются трещины второго уровня с характерным размером, равным характерному размеру счетной ячейки. Тем самым достигается разрушение породы в ячейках указанной области. Размер этой области соответствует уровню напряжений, равному пределу прочности на растяжение.

В более удаленных ячейках, где нагрузка падает ниже предела прочности на растяжение, скорость разрушения

механизмом роста концентрации микротрещин падает, и начиная с моментов времени  $t = 10^{-6}$  s разрушение происходит механизмом прорастания магистральной трещины. В случае нагрузки с распределением напряжений по кривой 2 (рис. 4) характер разрушения сохраняется (кривая 2 на рис. 5). Поскольку нагружающие напряжения ниже, чем в первом случае, уменьшается размер области, разрушаемой в результате роста концентрации микротрещин, и увеличивается роль механизма магистральной трещины. В этих случаях магистральная трещина прорастает до плоскости симметрии, что обеспечивает разрушение породы между двумя шпурами с образованием магистральной трещины между ними.

Механизм разрушения ростом концентрации микротрещин обеспечивает разрушение породы вплоть до областей, в которых величина максимальных растягивающих напряжений становится равной  $\sigma \approx 0.7[\sigma_{\text{tens}}]$ , а механизм роста магистральной трещины — до уровня напряжений (рис. 4, 5)  $\sigma \approx 0.7[\sigma_{\text{tens}}]$ , т.е. в областях, не отвечающих критерию максимальных растягивающих напряжений. Нагрузка с распределением напряжений по кривой 3 (рис. 4) отличается тем, что при  $x = 2.75R_{\text{sp}}$  напряжения становятся сжимающими. В этом случае разрушение вплоть до уровня нагрузок  $\sigma \approx 0.7[\sigma_{\text{tens}}]$  сохраняет все указанные выше закономерности. Включающийся затем механизм роста магистральной трещины обеспечивает ее прорастание только лишь до границы области растягивающих напряжений, и разрушения области сжимающих напряжений не происходит даже при временах нагружения, превышающих  $10^3$  s (кривая 3 на рис. 5). Отсюда следует, что границу области растягивающих напряжений можно трактовать как границу области, за которую разрушение, начавшееся в области больших растягивающих напряжений, проникнуть не может.

Теоретическое исследование комплекса этих процессов традиционными аналитическими методами представляет собой весьма сложную задачу [73–80].

В дальнейших работах будут изложены материалы исследования и подробно будет изложено развитие магистральной трещины в области растягивающих напряжений при применении метода акустико-эмиссионного прогнозирования механического разрушения и кинетическая модель микротрещинообразования твердых тел [81–91] с одновременной регистрацией электростатических полей [92–97].

## Выводы

Научная значимость исследований состоит в разработке модели развития микро- и макротрещиноватости при воздействии электромагнитных полей с помощью ВЧ электродов.

Полученные численным моделированием картины распределения полей температур и термонапряжений

показывают, что магистральная трещина будет развиваться с наружных граней блока и почти на уровне нижнего основания электрода. Второй максимум растягивающих напряжений наблюдается в верхней части блока, где также предполагается развитие магистральной трещины.

Предложена методика численного расчета развития магистральной трещины в одномерном поле растягивающих напряжений, сформированном в результате электромагнитного нагрева. Методика позволяет определить длину образующей трещины в зависимости от распределения растягивающих напряжений в породе и времени нагрева.

