Резонансное отражение света от структур с двумерными сверхрешетками

© М.М. Воронов, Е.Л. Ивченко

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,
194021 Санкт-Петербург, Россия

(Поступила в Редакцию 21 февраля 2002 г.)

Теоретически исследованы блоховские состояния экситона в квантовой яме с двумерным периодическим потенциалом. Получены выражения для коэффициента отражения света и силы осциллятора экситона в структуре с такой латеральной сверхрешеткой. Проанализировано, как перераспределяется сила осциллятора между экситонными состояниями при изменении периода и глубины периодического потенциала. Рассмотрены предельные случаи, при которых применимы приближение почти свободных экситонов и приближение сильной связи.

Работа поддержана программой „Наноструктуры“ Министерства науки России.

Впервые резонансное оптическое отражение от структуры с плоским массивом квантовых точек было теоретически рассмотрено в работе [1]. Расчет коэффициента отражения проводился для двух предельных случаев: для короткопериодных структур или в приближении постоянного поля. Недавно были получены аналитические результаты для произвольного соотношения между латеральным периодом и длиной волны света, а также между радиационным и нерадиационным затуханиями экситона [2]. В теории, развитой в [1,2], а также в работах по оптической спектроскопии трехмерных массивов квантовых точек [3–5] пренебрегалось перекрытием экситонных волновых функций, связанных на разных квантовых точках. В настоящей работе теория оптического отражения и пропускания обобщена с учетом когерентного туннелирования экситона из одного потенциального минимума в другой.

Мы рассматриваем полупроводниковую квантовую яму с периодическим двумерным ($2D$) потенциалом

$$V(x,y) = V(x+a,y) = V(x,y+a), \tag{1}$$

действующим на экситон как целое и не влияющим на внутреннее состояние экситона. Для простоты предполагается, что потенциал характеризуется точечной симметрией квадрата

$$V(x,y) = V(\pm x, \pm y) = V(y,x).$$

Под действием этого потенциала энергетический спектр экситона преобразуется от параболической дисперсии $E_{\text{exc}}(k_x,k_y) = \hbar^2(k_x^2+k_y^2)/2M$ в идеальной квантовой яме с $V \equiv 0$ (M — трансляционная эффективная масса $2D$-экситона) к серии двумерных мини-зон, определенных в зоне Бриллюэна $-\pi/a < k_x, k_y \le \pi/a$.

Двухчастичные огибающие электронно-дырочных функций записываются в виде

$$\Psi_{\text{exc}}(\mathbf{r}_e,\mathbf{r}_h) = \psi(\boldsymbol{\rho})F(|\boldsymbol{\rho}_e - \boldsymbol{\rho}_h|)\phi_e(z_e)\phi_h(z_h). \tag{2}$$

Здесь функции ϕ_e, ϕ_h описывают одночастичное размерное квантование электрона (e) и дырки (h) вдоль оси роста z, $\boldsymbol{\rho}_{e,h}$ — положение электрона или дырки в плоскости интерфейса, F — функция относительного движения экситона в идеальной квантовой яме без дополнительного латерального потенциала (в дальнейшем рассматривается $1s$-экситон); огибающая ψ зависит от положения центра масс экситона $\boldsymbol{\rho} = (x,y)$. Заметим, что пренебречь влиянием латерального потенциала $V(\boldsymbol{\rho})$ на внутреннее движение экситона можно, если эффективный двумерный боровский радиус экситона меньше характерного масштаба изменения этого потенциала.

При нормальном падении света происходит возбуждение только состояний экситона с $k_x = k_y = 0$ (Γ-точка $2D$-зоны Бриллюэна). В этом случае огибающие $\psi^\nu(\boldsymbol{\rho})$, нумеруемые дискретным индексом ν, периодичны с периодом решетки и их можно разложить в ряд Фурье

$$\psi^\nu(\boldsymbol{\rho}) = \frac{1}{a}\sum_{\mathbf{b}} c_{\mathbf{b}}^{(\nu)} \exp(i\mathbf{b}\boldsymbol{\rho}),$$

$$c_{\mathbf{b}}^{(\nu)} = \frac{1}{a}\int\limits_{\Omega_0} \psi^\nu(\boldsymbol{\rho}) \exp(-i\mathbf{b}\boldsymbol{\rho})d\boldsymbol{\rho}, \tag{3}$$

