

## Возвратные фазы в компенсированных феррохолестериках

© А.Н. Захлевных, К.В. Кузнецова

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
Пермь, Россия

E-mail: anz@psu.ru

(Поступила в Редакцию 15 марта 2017 г.)

Теоретически изучено влияние магнитного поля на ориентационные и магнитные свойства компенсированного феррохолестерика — суспензии игольчатых феррочастиц в холестерическом жидком кристалле. Рассмотрен фазовый переход феррохолестерик—ферронематик в магнитном поле, перпендикулярном оси спиральной структуры. Исследована зависимость поля перехода в ферронематическую фазу от материальных параметров суспензии, а также шага спиральной структуры и намагниченности от напряженности поля. Показана возможность существования возвратной феррохолестерической фазы.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 16-42-590539).

DOI: 10.21883/FTT.2017.09.44859.079

### 1. Введение

Холестерические жидкие кристаллы (ХЖК) обладают спиральной надмолекулярной структурой и вследствие этого замечательными оптическими свойствами [1]. Это обусловлено тем, что шаг спиральной структуры ХЖК обладает высокой чувствительностью к внешним воздействиям, в частности к электрическим и магнитным полям. Известно [1], что спиральная структура ХЖК с положительной анизотропией диамагнитной восприимчивости  $\chi_a$  или диэлектрической проницаемости  $\epsilon_a$  раскручивается во внешнем магнитном или электрическом поле, приложенном перпендикулярно оси спирали. Вследствие малости  $\chi_a$  этот эффект наблюдается лишь в сильных магнитных полях. Для повышения магнитной восприимчивости ХЖК можно внедрить в него игольчатые магнитные частицы. Такие магнитные суспензии, приготовленные на основе ХЖК, получили название феррохолестериков (ФХ) [2]. В них ввиду ориентационной связи между игольчатыми магнитными частицами и ХЖК-матрицей вектор намагниченности спирально закручен в пространстве вокруг некоторой оси. В этом смысле ФХ представляет собой жидкокристаллический аналог геликоидальных ферро- или антиферромагнетиков. В отличие от твердых ферро- или антиферромагнетиков магнитные частицы в ФХ имеют возможность пространственного перемещения, мигрируя в те области образца, где минимальна их магнитная и ориентационная энергия (так называемый эффект сегрегации [2]).

Наличие жидкокристаллической и магнитной подсистем в композитной системе — феррохолестерике — приводит к тому, что ФХ обладает двумя механизмами ориентационного взаимодействия с магнитным полем: квадрупольным (диамагнитным) взаимодействием магнитного поля с жидкокристаллической (ЖК) матрицей и дипольным (ферромагнитным) влиянием поля на магнитные моменты частиц. Феррохолестерики привлекают

внимание в связи с возможностью посредством слабых внешних магнитных полей изменять спиральность образуемой текстуры и тем самым легко модулировать спектральный состав отраженного света.

Выше температуры перехода в мезофазу такие суспензии изотропны и по свойствам близки к обычным магнитным жидкостям. При охлаждении в ЖК-матрице происходит фазовый переход в жидкокристаллическое состояние и возникает дальний ориентационный порядок. Если охлаждение осуществляется в отсутствие магнитного поля, то образующаяся суспензия получается компенсированной с нулевой макроскопической намагниченностью, так как в ней имеются равные доли феррочастиц с противоположно направленными магнитными моментами. Если охлаждение суспензии из изотропной фазы производится в подмагничивающем поле, то в упорядоченной фазе магнитные моменты частиц оказываются упорядоченными. Таким образом, в зависимости от способа приготовления различают намагниченные (ЖК-аналоги геликоидальных ферромагнетиков) и компенсированные (ЖК-аналоги геликоидальных антиферромагнетиков) феррохолестерики.

Первые синтезированные феррохолестерики [3] не отличались устойчивостью. Однако в последние годы в связи с успехами синтеза геликоидальных ферросуспензий появилось множество экспериментальных работ [4–13], в которых изучаются различные свойства этих новых мягких магнитных материалов. Имеющиеся теоретические работы посвящены в основном геликоидальным феррохолестерикам [14–20]; компенсированные ФХ до сих пор не рассматривались. В настоящей работе изучается влияние магнитного поля на ориентационную структуру компенсированного феррохолестерика с гомеотропным сцеплением магнитных частиц с ХЖК-матрицей; случай планарного сцепления исследован в недавней работе [21].

## 2. Свободная энергия феррохолестерика

Рассмотрим ориентационные и магнитные свойства компенсированного ФХ с жестким гомеотропным сцеплением между феррочастицами и молекулами ХЖК в магнитном поле, перпендикулярном оси спиральной структуры. Приложенное к нему магнитное поле воздействует как на магнитные моменты феррочастиц (дипольный механизм), так и на диамагнитную холестерическую матрицу (квадрупольный механизм). Будем полагать, что диамагнитная анизотропия матрицы  $\chi_a$  положительна, тогда директор будет стремиться повернуться в направлении поля, а гомеотропные условия сцепления (магнитные частицы внедрены в ХЖК-матрицу таким образом, что их главные оси перпендикулярны локальному директору  $\mathbf{n}$ ) приводят к тому, что эти механизмы являются конкурирующими, так как стремятся повернуть директор феррохолестерика в противоположных направлениях.