## Список литературы

- [1] Саломатов В.В., Пащенко С.Э., Сладков С.О., Саломатов В.В. // Инженерно-физический журн. 2016. Т. 89. № 1. С. 49.
- [2] Meadows D.H., Meadows D.L., Rangers J., Behrens W.W. The Limits to Growths. NY: University Books, 1972. P. 70–77.
- [3] Rhodes M. Introduction to particle technology, Monash University, Australia. 2nd Edition, John Wiley & Sons Ltd, The Atrium, Southern Gate, Chichester, West Sussex PO19 8SQ, England, 2008.
- [4] Singh Kedar Prasad, Kakati Mohan Chandra // Res. and Ind. 1994. Vol. 39. № 3. С. 198–201.
- [5] Данилов О.С., Михеев В.А., Москаленко Т.В. // Горн. информ.-аналит. бюллетень. 2010. № 3. С. 203–208.
- [6] Данилов О.С., Михеев В.А., Москаленко Т.В. // Изв. Самарского ИЦ РАН. 2011. Т. 13. № 1 (5). С. 1264–1267.
- [7] Marland S., Han B., Merchant A., Rowson N. // Fuel. 2000. Vol. 79. P. 1283–1288.
- [8] Marland S., Merchant A., Rowson N. // Fuel. 2001. Vol. 80. P. 1839–1849.
- [9] Данилов О.С., Михеев В.А., Москаленко Т.В. // Горн. информ.-аналит. бюллетень. Региональное приложение. Дальний Восток. 1. 2009. Вып. 4. С. 285–289.
- [10] Lichao Ge, Yanwei Zhang, Zhihua Wang, Junhu Zhou, Kefa Cen // Energy Conversion and Management. 2013. Vol. 71. P. 84–91.
- [11] Lester E., Kingman S. // Fuel. 2004. Vol. 83. P. 1941–1947.
- [12] Красновский С.С. // Горный информ.-аналит. бюллетень. 1999. № 3. С. 163.
- [13] Образцов А.П., Уваров А.П., Максименко А.Г. // Сб. Термомеханические методы разрушения горных пород. Киев: Наукова думка, 1976. С. 149.
- [14] Автореф. канд. дис. Красновский С.С. Исследование взаимодействия электромагнитных полей ВЧ и СВЧ с горными породами для разработки способов и средств их разрушения: М., 1999. 46 с.
- [15] Долголаптев А.В., Вороновский Ю.Д., Красновский С.С., Нистратов В.Ф., Образцов А.П. // Горный информ.-аналит. бюллетень. 2000. Т. 10. С. 99–101.
- [16] Mohindar S. // Department of Physics. West Virginia University, United States, 2011. P. 164–168.
- [17] Пат. № 2514826. Способ СВЧ-градиентной активации угольного топлива с использованием защитной пленки / Пащенко С.Э., Алексеев С.В., Пащенко С.С., Коляда В.В., Саломатов В.В. 2012. Бюл. № 13.