по векторам обратной двумерной решетки $\mathbf{b} = (2\pi/a)(l,m)$, l и m — целые числа $0, \pm 1 \dots$. Функции ψ^ν нормированы условием

$$\int\limits_{\Omega_0} |\psi|^2 d\boldsymbol{\rho} = 1,$$

где Ω_0 — элементарная ячейка, которую можно выбрать, например, в виде квадрата $-a/2 < x, y < a/2$. Следовательно, коэффициенты разложения $c_{\mathbf{b}}$ удовлетворяют тождеству

$$\sum_{\mathbf{b}} |c_{\mathbf{b}}^{(\nu)}|^2 = 1.$$

Учитывая дополнительно, что состояния с $\nu \ne \nu'$ ортогональны, получаем

$$\sum_{\mathbf{b}} c_{\mathbf{b}}^{(\nu)*} c_{\mathbf{b}}^{(\nu')} = \delta_{\nu\nu'},$$

откуда следует также, что

$$\sum_{\nu} c_{\mathbf{b}}^{(\nu)*} c_{\mathbf{b}'}^{(\nu)} = \delta_{\mathbf{bb}'}. \quad (4)$$

Заметим, что надлежащим выбором фазовых множителей блоховские функции в Г-точке можно сделать вещественными. Тогда в силу высокой симметрии потенциала $V(\boldsymbol{\rho})$ коэффициенты $c_{\mathbf{b}}^{(\nu)}$ вещественны и знак комплексного сопряжения в (4) можно опустить.

При дальнейшем рассмотрении удобно ввести звезду β двумерного вектора $\mathbf{b} = (2\pi/a)(l, m)$, которая содержит векторы $(2\pi/a)(\pm l, \pm m)$ и $(2\pi/a)(\pm m, \pm l)$. При $l \neq m \neq 0$ звезда состоит из восьми различных векторов, в других случаях она включает четыре вектора, если $l = m \neq 0$, или $l = 0$, $m \neq 0$, или $l \neq 0$, $m = 0$, и один вектор в частном случае $l = m = 0$. Далее символом β обозначены как звезда векторов обратной решетки, так и модуль этих векторов $(2\pi/a)\sqrt{l^2 + m^2}$.

Как известно, в объемных материалах с зоной проводимости и валентной зоной, между которыми оптические переходы в Г-точке разрешены, оптически активны только s-экситоны ($1s$, $2s$ и т.д.). По аналогичной причине при нормальном падении света на латеральную сверхрешетку оптически активными являются только состояния (2) с полносимметричной функцией $\psi^{\nu}(\boldsymbol{\rho})$ (представление Γ_1). Для таких состояний коэффициенты $c_{\mathbf{b}}$ в (3) для векторов, принадлежащих к одной звезде β, совпадают; в этих коэффициентах индекс $\mathbf{b}$ можно заменить на индекс β: $c_{\mathbf{b}} \equiv c_{\beta}$.

1. Коэффициент отражения света и сила осциллятора для двумерных экситонов

Рассматриваемая система представляет собой квантовую яму с латеральным потенциалом $V(\boldsymbol{\rho})$, помещенную между полубесконечными барьерами. Различием между диэлектрической постоянной ямы ε_b материала барьера и фоновой диэлектрической постоянной ε_a пренебрегается. Тогда материальное уравнение, связывающее электрическую индукцию $\mathbf{D}$ с электрическим полем $\mathbf{E}$, имеет вид $\mathbf{D} = \varepsilon_b \mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P}_{\text{exc}}$, где $\mathbf{P}_{\text{exc}}$ — экситонный вклад в диэлектрическую поляризацию, который в свою очередь связан с полем $\mathbf{E}$ и функциями ψ^{ν} соотношением [1,2,6]

$$4\pi \mathbf{P}_{\text{exc}}(\mathbf{r}) = \varepsilon_b \omega_{LT} \pi a_B^3 \sum_{\nu} \frac{\Psi_{\text{exc}}^{\nu}(\mathbf{r}, \mathbf{r})}{\omega_{0\nu} - \omega - i\Gamma_{\nu}} \boldsymbol{\Lambda}_{\nu}, \quad (5)$$

где

$$\boldsymbol{\Lambda}_{\nu} = \int dz \int_{\Omega_0} d\boldsymbol{\rho} \Psi_{\text{exc}}^{\nu*}(\mathbf{r}, \mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r}),$$

$\omega_{0\nu}$ — резонансная частота экситона в состоянии ν, интегрирование в плоскости (x, y) проводится по элементарной ячейке Ω_0; для удобства выделены размерные множители: куб боровского радиуса a_B^3 и продольно-поперечное расщепление ω_{LT} трехмерного экситона.