Вызванное магнитным полем искажение ориентационной структуры ФХ можно рассматривать в рамках континуальной теории, основанной на функционале свободной энергии  $\mathcal{F} = \iiint F dV$ . Здесь плотность свободной энергии  $F$  имеет вид [2,16,22,23]

$$F = F_1 + F_2 + F_3 + F_4, \quad (1)$$

где

$$F_1 = \frac{1}{2} [K_{11}(\operatorname{div} \mathbf{n})^2 + K_{22}(\mathbf{n} \operatorname{rot} \mathbf{n} + q_0)^2 + K_{33}(\mathbf{n} \times \operatorname{rot} \mathbf{n})^2],$$

$$F_2 = -\frac{\chi_a}{2} (\mathbf{nH})^2,$$

$$F_3 = -M_s(f_+ - f_-)(\mathbf{mH}),$$

$$F_4 = \frac{k_B T}{\nu} [f_+ \ln f_+ + f_- \ln f_-],$$

$K_{11}, K_{22}, K_{33}$  — модули ориентационной упругости Франка,  $q_0$  — собственное волновое число спиральной структуры ХЖК,  $\chi_a = \chi_{\parallel} - \chi_{\perp}$  — анизотропия диамагнитной восприимчивости ХЖК,  $M_s$  — намагниченность насыщения материала феррочастиц,  $\nu$  — объем частицы,  $k_B$  — постоянная Больцмана,  $T$  — температура,  $\mathbf{m}$  — единичный вектор намагниченности,  $\mathbf{n}$  — директор жидкого кристалла,  $f_+$  и  $f_-$  — объемные доли магнитных частиц в суспензии с магнитными моментами, направленными вдоль  $\mathbf{m}$  и  $-\mathbf{m}$  соответственно. Мы рассматриваем компенсированный ФХ, т.е. в отсутствие поля  $f_+ = f_- = f_0/2$ . Среднюю объемную долю частиц в суспензии полагаем малой ( $f_0 = N\nu/V \ll 1$ ), поэтому магнитными диполь-дипольными взаимодействиями частиц можно пренебречь (здесь  $N$  — число примесных частиц,  $V$  — объем суспензии).

Слагаемое  $F_1$  в выражении (1) представляет собой объемную плотность энергии ориентационно-упругих деформаций директора  $\mathbf{n}$ ;  $F_2$  описывает взаимодействие

диамагнитной ЖК-матрицы с магнитным полем  $\mathbf{H}$ ; вклад  $F_3$  отвечает взаимодействию магнитных частиц с полем;  $F_4$  описывает вклад энтропии смешения идеального раствора частиц в свободную энергию.

Вследствие спиральной структуры ХЖК вектор намагниченности твердой фазы оказывается в отсутствие поля закручен в пространстве вокруг оси, перпендикулярной  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{m}$ , формируя спираль ФХ с шагом  $p_0 = 2\pi/q_0$ . Под действием внешнего магнитного поля  $\mathbf{H} = (0, H, 0)$ , перпендикулярного оси спирали ФХ, ориентационная структура теряет геликоидальный характер, и зависимость компонент директора и намагниченности от координаты  $z$  перестает быть гармонической:

$$\mathbf{n} = (\cos \varphi(z, H), \sin \varphi(z, H), 0), \quad (2)$$

$$\mathbf{m} = (-\sin \varphi(z, H), \cos \varphi(z, H), 0), \quad (3)$$

где  $\varphi(z, H)$  — угол поворота директора и намагниченности, отсчитываемый от оси  $x$ .

Подставим выражения (2) и (3) в плотность свободной энергии (1)

$$F = \frac{K_{22}}{2} \left( \frac{d\varphi}{dz} - q_0 \right)^2 - \frac{\chi_a H^2}{2} \sin^2 \varphi - M_s(f_+ - f_-)H \cos \varphi + \frac{k_B T}{\nu} (f_+ \ln f_+ + f_- \ln f_-). \quad (4)$$

Для перехода к безразмерным переменным выберем в качестве единицы длины величину  $q_0^{-1}$ , тогда безразмерная координата  $\tilde{z} = q_0 z$ . Введем обозначения для безразмерных параметров [14]

$$\xi \equiv \frac{M_s f_0}{q_0 \sqrt{K_{22} \chi_a}}, \quad \kappa \equiv \frac{k_B T f_0}{\nu K_{22} q_0^2}, \quad h = \frac{H}{H_q}. \quad (5)$$

Здесь  $h$  представляет собой безразмерную напряженность поля, измеренную в единицах поля перехода в нематическую фазу  $H_q = q_0 \sqrt{K_{22} / \chi_a}$  в беспримесном ХЖК [1]. Параметр  $\xi$  характеризует режимы раскручивания спирали (при  $\xi \gg 1$  преобладает дипольный режим, при  $\xi \ll 1$  — квадрупольный режим). Параметр  $\kappa$  отвечает за эффект сегрегации [2]: под действием магнитного поля  $\mathbf{H}$  магнитные частицы мигрируют вдоль оси спирали в те ее области, в которых минимальна их магнитная и ориентационная энергия. При  $\kappa \gg 1$  сегрегация частиц незначительна.