- [18] Старовойт А.Г., Малый Е.И., Чемеринский М.С. // Кокс и химия. 2010. № 9. С. 2–4.
- [19] Lester E., Kingman S., Dodds C., Patrick J. // Fuel. 2006. Vol. 85. P. 2057–2063.
- [20] Ruisánchez E., Arenillas A., Juárez-Pérez E.J., Menéndez J.A. // Fuel. 2012. Vol. 102. P. 65–71.
- [21] Menéndez J.A., Arenillas A., Fidalgo B., Fernández Y., Zubizarreta L., Calvo E.G., Bermádez J.M. // Fuel Proc. Technol. 2010. Vol. 91. P. 1–8.
- [22] Menéndez J.A., Juárez-Pérez E.J., Ruisánchez E., Bermádez J.M., Arenillas A. // Carbon. 2010. Vol. 49. P. 346–349.
- [23] Kanilo P.M., Kazantsev V.I., Rasyuk N.I., Schünemann K., Varviv D.M. // Fuel. 2003. Vol. 82. N 2. P. 187–193.
- [24] Varviv D.M., Kazantsev V.I., Kanilo P.M., Rasyuk N.I., Schünemann K., Crytsayenko S.V. // Telecommunication and Radio Engineer. 2004. Vol. 61. N 8. P. 650–662.
- [25] Hardgrove R.M. // Trans. Am. Soc. Mech. Eng. 1932. Vol. 54. P. 37–46.
- [26] Серго Е.Е. Дробление, измельчение и грохочение полезных ископаемых: Учебник для вузов. М.: Недра, 1985.
- [27] Austin L.G., Bagga P., Celik M. // Powder Technol. 1981. Vol. 28. P. 235–240.
- [28] Kingman S.W., Rowson N.A. // Mineral Engineer. 1998. Vol. 11 (11). P. 1081–1088.
- [29] Delibalta M.S., Toraman O.Y. // Energy Sci. Technol. 2012. Vol. 3. No 2. P. 46–49.
- [30] Sahoo B.K., Dea S., Meikap B.C. // Fuel. Proc. Technol. 2011. Vol. 92. P. 1920–1928.
- [31] Sahoo B.K., De S., Carsky M., Meikap B.C. // Ind. Eng. Chem. Res. 2010. Vol. 49. P. 3015–3021.
- [32] Kingman S. Microwave pre-treatment of coal and coal blends to improve milling performance. BCURA Project B76, Final Report-January 2006.
- [33] Диденко А.Н. СВЧ энергетика теория и практика. М.: Наука, 2003.
- [34] Samanli S. // Fuel. 2011. Vol. 90. P. 659–664.
- [35] Toraman O.Y. // Energy Sources. Part A. 2010. Vol. 32. P. 1794–1800.
- [36] Delibalta M.S., Toraman O.Y. // Energy Sci. Technol. 2012. Vol. 3. N 2. P. 46–49.
- [37] Altiner M., Yıldırım M., Vapur H. Effects of Microwave and Conventional Drying Methods on Grinding Characteristics of Afsin-Elbistan Lignite. XIII Intern. Mineral Proc. Sympos. 2012. Bodrum, Turkey. P. 737–747.
- [38] Marland S., Han B., Rowson N.A., Merchant A.J. // Acta Montanistica Slovaca Ročník. 1998. Vol. 3. N 3. P. 351–355.
- [39] Lester E., Kingman S. // Energy and Fuel. 2004. N 18. P. 140–147.
- [40] Lester E., Kingman S., Dodds C. // Fuel. 2005. Vol. 84. Pp. 423–427.
- [41] Sahoo B.K., Dea S., Meikap B.C. // Fuel Proc. Technol. 2011. Vol. 92. P. 1920–1928.
- [42] Kumar H., Lester E., Kingman S., Bourne R., Avila C., Jones A., Robinson J., Halleck P.M., Mathews J.P. // Intern. J. Coal Geology. 2011. Vol. 88. P. 75–82.
- [43] Ruisánchez E., Arenillas A., Juárez-Pérez E.J., Menéndez J.A. // Fuel. 2012. Vol. 102. P. 65–71
- [44] Takanashi T., Watanabe S. IEEE Trans. Nucl. Sci. 2001. Vol. 48. P. 950.
- [45] Беляев А.А., Беляев А.Е., Ермолович И.Б. и др. // ЖТФ. 1998. Т. 68. С. 49.
- [46] Ребько Р.А., Будзуляк С.И., Корбутяк Д.В., Лоцько А.П., Вахняк Н.Д., Демчина Л.А., Калитчук С.М., Конакова Р.В., Миленин В.В., Быков Ю.В., Егоров С.В., Еремеев А.Г. // ФТП. 2015. Т. 49. № 7. С. 916