Решая волновое уравнение с экситонной поляризацией (5), можно рассчитать коэффициенты отражения, пропускания и дифракции света аналогично тому, как это было сделано в [2] для двумерной сверхрешетки квантовых точек. Мы приведем выражение только для амплитудного коэффициента отражения

$$r(\omega) = i\Gamma_0^{QW} \sum_{\nu} \frac{c_0^{(\nu)} \eta_0}{\omega_{0\nu} - \omega - i\Gamma_{\nu}} \frac{\Lambda_{\nu}}{E_0}, \quad (6)$$

где $c_0^{(\nu)}$ — коэффициент разложения из (3) при $\mathbf{b} = 0$, E_0 — скалярная амплитуда электрического поля световой волны, а величины Λ_{ν} удовлетворяют системе линейных уравнений

$$\Lambda_{\nu} = \Lambda_{\nu}^0 + i \sum_{\nu'} \Lambda_{\nu'} \frac{\Gamma_0^{QW}}{\omega_{0\nu} - \omega - i\Gamma_{\nu}} [A_{\nu\nu'} + i(B_{\nu\nu'} + C_{\nu\nu'})]. \quad (7)$$

Здесь

$$\Lambda_{\nu}^0 = E_0 c_0^{(\nu)} \eta_0, \quad \eta_0 = \int \phi_e(z) \phi_h(z) \cos kz \, dz, \quad (8)$$

$k = (\omega/c)\sqrt{\varepsilon_b}$; для удобства введено радиационное затухание экситона в идеальной квантовой яме

$$\Gamma_0^{QW} = \frac{1}{2} k \omega_{LT} \pi a_B^3 F^2(0) \eta_0^2, \quad (9)$$

$$A_{\nu\nu'} + iB_{\nu\nu'} = \sum_{\beta \in B_1} n_{\beta} \frac{k}{k_{\beta}} \left(1 - \frac{\beta^2}{2k^2}\right) \times c_{\beta}^{(\nu)} c_{\beta}^{(\nu')} \left[\left(\frac{\eta_{\beta}}{\eta_0}\right)^2 + iI_{\nu\beta}\right], \quad (10)$$

$$C_{\nu\nu'} = -\sum_{\beta \in B_2} n_{\beta} \frac{k}{\varkappa_{\beta}} \left(1 - \frac{\beta^2}{2k^2}\right) c_{\beta}^{(\nu)} c_{\beta}^{(\nu')} J_{\nu\beta}, \quad (11)$$

$$\eta_{\beta} = \int \phi_e(z) \phi_h(z) \cos k_{\beta} z \, dz,$$

B_1 и B_2 — подмножества векторов обратной решетки, удовлетворяющих соответственно условиям $|\mathbf{b}| < k$ и $|\mathbf{b}| > k$, n_{β} — число векторов в звезде β, $k_{\beta} = \sqrt{k^2 - \beta^2}$, $\varkappa_{\beta} = \sqrt{\beta^2 - k^2}$,

$$I_{\nu\beta} = \eta_0^{-2} \iint dz\, dz' S_{eh}(z, z') \sin k_{\beta} |z - z'|,$$

$$J_{\nu\beta} = \eta_0^{-2} \iint dz\, dz' S_{eh}(z, z') e^{-\varkappa_{\beta}|z - z'|},$$

$$S_{eh}(z, z') = \phi_e(z) \phi_h(z) \phi_e(z') \phi_h(z').$$

При выводе уравнений (10), (11) учтено, что значения b_x^2, b_y^2, $b_x b_y$, усредненные по векторам $\mathbf{b} = (b_x, b_y)$ звезды β, равны соответственно $\beta^2/2$, $\beta^2/2$ и 0.

Поскольку для функции $\psi(\boldsymbol{\rho})$, имеющей симметрию, отличную от Γ_1,

$$\sum_{\mathbf{b}\in\beta} c_{\beta}^{(\nu)} = 0$$

и, в частности, $c_0^{(\nu)} = 0$, вклад в отражение вносят действительно только полносимметричные блоховские состояния Γ_1.

Если расстояние между резонансной частотой экситона ν и ближайшей частотой другого оптически активного экситона превышает экситонное затухание, то в области частот вблизи выделенного резонанса в сумме (6) можно оставить только одно слагаемое, которое приобретает вид

$$r_{\nu}(\omega) = \frac{i\Gamma_0^{QW} c_0^{(\nu)2}}{\tilde{\omega}_{0\nu} - \omega - i(\Gamma_{\nu} + \Gamma_{0\nu})}, \qquad (12)$$

где

$$\Gamma_{0\nu} = \Gamma_0^{QW} \sum_{\beta\in B_1} c_{\beta}^{(\nu)2} n_{\beta}\, \frac{k}{k_{\beta}} \left(\frac{\eta_{\beta}}{\eta_0}\right)^2 \left(1 - \frac{\beta^2}{2k^2}\right), \qquad (13)$$

$$\tilde{\omega}_{0\nu} - \omega_{0\nu} = \Gamma_0^{QW}(B_{\nu\nu} + C_{\nu\nu}). \qquad (14)$$