Заметим, что концентрации двух магнитных подсистем компенсированного ФХ удовлетворяют условию постоянства числа частиц в суспензии

$$\int (f_+ + f_-) dV = N\nu. \quad (6)$$

Определим приведенные объемные доли  $g_{\pm}$  частиц соотношением  $f_{\pm} = f_0 g_{\pm}$ , тогда условие (6) запишется в виде

$$\frac{1}{V} \int (g_+ + g_-) dV = 1. \quad (7)$$

Переходя в выражении (4) к безразмерным величинам, имеем

$$\tilde{F} = \frac{F}{K_{22}q_0^2} = \frac{1}{2} \left( \frac{d\varphi}{d\tilde{z}} - 1 \right)^2 - \frac{1}{2} h^2 \sin^2 \varphi - \xi h (g_+ - g_-) \cos \varphi + \kappa (g_+ \ln g_+ + g_- \ln g_-). \quad (8)$$

Поскольку объемные доли  $g_+$  и  $g_-$  зависят только от  $z$ , условие (7) примет вид

$$\frac{1}{\tilde{p}} \int_0^{\tilde{p}} (g_+ + g_-) d\tilde{z} = 1, \quad (9)$$

где  $\tilde{p} \equiv q_0 p$  — шаг спирали в поле.

Полная свободная энергия

$$\tilde{\mathcal{F}} \equiv \frac{\mathcal{F}}{VK_{22}q_0^2} = \frac{1}{\tilde{p}} \int_0^{\tilde{p}} \tilde{F} d\tilde{z} \quad (10)$$

представляет собой функционал относительно  $\varphi(z)$ ,  $g_+(z)$  и  $g_-(z)$ , где  $\tilde{F}$  — безразмерная плотность полной свободной энергии (8). Равновесному состоянию суспензии отвечает минимум функционала (10).

Минимизируя (10) по  $\varphi(z)$ , получим

$$\frac{d^2\varphi}{d\tilde{z}^2} = -\frac{1}{2} h^2 \sin 2\varphi + \xi (g_+ - g_-) h \sin \varphi. \quad (11)$$

Минимизация свободной энергии (10) по  $g_{\pm}(z)$  при условии постоянства числа частиц в образце (9) дает распределение концентрации частиц в двух магнитных подсистемах

$$g_{\pm}(\tilde{z}) = Q \exp \left\{ \pm \frac{\xi h}{\kappa} \cos \varphi(\tilde{z}) \right\}. \quad (12)$$

Здесь нормировочный множитель  $Q$  определяется из условия (9)

$$Q^{-1} = \frac{2}{\tilde{p}} \int_0^{\tilde{p}} \cosh \left\{ \frac{\xi h}{\kappa} \cos \varphi(\tilde{z}) \right\} d\tilde{z}. \quad (13)$$

Формула (12) описывает эффект сегрегации магнитной примеси, заключающийся в том, что частицы мигрируют вдоль оси спирали в те ее части, в которых минимальна их зеэмановская энергия в поле  $\mathbf{H}$ .

Уравнение (11) имеет первый интеграл

$$\frac{d\varphi}{d\tilde{z}} = \sqrt{A(\varphi)}, \quad (14)$$

где введено обозначение

$$A(\varphi) \equiv C - h^2 \sin^2 \varphi - 2\kappa (g_+ + g_-). \quad (15)$$

Здесь  $C$  — константа интегрирования. Мы выбрали знак плюс перед корнем в (14), полагая, что с ростом  $z$

угол поворота директора и намагниченности растет (вращение против часовой стрелки).

В выражении (13) с помощью (14) можно перейти к интегрированию по углу  $\varphi$ , тогда получим

$$Q^{-1} = \frac{2}{\tilde{p}} \int_0^{2\pi} \cosh \left\{ \frac{\xi h}{\kappa} \cos \varphi(\tilde{z}) \right\} \frac{d\varphi}{\sqrt{A(\varphi)}}. \quad (16)$$

Уравнение (14) позволяет определить неявную функцию  $\varphi(\tilde{z}, h)$ . Выбирая начало координат так, что  $\varphi(0) = 0$ , находим

$$\tilde{z} = \int_0^{\varphi(\tilde{z})} \frac{d\varphi}{\sqrt{A(\varphi)}}. \quad (17)$$

Шагу спирали  $p$  соответствует изменение угла  $\varphi$  на  $2\pi$ , поэтому из уравнения (17) находим выражение для шага спирали в поле

$$\tilde{p} = \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{\sqrt{A(\varphi)}}. \quad (18)$$

Константа интегрирования  $C$  находится из условия минимума полной свободной энергии (10)

$$\partial \tilde{\mathcal{F}} / \partial C = 0. \quad (19)$$

Вычисляя (10) с помощью (8), получим уравнение для  $C$

$$\int_0^{2\pi} \sqrt{A(\varphi)} d\varphi = 2\pi. \quad (20)$$

Это позволяет с помощью (14) и (20) представить свободную энергию (10) в виде

$$\tilde{\mathcal{F}} = \frac{1 - C}{2} + \kappa \ln(eQ). \quad (21)$$

Здесь  $e$  — основание натуральных логарифмов.