- [47] Ключник А.В. // ЖТФ. 1992. Т. 69. С. 99.
- [48] Корбутяк Д.В., Лоцько А.П., Вахняк Н.Д. и др. // ФТП. 2011. Т. 45. С. 1175.
- [49] Ермолович И.Б., Конакова Р.В., Миленин В.В. и др. // Физика и химия твердого тела. 2006. Т. 7. С. 763.
- [50] Ермолович И.Б., Миленин Г.В., Миленин В.В. и др. // ЖТФ. 2007. Т. 77. С. 71.
- [51] Журков С.Н., Куксенко В.С., Махмудов Х.Ф., Пономарев А.В. // ДАН. 1997. Т. 35. Вып. 4. С. 470–472.
- [52] Куксенко В.С., Томили Н.Г., Махмудов Х.Ф., Бенин А.В. // Письма в ЖТФ. 2007. Т. 33. Вып. 2. С. 31–35.
- [53] Куксенко В.С., Махмудов Х.Ф., Ильинов М.Д., Абдурахмонов З.М. Вестник Инженерной школы Дальневосточного федерального ун-та. 2014. № 3 (20). С. 98–108.
- [54] Куксенко В.С., Махмудов Х.Ф., Мансуров В.А., Султонов У., Рустамова М.З. // ФТПРПИ. 2009. № 4. С. 55–59.
- [55] Махмудов Х.Ф. // Деформация и разрушение материалов. 2012. № 8. С. 41–45.
- [56] Махмудов Х.Ф., Куксенко В.С. // ФТТ. 2005. Т. 47. Вып. 5. С. 856–859.
- [57] Махмудов Х.Ф., Куксенко В.С., Томили Н.Г., Бенин А.В. // Вестник Тамбовского ун-та. Сер. Естественные и технические науки. 2013. Т. 18. № 4–2. С. 1909–1910.
- [58] Менжулин М.Г., Махмудов Х.Ф., Куксенко В.С., Султонов У. // Вестник Тамбовского ун-та. Сер. Естественные и технические науки. 2013. Т. 18. № 4–2. С. 1667–1668.
- [59] Менжулин М.Г., Махмудов Х.Ф., Щербаков И.П. LAMBERT Academic Publishing, 2014. С. 68.
- [60] Менжулин М.Г., Махмудов Х.Ф., Щербаков И.П. Наука сегодня: теория, практика, инновации. Ростов-на-Дону, 2014. С. 159–187.
- [61] Махмудов Х.Ф., Менжулин М.Г., Захарян М.В., Султонов У., Абдурахманов З.М. // ЖТФ. 2015. Т. 85. Вып. 11. С. 79–85.
- [62] Менжулин М.Г., Махмудов Х.Ф., Томили Н.Г., Бенин А.В., Султонов У., Абдурахманов З.М. // Научное обозрение. 2015. № 24. С. 37–46.
- [63] Rui Yao, Song Yi Liao, Chang Lu Dai, Yu Chen Liu, Xiao Yu Chen, Feng Zheng // International J. Heat and Mass Transfer. 1994. Vol. 37. N 6. P. 1013–1027.
- [64] Li W., Ebadian M.A., White T.L., Grubb R.G., Foster D. // Chem. Engineer. Sci. 2011. Vol. 66. N 23. P. 5832–5851.
- [65] Дмитриев А.П., Гончаров С.А. Термическое и комбинированное разрушение горных пород. М.: Недра, 1978.
- [66] Менжулин М.Г., Шишов А.Н., Серышев С.В. // ВНИМИ. 1995. С. 59–65.
- [67] Мисник Ю.М., Хоминский В.А. Разрушение горных пород электрофизическими методами Л.: ЛГИ, 1984. С. 65–85.
- [68] Красновский С.С., Образцов А.П. Расчет поля температур в породе и комплексной нагрузки генератора при высокочастотном контактно разрушении горных пород. Физика горных пород и процессов / Тез. докл. Всесоюз. конф. ВУЗов с участием НИИ. М., 1971. С. 174–175.
- [69] Красновский С.С. // Науч. сообщ. ИГД им. А.А. Скочинского. М., 1989. С. 101–108.
- [70] Красновский С.С., Эпштейн Е.Ф., Образцов А.П. // Науч. сообщ. ИГД им. А.А. Скочинского. Вып. 54. М., 1968. С. 96–99.
- [71] Красновский С.С., Арш Э.И., Друкованный М.Ф. // Известия ДГИ. Т. 40. Днепропетровск, 1961. С. 124–130.
- [72] Красновский С.С., Захаров Ю.Н. Новые возможности высокочастотного контактного способа разрушения горных пород. Тез. докл. Неделя горняка. М.: МГУ, 1994. С. 193.