В этом случае величина $\Gamma_{0\nu}$ есть полное радиационное затухание выделенного экситона, а $\tilde{\omega}_{0\nu}$ — резонансная частота, перенормированная с учетом светоэкситонного взаимодействия. Заметим, что при $2\pi/a > k$ подмножество B_1 состоит из одного элемента $\mathbf{b} = 0$, а подмножество B_2 содержит все векторы обратной решетки, кроме нулевого. Тогда $\Gamma_{0\nu}$ совпадает с величиной $\Gamma_0^{QW} c_0^{(\nu)2}$, которая входит в числитель в правой части (12). Удобно ввести безразмерную силу осциллятора экситона ν в виде

$$f_{\nu} = c_0^{(\nu)2}. \qquad (15)$$

Сумма сил осциллятора сохраняется, так как, согласно (4), при $\mathbf{b} = \mathbf{b}' = 0$ имеем

$$\sum_{\nu} c_0^{(\nu)2} = 1. \qquad (16)$$

2. Двумерные экситоны Γ_1 в латеральной сверхрешетке

В методе плоских волн, основанном на разложении (3), уравнение Шредингера приводится к системе линейных уравнений

$$\left(\frac{\hbar^2}{2M}\beta^2 - E\right) c_{\beta} + \sum_{\beta'} c_{\beta'} \sum_{(l',m')\in\beta'} V_{lm,l'm'} = 0,$$

$$V_{lm,l'm'} = \frac{1}{a^2}$$

$$\times \int\!\!\int_{\Omega_0} V(x,y) \cos\left\{\frac{2\pi}{a}\left[(l'-l)x + (m'-m)y\right]\right\} dx\,dy, \qquad (17)$$

где $\beta^2 = (2\pi/a)^2(l^2 + m^2)$, E — энергия, отсчитываемая от энергии возбуждения покоящегося экситона в идеальной квантовой яме. В дальнейшем представляем латеральный потенциал в виде периодического набора дисков, так что

$$V(x,y) = \sum_{lm} v(x - la, y - ma),$$

$$v(x,y) \equiv v(\rho) = \begin{cases} -v_0, & \rho \le R, \\ 0, & \rho > R, \end{cases} \qquad (18)$$

где $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$. В этом случае для матричных элементов периодического потенциала получаем

$$V_{lm,l'm'} = -v_0\, \frac{R}{a}\, \frac{J_1\left(2\pi\sqrt{(l'-l)^2 + (m'-m)^2}R/a\right)}{\sqrt{(l'-l)^2 + (m'-m)^2}}, \qquad (19)$$

где $J_1(t)$ — функция Бесселя.

Удобно перейти к безразмерным величинам

$$\varepsilon = \frac{E}{E_0}, \quad u_0 = \frac{v_0}{E_0}, \quad \mu = \frac{R}{a},$$

где

$$E_0 = \frac{\hbar^2}{2M}\left(\frac{2\pi}{R}\right)^2,$$

$$\tilde{\beta} = \frac{a}{2\pi}\beta = \sqrt{l^2 + m^2} \qquad (20)$$

и коэффициентам

$$C_{\beta} = \sqrt{n_{\beta}}\, c_{\beta}. \qquad (21)$$

Это позволяет переписать систему уравнений (17) в виде

$$(\mu^2\tilde{\beta}^2 - \varepsilon)C_{\beta} - u_0 \sum_{\beta'} U_{\beta\beta'} C_{\beta'} = 0,$$

$$U_{\beta\beta'} = -\frac{1}{v_0\sqrt{n_{\beta}n_{\beta'}}} \sum_{\substack{(l,m)\in\beta \\ (l',m')\in\beta'}} V_{lm,l'm'}. \qquad (22)$$

Таким образом, при постановке задачи в безразмерных единицах остается два независимых параметра: u_0 и μ. В следующем разделе представлены результаты точного расчета безразмерной энергии $\varepsilon_{\nu}(u_0,\mu)$ и силы осциллятора $f_{\nu}(u_0,\mu)$ в методе плоских волн, а в разделах 4 и 5 проанализированы интересные приближенные методы почти свободных экситонов и сильной связи.