Определим магнитные характеристики ФХ. Принимая во внимание (3) и (12), для приведенной намагниченности  $\mathbf{M} = \mathcal{M} / (M_s f_0)$ , где  $\mathcal{M} = M_s (f_+ - f_-) \mathbf{m}$ , находим

$$\mathbf{M} = 2Q \mathbf{m} \sinh \left\{ \frac{\xi h}{\kappa} \cos \varphi \right\}. \quad (22)$$

Это соотношение позволяет найти компоненты вектора приведенной намагниченности, усредненные по периоду спиральной структуры

$$\langle \mathbf{M} \rangle = \frac{1}{\tilde{p}} \int_0^{2\pi} \mathbf{M} d\tilde{z}. \quad (23)$$

Переходя к интегрированию по  $\varphi$  с помощью (14), получаем

$$\langle M_x \rangle = \langle M_z \rangle = 0,$$

$$\langle M_y \rangle = \frac{2Q}{\tilde{p}} \int_0^{2\pi} \cos \varphi \sinh \left\{ \frac{\xi h}{\kappa} \cos \varphi \right\} A^{-1/2}(\varphi) d\varphi. \quad (24)$$

Таким образом, полная система уравнений (2), (3), (12), (16)–(18), (20) и (24) позволяет определить ориентационные и магнитные характеристики ФХ.

### 3. Поле перехода в ферронематическую фазу

Построенная система уравнений ориентационного и магнитного состояний ФХ позволяет изучить влияние магнитного поля, приложенного перпендикулярно оси спирали, на ориентационную структуру и магнитные свойства ФХ. Как уже отмечалось, такое поле вызывает раскручивание спиральной структуры ФХ при достижении напряженностью поля критического значения  $h_c$ , которое определяется из условия равенства свободной энергии ФХ (21) и свободной энергии раскрученного полем ферронематика (ФН)

$$\tilde{F}_0 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} h^2 \sin^2 \varphi_c - \xi h (g_{0+} - g_{0-}) \cos \varphi_c + \kappa (g_{0+} \ln g_{0+} + g_{0-} \ln g_{0-}), \quad (25)$$

где  $\varphi_c$  — не зависящий от координат угол ориентации директора в ФН-фазе и введена концентрация магнитных частиц в ферронематической фазе

$$g_{0\pm} = Q_c \exp \left\{ \pm \frac{\xi h}{\kappa} \cos \varphi_c \right\},$$

$$Q_c^{-1} = 2 \cosh \left\{ \frac{\xi h}{\kappa} \cos \varphi_c \right\}. \quad (26)$$

Значение угла  $\varphi_c$  определяется условиями минимума  $\partial \tilde{F}_0 / \partial \varphi_c = 0$  свободной энергии (25). Одно из решений этого уравнения ( $\varphi_c = 0$ ) отвечает раскрученной полем ФН-фазе, в которой, согласно формулам (2) и (3), имеем  $\mathbf{m} = (0, 1, 0)$ ,  $\mathbf{n} = (1, 0, 0)$ , т.е.  $\mathbf{n} \perp \mathbf{m} \parallel \mathbf{H}$ . В такой ФН-фазе намагниченность направлена по полю, директор перпендикулярен полю. Назовем такую фазу ФН<sub>||</sub>. В этом случае переход из ФХ-фазы в фазу ФН<sub>||</sub> обеспечивается дипольным (ферромагнитным) механизмом. Фаза ФН<sub>||</sub> устойчива, если

$$\frac{\xi}{h} \tanh \left\{ \frac{\xi h}{\kappa} \right\} \geq 1. \quad (27)$$

Другое решение  $\varphi_c = \pi/2$  уравнения  $\partial \tilde{F}_0 / \partial \varphi_c = 0$  отвечает  $\mathbf{m} = (1, 0, 0)$ ,  $\mathbf{n} = (0, 1, 0)$  (т.е. в раскрученной полем ФН-фазе  $\mathbf{m} \perp \mathbf{n} \parallel \mathbf{H}$ ) и является термодинамически устойчивым при  $\xi^2 \leq \kappa$ . Назовем такую фазу ФН<sub>⊥</sub>,

так как в ней директор направлен по полю, а намагниченность перпендикулярна полю. Раскручивание спиральной структуры ФХ в этом случае обеспечивается квадрупольным (диамагнитным) механизмом.

В точке перехода ФХ–ФН, т.е. при  $h = h_c$ , свободные энергии (21) и (25) должны быть одинаковыми. Это позволяет найти значение константы  $C$  в точке перехода

$$C_c = 2\kappa + h_c^2 \sin^2 \varphi_c. \quad (28)$$

Подставляя теперь  $C_c$  в уравнение (20), находим уравнение для критического поля  $h_c$  перехода из ФХ-фазы в ФН-фазу

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \sqrt{2\kappa \left[ 1 - \cosh \left( \frac{\xi h_c}{\kappa} \cos \varphi \right) \left\{ \cosh \left( \frac{\xi h_c}{\kappa} \cos \varphi_c \right) \right\}^{-1} \right] + h_c^2 (\sin^2 \varphi_c - \sin^2 \varphi)} = 2\pi, \quad (29)$$

где  $\varphi_c$  — одно из указанных выше решений:  $\varphi_c = 0$  или  $\varphi_c = \pi/2$ .