- [73] Литвиненко В.С., Богуславский Э.И., Коржавых П.В. // Записки Горного института. 2012. Т. 195. С. 115–119.
- [74] Завьялов А.Д. // ФТТ. 2005. Т. 47. Вып. 6. С. 1000–1008.
- [75] Опарин В.Н., Востриков В.И., Усольцева О.М., Цой П.А., Семенов В.Н. // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. 2015. № 3. С. 180–191.
- [76] Соболев Г.А., Веттегрень В.И., Ружич В.В., Киреевкова С.М., Смольская А.И., Мамалимов Р.И., Кулик В.Б. // Геофизические исследования. 2015. Т. 16. № 4. С. 5–14.
- [77] Мельников Н.Н., Козырев А.А. // Горный информационно-аналит. бюллетень (Научно-технический журнал). Спец. выпуск 56. 2015. С. 7–23.
- [78] Адушкин В.В., Кочарян Г.Г., Остапчук А.А. // ДАН. 2016. Т. 467. № 1. С. 86.
- [79] Веттегрень В.И., Куксенко В.С., Щербаков И.П. // ЖТФ. 2011. Т. 81. Вып. 4. С. 148.
- [80] Веттегрень В.И., Куксенко В.С., Щербаков И.П. // ФТТ. 20012. Т. 54. С. 1342.
- [81] Nosov V.V. // Russian J. Nondestructive Testing. 2016. Vol. 52. N 7. P. 386–399.
- [82] Куксенко В.С., Ляшков А.И., Савельев В.Н. // Дефектоскопия. 1980. № 6. С. 57–63.
- [83] Ляшков А.И., Инжесваткин И.Е., Савельев В.Н. // Дефектоскопия. 1980. № 6. С. 98–101.
- [84] Носов В.В. // Дефектоскопия. 2014. № 12. С. 24–35.
- [85] Носов В.В., Бураков И.Н. // Дефектоскопия. 2004. № 2. С. 53–61.
- [86] Носов В.В., Ельчанинов Г.С. // Дефектоскопия. 2011. № 12. С. 55–66.
- [87] Носов В.В., Лаврин В.Г. // Дефектоскопия. 2012. № 3. С. 18–26.
- [88] Nosov V.V., Lachova T.N. // Russian J. Nondestructive Testing. 2012. Vol. 48. N 2. P. 75–84.
- [89] Stanchits S., Burghardt J., Surdi A. // Rock. Mech. Rock. Eng. 2015. Vol. 48. P. 2513–2527.
- [90] Lacidogna G., Carpinteri A., Manuello A., Durin G., Schiavi A., Niccolini G., Agosto A. // Strain. 2011. Vol. 47. (SUPPL. 2). P. 144–152.
- [91] Nosov V.V., Potapov A.I. // Russian J. Nondestructive Testing. 2015. Vol. 51. N 1. P. 50–58.
- [92] Lockner D.A., Byerlee J.D., Kuksenko V.S., Ponomarev A.V. // Pure Appl. Geophys. PAGEOPH. 1986. Vol. 124. N 3. P. 601–608.
- [93] Lockner D.A., Stanchits S.A. // J. Geophys. Research. B: Sol. Earth. 2002. Vol. 107. N 12. P. ETG 13-1–13-14.
- [94] Soloviev S.P., Spivak A.A. // Izvestiya Phys. Sol. Earth. 2009. Vol. 45. N 4. P. 347–355.
- [95] Махмудов Х.Ф. // ЖТФ. 2011. Т. 81. Вып. 1. С. 76.
- [96] Куксенко В.С., Махмудов Х.Ф. // Письма в ЖТФ. 2004. Т. 30. Вып. 14. С. 82–88.
- [97] Махмудов Х.Ф. // Современные наукоемкие технологии. 2015. № 12-3. С. 426–428.