3. Результаты расчета для решетки квантовых дисков

На рис. 1–3 показаны зависимости энергии и силы осциллятора от глубины потенциального диска и отношения R/a для четырех нижних Γ_1-состояний экситона в двумерной сверхрешетке. В идеальной квантовой яме, т. е. при $u_0 = 0$, безразмерная энергия экситона ν равна $\mu^2\tilde{\beta}^2$ и принимает последовательно значения 0, μ^2, $2\mu^2$, $4\mu^2, \ldots$, а оптически активным является только

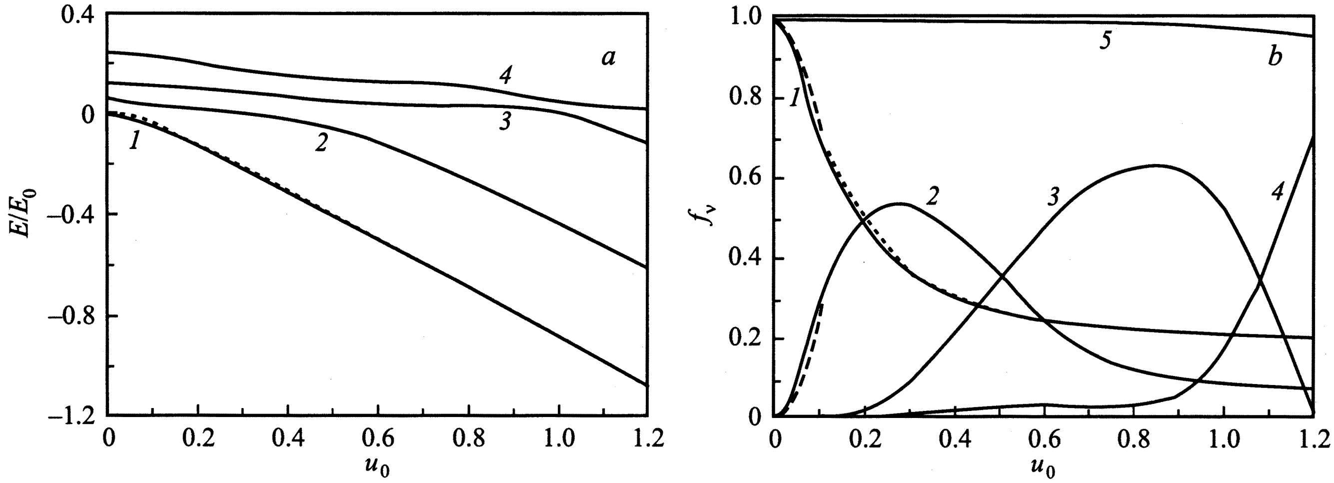

Рис. 1. Безразмерная энергия (a) и сила осциллятора (b) в зависимости от безразмерной глубины потенциального диска для четырех нижних состояний экситона $\nu = 1{-}4$. Расчет проведен для латерального массива квантовых дисков радиуса $R = a/4$. Сплошные кривые — точный расчет в методе плоских волн, штриховые кривые *1* и *2* на части b найдены в приближении почти свободных экситонов, пунктирные кривые — расчет ε_1 (a) и f_1 (b) в приближении сильной связи. Кривая *5* — сумма сил осциллятора для указанных четырех состояний.