Заметим, что в точке перехода в ФН-фазу (т.е. при  $h = h_c$ )

$$g_{0\pm} = Q_c \exp \left\{ \pm (\xi h_c \cos \varphi_c) / \kappa \right\},$$

$$Q_c = (1/2) \cosh^{-1} \left\{ \xi h_c \cos \varphi_c / \kappa \right\}, \quad (30)$$

$$\langle M_y \rangle_c = \tanh \left\{ \frac{\xi h_c}{\kappa} \cos \varphi_c \right\}. \quad (31)$$

Согласно формуле (31), в фазе ФН<sub>||</sub>, в которой  $\varphi_c = 0$ , находим  $\langle M_y \rangle_c \neq 0$ , т.е. ФН не является компенсированным ( $g_{0+} - g_{0-} \neq 0$ ), и магнитные подсистемы упорядочены по типу ферримагнетика. Отсюда же видно, что в фазе ФН<sub>⊥</sub>, в которой  $\varphi_c = \pi/2$ , находим  $g_{0+} = g_{0-} \neq 0$  и  $\langle M_y \rangle_c = 0$ , т.е. такая ФН-фаза антиферромагнитна.

Представим уравнения для  $C$ ,  $Q$  и  $\langle M_y \rangle$  в удобном для выделения асимптотических зависимостей виде, чтобы определить поведение шага спирали и намагниченности в подкритической области (дипольный режим). Для этого перепишем уравнение для шага (18)

$$C = 2\kappa + h^2 \sin^2 \varphi_c + \frac{2\pi}{\tilde{p}} - \frac{h^2}{\tilde{p}} J_1, \quad (32)$$

где

$$J_1 = \int_0^{2\pi} \cos^2 \varphi \frac{d\varphi}{\sqrt{A(\varphi)}}. \quad (33)$$

В уравнении (16) для  $Q$  выделяем асимптотическое значение

$$Q = \frac{(1/2) \cosh^{-1} \left\{ \xi h \cos \varphi_c / \kappa \right\}}{1 - J_2 / \tilde{p}}, \quad (34)$$

где

$$J_2 = \int_0^{2\pi} \left( 1 - \exp \left\{ 2 \frac{\xi h}{\kappa} \cos^2 \left( \frac{\varphi}{2} \right) \right\} \right) \frac{d\varphi}{\sqrt{A(\varphi)}}. \quad (35)$$

Из уравнения (24) получаем

$$\langle M_y \rangle = \tanh \left\{ \frac{\xi h \cos \varphi_c}{\kappa} \right\} \left[ \frac{1}{1 - J_2/\tilde{p}} - \frac{2J_3}{\tilde{p}} \right], \quad (36)$$

где

$$J_3 = \int_0^{2\pi} \sin^2 \left( \frac{\varphi}{2} \right) \exp \left\{ 2 \frac{\xi h}{\kappa} \cos^2 \left( \frac{\varphi}{2} \right) \right\} \frac{d\varphi}{\sqrt{A(\varphi)}}. \quad (37)$$

Здесь интегралы  $J_1$ ,  $J_2$  и  $J_3$  остаются конечными при  $h \rightarrow h_c$ .

#### 4. Шаг спирали и намагниченность

В отсутствие поля ФХ-фаза не возмущена, но с ростом напряженности поля спиральная структура начинает деформироваться, шаг спирали растет и обращается в бесконечность (переход ФХ–ФН) при  $h = h_c$ . На рис. 1 показаны зависимости критического поля  $h_c$  перехода в ферронематическую фазу от параметра  $\xi$  при различных значениях параметра сегрегации  $\kappa$ , построенные путем численного решения уравнения (29). Вертикальные штриховые линии на этом рисунке отвечают значению  $\xi^2 = \kappa$ .

Как видно из рис. 1, характер решений уравнения (29) в случае компенсированного ФХ зависит от значения параметра  $\xi^2/\kappa$ . При  $\xi < \xi_* = \sqrt{\kappa}$  преобладающим является типичный для жидких кристаллов квадрупольный механизм влияния поля, и раскручивание спиральной структуры ФХ происходит в полях, больших  $\pi/2$ , т.е. поля перехода в чистом ХЖК. Кривые 1 и 2 на рис. 1 отвечают полю перехода ФХ–ФН. Область, лежащая выше этих кривых  $h_c(\xi)$ , отвечает антиферромагнитной фазе ФН $_{\perp}$  с компенсированной магнитной примесью.

При  $\xi > \xi_*$  зависимость  $h_c(\xi)$  двузначна: заданному значению  $\xi$  отвечает два значения  $h_c$ . Область, ограниченная кривыми 1' и 2' на рис. 1, отвечает фазе ФН $_{\parallel}$ , под кривыми и над ними — ФХ-фазе. Как видно из рис. 1, для заданных  $\kappa$  и  $\xi > \xi_*$  меняется последовательность переходов, происходящих в ФХ под действием магнитного поля. Для заданного  $\xi$  значение  $h_c$  на нижней ветви кривых 1' и 2' фазового равновесия отвечает переходу в фазу ФН $_{\parallel}$ , которая остается устойчивой до достижения полем значения  $h_c$ , соответствующего верхней ветви этих кривых, где преобладающим является квадрупольный механизм. Дальнейшее увеличение поля приводит к закручиванию холестерической спирали и, следовательно, появлению возвратной ФХ-фазы. Таким образом, в данной области значений параметра  $\xi$  при увеличении поля суспензия претерпевает последовательность фазовых переходов феррохолестерик–ферронематик–феррохолестерик. Появление возвратной феррохолестерической фазы является результатом сегрегационных процессов и конкурирующего влияния дипольного и квадрупольного ориентационных механиз-