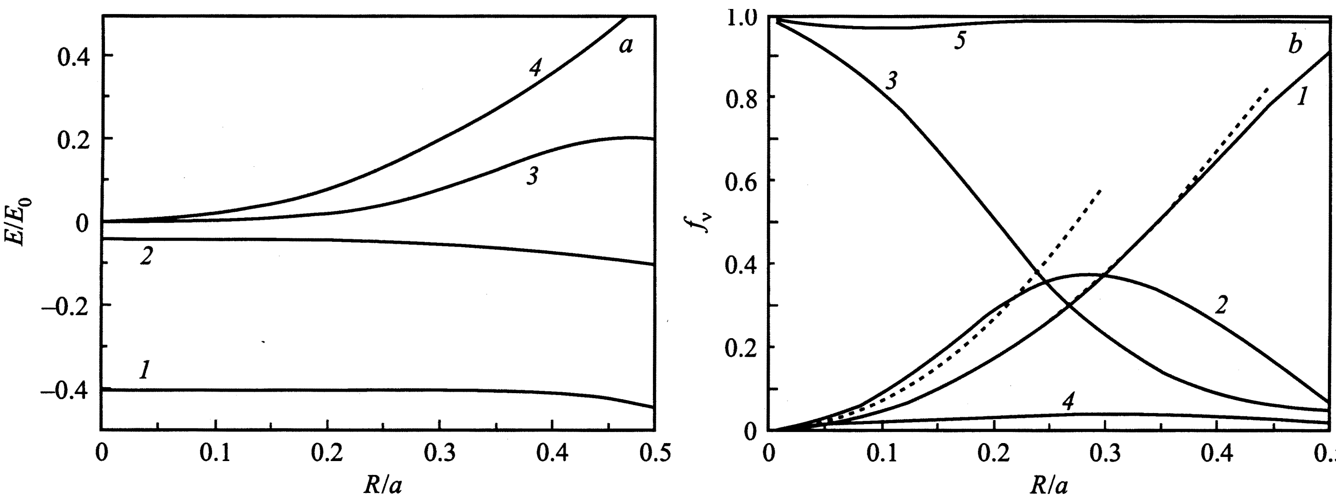

Рис. 2. Зависимость энергии (a) и силы осциллятора (b) от отношения R/a для экситонов с $\nu = 1{-}4$ в сверхрешетке с периодическим массивом квантовых дисков. Безразмерная глубина потенциального диска $u_0 = v_0/E_0$ равна 0.5. Пунктирные кривые *1* и *2* на части b — расчет в приближении сильной связи. Кривая *5* — сумма сил осциллятора для указанных четырех состояний.

экситон $\nu = 1$, что согласуется с поведением кривых на рис. 1, a и b при стремлении u_0 к нулю. При $u_0 \neq 0$ происходит смешивание пространственных гармоник с волновыми векторами, принадлежащими различным звездам β, вследствие чего оптически активными становятся и верхние экситонные состояния. В пределах от $u_0 = 0$ до $u_0 = 0.2$ идет перекачка силы осциллятора от экситона *1* практически только к экситону *2*; сила осциллятора экситона *3* становится значительной при $u_0 > 0.3$. Аналогичное перераспределение силы осциллятора происходит и при изменении отношения радиуса диска к периоду сверхрешетки (рис. 2 и 3). С увеличением периода, когда $R/a \to 0$, отрицательные энергии $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ стремятся к энергиям экситона, локализованного на изолированном потенциальном диске, а так как при $u_0 = 0.5$ или 1 имеется всего два таких локализованных состояния, энергии ε_ν с $\nu > 2$ сходятся к нулевому значению. Кривые *5* на приведенных рисунках дают сумму силы осциллятора для четырех нижних экситонных состояний. Поскольку эта сумма близка к единице, экситоны с $\nu > 4$ в исследованном диапазоне параметров светом практически не возбуждаются.

Особый интерес вызывает поведение кривых $\varepsilon_\nu(u_0, \mu)$, $f_\nu(u_0, \mu)$, характерное для явления антипересечения уровней. Например, при $u_0 = 1{-}1.2$ на рис. 1 и вблизи $R/a = 0.25$ на рис. 3 разность $\varepsilon_4 - \varepsilon_3$ достигает минимума, силы осциллятора f_3 и f_4 линейно зависят от u_0 и R/a, сумма $f_3 + f_4$ почти постоянна, в некоторой

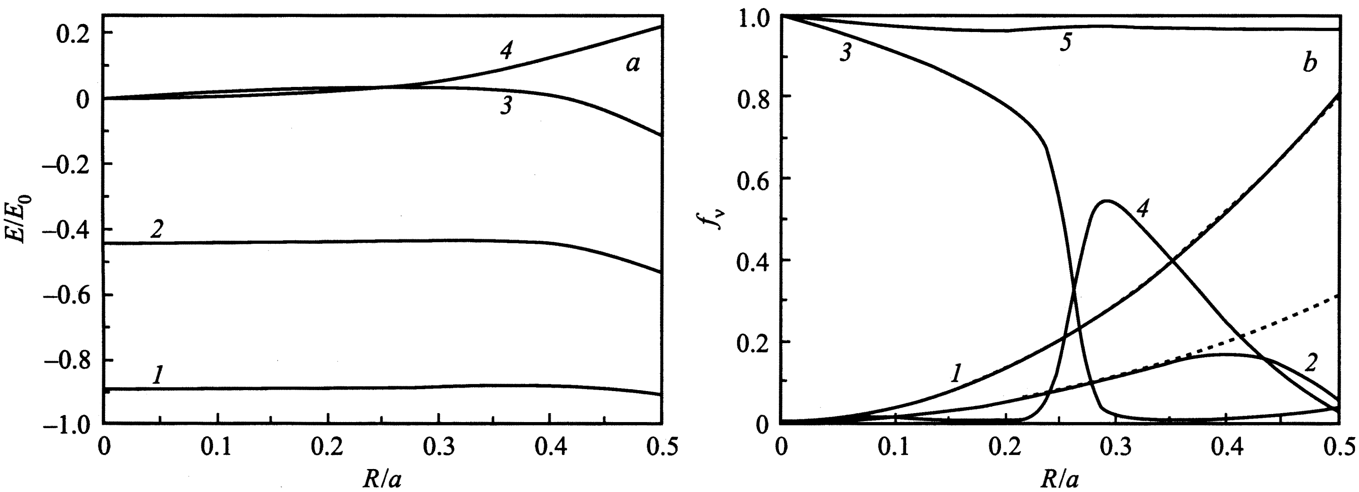

Рис. 3. То же, что и рис. 2, при $u_0 = 1$.

точке f_3 и f_4 сравниваются. Похожая картина взаимного расталкивания состояний *1* и *2* наблюдается в области $0 < u_0 < 0.3$. Рассмотрим это явление в упрощенной, но наглядной модели, когда в разложении (3) учитываются только звезды $(0,0)$ и $(1,0)$ и система уравнений (22) сводится к двум уравнениям

$$(\varepsilon_1^0 - \varepsilon)C_{0,0} + VC_{1,0} = 0,$$

$$VC_{0,0} + (\varepsilon_2^0 - \varepsilon)C_{1,0} = 0,$$

где

$$\varepsilon_1^0 = -\pi\mu^2 u_0,$$

$$\varepsilon_2^0 = \frac{1}{2}\mu^2 - \frac{1}{2}\pi\mu^2 u_0 - \frac{1}{4}\mu u_0 J_1(4\pi\mu) - \frac{1}{\sqrt{2}}\mu u_0 J_1(2\sqrt{2}\pi\mu),$$

$$V = -2u_0\mu J_1(2\pi\mu).$$

В рамках такого приближенного описания диагональные энергии ε_1^0, ε_2^0 сравниваются при

$$u_0 = \frac{\mu}{0.5J_1(4\pi\mu) + \sqrt{2}J_1(2\sqrt{2}\pi\mu)}.$$

При этом значении u_0 расстояние между ε_2 и ε_1 составляет $2|V|$, а силы осциллятора совпадают. Для $\mu = 0.25$ указанное значение равно 0.27, тогда как при точном расчете силы осциллятора f_1 и f_2 сравниваются при несколько меньшем значении: $u_0 \approx 0.2$.

4. Приближение почти свободных двумерных экситонов

В приближении свободных экситонов блоховские функции симметрии Γ_1 получаются путем симметризации плоских волн с волновыми векторами, принадлежащими определенной звезде β,

$$\psi^\beta(x, y) = \frac{1}{a}\sum_{(l,m)\in\beta}\frac{1}{\sqrt{n_\beta}}\exp\left[i\,\frac{2\pi}{a}(lx + my)\right]. \quad (23)$$

В этом случае индекс состояния ν удобно заменить на β. Таким образом, в нулевом приближении имеем $c_{\beta'}^\beta = n_\beta^{-1/2}\delta_{\beta,\beta'}$, $C_\beta^\beta = 1$.

В первом порядке по параметру $(u_0/\mu^2\tilde{\beta}^2) \ll 1$ подмешивание волны $(0,0)$ к симметризованной комбинации (23) с $\beta \neq 0$ описывается коэффициентом

$$c_0^\beta = -\frac{u_0}{\varepsilon_\beta^0}U_{0,\beta}, \quad \varepsilon_\beta^0 = \mu^2\tilde{\beta}^2.$$

Поэтому во втором порядке по указанному параметру получаем для безразмерной силы осциллятора

$$f_{\beta\neq 0} \approx \left(\frac{u_0}{\varepsilon_\beta^0}\frac{V_{0,0;\,l,m}}{v_0}\right)^2 = n_\beta\left[\frac{u_0}{\mu\tilde{\beta}^3}J_1(2\pi\tilde{\beta}\mu)\right]^2,$$

$$f_0 \approx 1 - \sum_{\beta\neq 0} f_\beta. \quad (24)$$

На рис. 1, *b* для двух нижних экситонных состояний Γ_1 штриховыми кривыми показаны зависимости силы осциллятора от u_0, рассчитанные в приближении почти свободных экситонов, т. е. по формуле (24).