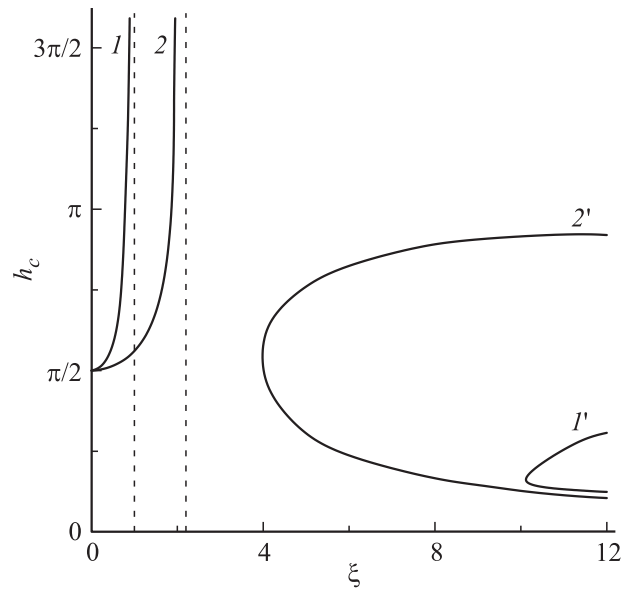


Рис. 1. Зависимость  $h_c(\xi)$  при  $\kappa = 1$  (кривые 1 и 1') и 5 (кривые 2, и 2').

мов, которые стремятся раскрутить спиральную структуру в противоположных направлениях. Заметим, что поле перехода в нематическую фазу в чистом ХЖК равно в безразмерных единицах  $\pi/2$ . Поэтому, как видно из рис. 1, присутствие магнитной примеси при  $\xi > \xi_*$  значительно понижает поле раскручивания спиральной структуры ФХ по сравнению с величиной для чистого ХЖК. Это следует из уравнения (29): при  $h_c \ll 1$  уравнение дает  $h_c \approx (\pi/2)/[\xi^2/\kappa - 1]^{-1/2}$ , отсюда  $h_c \rightarrow 0$  при  $\xi \gg 1$  (дипольный режим).

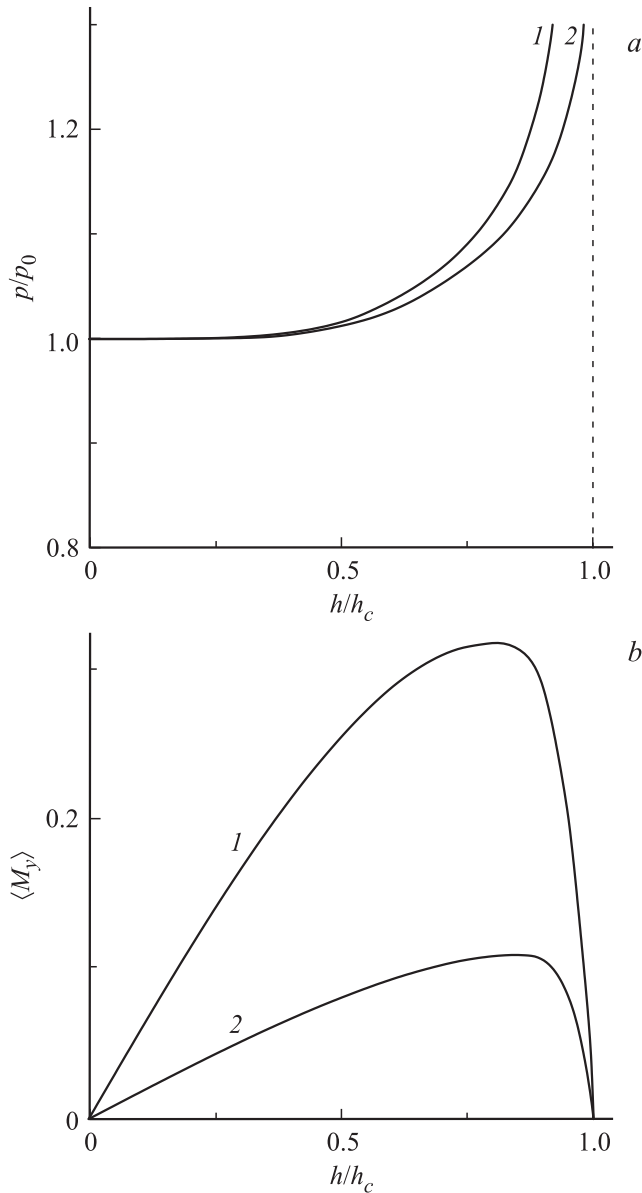
Как видно из рис. 1, имеется интервал значений параметра  $\xi$ , такой, что при  $\xi_* < \xi < \xi_0$ , где  $\xi_0$  — значение параметра  $\xi$ , отвечающее вершине кривой 1' (или 2'), переход ФХ–ФН оказывается невозможен вследствие конкуренции дипольного и квадрупольного ориентационного механизмов. Этот интервал значений параметра  $\xi$  растет по мере уменьшения параметра  $\kappa$ , т.е. при увеличении интенсивности сегрегации (ср. кривые 1, 1' и 2, 2').

На рис. 2 показаны зависимости шага спирали и намагниченности компенсированного ФХ от напряженности поля для  $\xi = 1 < \xi_* = \sqrt{\kappa}$ , что отвечает кривым 1 и 2 на рис. 1, при двух значениях параметра сегрегации  $\kappa$ . Видно, что шаг спирали с ростом поля увеличивается быстрее при малых  $\kappa$ , т.е. при существенной сегрегации. Напомним, что в отсутствие поля ФХ находился в компенсированном состоянии, в котором  $f_+ = f_- = f_0/2$ , поэтому намагниченность  $\mathcal{M} = M_s(f_+ - f_-)\mathbf{m} = 0$ , несмотря на наличие геликоидальной закрученности (3). Из рис. 2, b видно, что в точке перехода  $h = h_c$  в фазу ФН $_{\perp}$  суспензия вновь находится в компенсированном состоянии (при  $h = h_c$  намагниченность равна нулю согласно формуле (31),

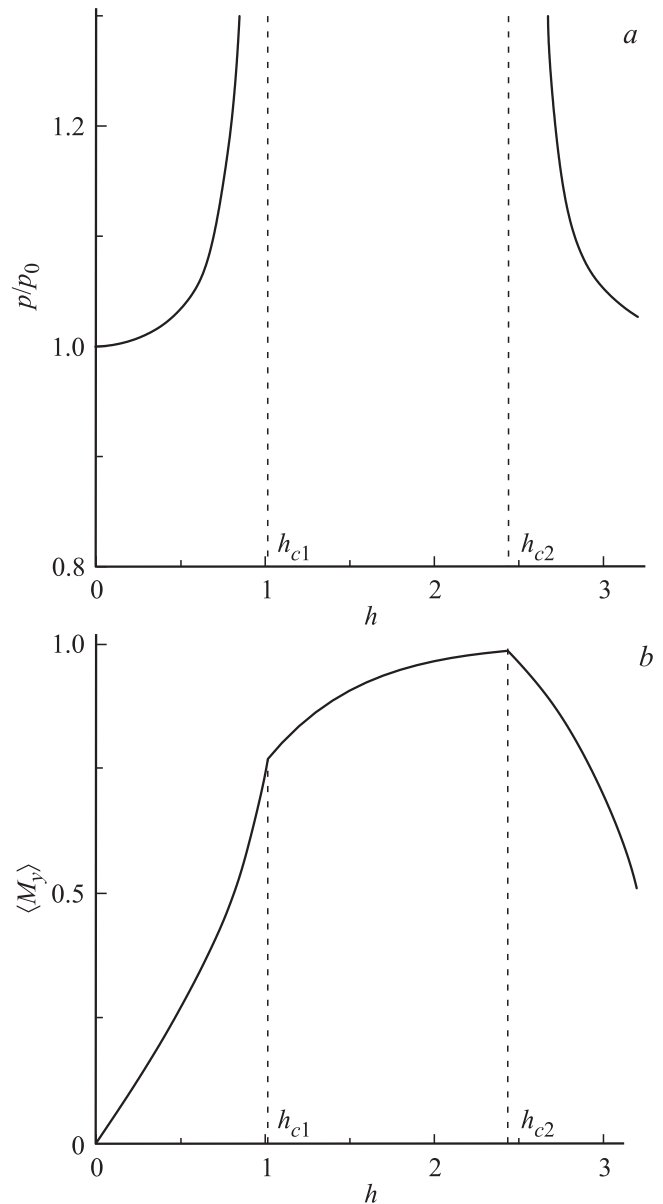
в которой теперь  $\varphi_c = \pi/2$ , т.е. магнитные моменты частиц упорядочены по типу антиферромагнетика).

На рис. 3 показаны зависимости намагниченности и шага спирали ФХ от напряженности поля для  $\xi = 5 > \xi_*$  (см. кривую 2' на рис. 1). В этом случае, как видно из рис. 1, при заданном  $\xi = 5$  и  $\kappa = 5$  имеется два критических значения поля  $h_{c1} = 1.017$  и  $h_{c2} = 2.437$ .

Из рис. 3,а видно, что с ростом поля шаг спирали растет и обращается в бесконечность при  $h = h_{c1}$ . Здесь, как отмечалось выше, спиральная структура ФХ раскручивается вследствие дипольного (ферромагнитного) механизма. Область  $h_{c1} \leq h \leq h_{c2}$  соответствует фазе ФН<sub>||</sub>. В полях  $h > h_{c2}$  суспензия вновь приобретает спиральную структуру (этот диапазон значений напряженности



**Рис. 2.** Зависимость шага спирали  $p$  (а) и средней намагниченности  $\langle M_y \rangle$  (б) от напряженности поля для  $\xi = 1$ . Кривая 1 —  $\kappa = 2$  ( $h_c = 2.315$ ), кривая 2 —  $\kappa = 5$  ( $h_c = 1.762$ ).



**Рис. 3.** Зависимость шага спирали  $p$  (а) и средней намагниченности  $\langle M_y \rangle$  (б) от напряженности поля для  $\xi = \kappa = 5$  ( $h_{c1} = 1.017$  и  $\langle M_y \rangle_{c1} = 0.768$ ,  $h_{c2} = 2.437$  и  $\langle M_y \rangle_{c2} = 0.985$ ).

поля отвечает возвратной ФХ-фазе). Это связано с тем, что в достаточно сильных полях квадрупольный (диамагнитный) механизм становится столь же существенным, что и дипольный. Дальнейшее поведение шага спирали обусловлено именно им.