5. Приближение сильной связи

Блоховские состояния ν с отрицательной энергией E можно проанализировать, используя приближение сильной связи. В этом приближении функции $\psi^\nu(x, y)$ в Г-точке записываются в виде

$$\psi^\nu(x, y) = \sum_{lm}\varphi_\nu(x - la, y - ma), \quad (25)$$

где $\varphi_\nu(x, y)$ — нормированные волновые функции экситона, локализованного на изолированном потенциальном диске с центром в точке $x = y = 0$. В квадратной решетке из круглых потенциальных дисков блоховские состояния симметрии Γ_1 могут формироваться только из состояний $\varphi_\nu(x, y)$ с проекцией l_z орбитального углового момента на ось z, равной нулю или кратной четырем. Энергию таких состояний, отсчитанную от дна потенциального диска и отнесенную к E_0, обозначим как $e_\nu(u_0)$, так что

$$\varepsilon_\nu(u_0) = e_\nu(u_0) - u_0. \tag{26}$$

Основной уровень e_1 характеризуется нулевой проекцией углового момента. Для состояний с $l_z = 0$ решения внутри и вне диска пропорциональны функциям Бесселя $J_0(2\pi\sqrt{e_\nu}\rho/R)$ и $K_0(2\pi\sqrt{u_0 - e_\nu}\rho/R)$, а значения e_ν удовлетворяют трансцендентному уравнению

$$\sqrt{u_0 - e_\nu}J_0(2\pi\sqrt{e_\nu})K_1(2\pi\sqrt{u_0 - e_\nu}) = \sqrt{e_\nu}J_1(2\pi\sqrt{e_\nu})K_0(2\pi\sqrt{u_0 - e_\nu}).$$

Представление (25) применимо при условии малости перекрытия функций φ_ν, центрированных на двух соседних узлах латеральной сверхрешетки. Это условие выполняется при достаточно большом периоде сверхрешетки a или достаточной глубине потенциала v_0. Согласно (3), (15), в приближении сильной связи сила осциллятора экситона ν определяется выражением

$$f_\nu = \frac{1}{a^2}\left(\iint \varphi_\nu(x, y)dxdy\right)^2. \tag{27}$$

Пунктирными кривыми на рис. 1, *a* и *b* показаны зависимости $\varepsilon_1(u_0)$ и $f_1(u_0)$, рассчитанные по формулам (26) и (27) соответственно. С ростом u_0 энергия e_ν стремится к предельному значению $e_\nu(\infty) = (t_\nu/2\pi)^2$, где t_ν — корни уравнения $J_0(t) = 0$. Приведем несколько первых предельных значений $e_\nu(\infty)$ для уровней с $l_z = 0$: 0.1465, 0.7718, 1.8969, ... Область применимости приближения сильной связи можно оценить также, сравнивая сплошные кривые *1* и *2* с пунктирными, рассчитанными по формуле (27).

Таким образом, в настоящей работе построена теория резонансного отражения света от структуры с двумерной латеральной сверхрешеткой, период которой велик по сравнению с боровским радиусом квазидвумерного экситона. Рассчитаны блоховские состояния экситона симметрии Γ_1, возбуждаемые светом, распространяющимся в направлении главной оси структуры. Проанализировано, как зависит энергия экситонов в указанных состояниях от размаха потенциального рельефа и периода сверхрешетки и как при этом перераспределяются силы осциллятора между различными состояниями. Конкретный расчет проводился для периодического массива квантовых дисков, но теория допускает учет и более сложной формы потенциала. Развитая теория может быть также полезна при качественном анализе соотношения между силами осциллятора свободного экситона X и триона X^- в легированных структурах с квантовыми ямами и поясняет перераспределение силы осциллятора в пользу трионного резонанса с ростом концентрации свободных носителей, наблюдаемое экспериментально [7].

Список литературы

[1] Е.Л. Ивченко, А.В. Кавокин. ФТТ **34**, 1815 (1992).
[2] Е.Л. Ивченко, Y. Fu, M. Willander. ФТТ **42**, 1707 (2000).
[3] E.L. Ivchenko, Y. Fu, M. Willander. Proc. 6th Int. Symp. „Nanostructures: Physics and Technology". St. Petersburg, Russia (1998). P. 374; M. Willander, E.L. Ivchenko, Y. Fu. Proc. 2nd Int. Workshop on Physics and Modelling of Devices Based on Low-Dimensional Structures. Aizu-Wakamatsu, Japan (1998). P. 10.
[4] G.Ya. Slepyan, S.A. Maksimenko, V.P. Kalosha, J. Herrmann, N.N. Ledentsov, I.L. Krestnikov, Zh.I. Alferov, D. Bimberg. Phys. Rev. B **59**, 12 275 (1999).
[5] S.A. Maksimenko, G.Ya. Slepyan, N.N. Ledentsov, V.P. Kalosha, A. Hoffmann, D. Bimberg. Semicond. Sci. Technol. **15**, 491 (2000).
[6] Y. Fu, M. Willander, E.L. Ivchenko, A.A. Kiselev. Phys. Rev. B **55**, 9872 (1997).
[7] K. Kheng, R.T. Cox, Y. Merle d'Aubigné, F. Bassani, K. Saminadayar, S. Tatarenko. Phys. Rev. Lett. **71**, 1752 (1993).