На рис. 3,б представлена зависимость средней намагниченности компенсированного ФХ от напряженности магнитного поля. В слабых полях ( $h \ll h_c$ ) среднюю намагниченность (24) можно представить в виде  $\langle M_y \rangle \approx \xi h / (2\kappa)$ , что соответствует начальному участку построенных кривых. Отсюда можно найти начальную восприимчивость  $\chi \approx \chi_a \xi^2 / (2\kappa)$ . Намагниченность при достижении критического поля  $h = h_{c1}$  находится из

выражения (31). При  $h_{c1} \leq h \leq h_{c2}$  суспензия находится в фазе  $\Phi_{H\parallel}$ , в которой  $\varphi_c = 0$ , поэтому, согласно (31), имеем  $\langle M_y \rangle = \tanh\{\xi h/\kappa\}$ , и намагниченность в направлении поля растет, стремясь к насыщению, но не достигая его ( $\langle M_y \rangle < 1$ ), так как при  $h = h_{c2}$  разность  $(g_+ - g_-) \ll 1$  и магнитная структура фазы  $\Phi_{H\parallel}$  отвечает слабому ферромагнетизму.

## Заключение

В работе изучен фазовый переход компенсированного ФХ с гомеотропным сцеплением магнитных частиц с ХЖК-матрицей в ФН-фазу под действием внешнего магнитного поля, перпендикулярного оси спиральной структуры. Показана возможность существования двух различных по магнитной структуре ферронематических фаз и возвратных ФХ-фаз. Получены зависимости шага спирали и средней намагниченности от магнитного поля. Показано, что наличие магнитной примеси значительно уменьшает величину поля перехода в ФН-фазу в дипольном режиме по сравнению с величиной для чистого ХЖК.

## Список литературы

- [1] L.M. Blinov. Structure and properties of liquid crystals. Springer, Dordrecht (2011). 439 p.
- [2] F. Brochard, P.G. de Gennes. J. de Phys. (France) **31**, 691 (1970).
- [3] S.-H. Chen, S.H. Chiang. Mol. Cryst. Liq. Cryst. **144**, 359 (1987).
- [4] O. Kurochkin, O. Buchnev, A. Pjin, S.K. Park, S.B. Kwon, O. Grabar, Yu. Reznikov. J. Opt. A **11**, 024003 (2009).
- [5] W. Hu, H.Y. Zhao, L.K. Shan, L. Song, H. Cao, Z. Yang, Z.H. Cheng, C.Z. Yan, S.J. Li, H.A. Yang, L. Guo. Liq. Cryst. **37**, 563 (2010).
- [6] H. Ayeb, J. Grand, H. Sellame, S. Truong, J. Aubard, N. Felidj, A. Mlayah, E. Lacaze. J. Mater. Chem. **22**, 7856 (2012).
- [7] M. Infusino, A. De Luca, F. Ciuchi, A. Ionescu, N. Scaramuzza, G. Strangi. Mol. Cryst. Liq. Cryst. **572**, 59 (2013).
- [8] M. Infusino, A. De Luca, F. Ciuchi, A. Ionescu, N. Scaramuzza, G. Strangi. J. Mater. Sci. **49**, 1805 (2014).
- [9] J.S. Pendery, O. Merchiers, D. Coursault, J. Grand, H. Ayeb, R. Greget, B. Donnio, J.-L. Gallani, C. Rosenblatt, N. Félidj, Y. Borensztein, E. Lacaze. Soft Matter **9**, 9366 (2013).
- [10] B. Matt, K.M. Pondman, S.J. Asshoff, B. ten Haken, B. Fleury, N. Katsonis. Angew. Chem. Int. Ed. **53**, 12446 (2014).
- [11] B. Senyuk, M.C.M. Varney, J.A. Lopez, S. Wang, N. Wuc, I.I. Smalyukh. Soft Matter **10**, 6014 (2014).
- [12] B.T.P. Madhav, P. Pardhasaradhi, R.K.N.R. Manepalli, V.G.K.M. Pisipati. Liq. Cryst. **42**, 989 (2015).
- [13] Q. Zhang, P.J. Ackerman, Q. Liu, I.I. Smalyukh. Phys. Rev. Lett. **115**, 097802 (2015).
- [14] A.N. Zakhlevnykh, P.A. Sosnin. J. Magn. Magn. Mater. **146**, 103 (1995).
- [15] E. Petrescu, C. Motoc. J. Magn. Magn. Mater. **234**, 142 (2001).
- [16] A. Zakhlevnykh, V. Shavkunov. Mol. Cryst. Liq. Cryst. Sci. Technol. A **330**, 593 (1999).
- [17] A.N. Zakhlevnykh, V.S. Shavkunov. J. Magn. Magn. Mater. **210**, 279 (2000).
- [18] V.S. Shavkunov, A.N. Zakhlevnykh. Mol. Cryst. Liq. Cryst. Sci. Technol. A **367**, 175 (2001).
- [19] E. Petrescu, E.-R. Bena. J. Magn. Magn. Mater. **320**, 299 (2008).
- [20] H.R. Brand, A. Fink, H. Pleiner. Eur. Phys. J. E **38**, 65 (2015).
- [21] А.Н. Захлевных, К.В. Кузнецова. ФТТ **58**, 2274 (2016).
- [22] А.Н. Захлевных, Д.А. Петров. ЖТФ **82**, 9, 28 (2012).
- [23] A.N. Zakhlevnykh, D.A. Petrov. J. Magn. Magn. Mater. **401**, 188 (2016).