

Краткие сообщения

01

Анализ хаотических режимов динамики по последовательностям межберстовых интервалов

© Я.Х. Мохаммад,¹ О.Н. Павлова,¹ А.Н. Павлов^{1,2,*}

¹ Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского,
410012 Саратов, Россия

² Саратовский государственный технический университет им. Ю.А. Гагарина,
410054 Саратов, Россия

* e-mail: pavlov.alexeyn@gmail.com

(Поступило в Редакцию 5 апреля 2017 г.)

Решена задача реконструкции динамических систем по последовательностям межберстовых интервалов при наличии помех. Показано, что метод реконструкции применим в случае сильно нелинейных зашумленных колебательных процессов. Полученные результаты позволяют обобщить методику анализа динамики систем по временам возврата на широкий класс нейронных осцилляторов.

DOI: 10.21883/JTF.2017.11.45142.2288

Проблема диагностики сложных режимов колебаний в условиях ограничения доступной информации возникает во многих научно-технических задачах. Расчет количественных характеристик хаотической динамики, таких как показатели Ляпунова или обобщенные фрактальные размерности, не вызывает принципиальных сложностей, если известны уравнения математической модели [1,2]. При наличии временной зависимости одной из динамических переменных данная задача также может быть решена путем привлечения методов реконструкции динамических систем по экспериментальным данным [3]. При этом качество реконструкции и соответственно точность проводимых оценок зависят от объема выборки, наличия помех в регистрируемом сигнале и т.д. [4,5]. Решение задачи реконструкции усложняется, если знания о динамике системы ограничиваются только последовательностью характерных повторяющихся событий, например последовательностью времен генерации импульсов нейронами [6] или времен пересечения фазовой траектории секущей Пуанкаре. Такие задачи возникают, в частности, если нелинейная система, осуществляющая преобразование сигналов, содержит пороговое устройство. Для определенного класса пороговых устройств, которые описываются моделями типа „накопление–сброс“ [7], были проведены теоретические исследования, позволившие обосновать возможность реконструкции динамических систем и расчета характеристик хаотических режимов колебаний по выходным сигналам [8–12]. Для других классов пороговых устройств качество восстановления аттрактора было протестировано в ходе компьютерного моделирования [13,14].

Однако при этом остался открытым вопрос о границах применимости методов реконструкции. В известных исследованиях [8–13] в качестве сигнала на входе порогового устройства преимущественно выби-

рались режимы динамики со сравнительно однородной структурой аттракторов, например модель Ресслера в режиме спирального хаоса. Такие режимы не позволяют в полной мере протестировать применяемые методы. Почти не изучались случаи сильной нелинейности, когда фазовая траектория содержит участки с чередованием быстрой и медленной динамики, а также влияние шума на точность определения характеристик хаотических колебаний по сигналам, регистрируемым на выходе пороговых устройств.

В настоящей работе задача реконструкции решается для динамических систем, генерирующих хаотические берсты — „пачки“ импульсов с меняющимися временными интервалами между моментами генерации. Для восстановления хаотического аттрактора по последовательностям межберстовых интервалов применяется метод, предложенный в работах [14,15] и позднее усовершенствованный [16], который основан на аппроксимации мгновенной частоты колебаний. Расчет старшего показателя Ляпунова (λ_1) по реконструированному аттрактору проводится методом [17] с учетом его модификации, предложенной в работе [18] для анализа зашумленных последовательностей временных интервалов. В соответствии со стандартным подходом [17] анализируется средняя скорость экспоненциального разбегания траекторий; при этом выбирается базовая траектория и задается вектор возмущения, изменение размера которого во времени позволяет оценивать степень хаотичности. При выходе за границы линейного приближения проводятся перенормировки, в ходе которых задается новый вектор возмущения — меньшей длины и ориентированный в направлении максимального разбегания траекторий. При анализе динамики хаотических систем по временным рядам необходим компромисс между минимизацией длины этого вектора и минимизацией ошибки ориентации α ,

так как одновременно два этих условия не могут быть достигнуты. Часто используемый на практике прием состоит в задании диапазона возможных значений вектора $[I_{min}, I_{max}]$ при сохранении его ориентации. Как показано в [18], анализ зависимости $\lambda_1(\alpha)$ позволяет не только повысить точность проводимых расчетов, но и определить условия, при которых наличие аддитивного шума не препятствует правильной оценке степени хаотичности анализируемого динамического режима. Дополнительные сведения об особенностях неустойчивости траекторий могут быть привлечены с использованием идеологии ляпуновских показателей, зависящих от масштаба [19,20].

В качестве системы с несколькими временными масштабами, демонстрирующей режим берстов, была выбрана модель панкреатической бета-клетки [21]

$$\frac{dV}{dt} = (-I_{Ca} - I_K - g_S S(V - V_K)) / \tau,$$

$$\frac{dn}{dt} = \mu(n_\infty - n) / \tau,$$

$$\frac{dS}{dt} = (S_\infty - S) / \tau_S,$$

$$I_{Ca}(V) = g_{Ca} m_\infty(V - V_{Ca}),$$

$$I_K(V, n) = g_K n(V - V_K),$$

$$x_\infty = \frac{1}{1 + \exp((V_x - V) / \theta_x)}, \quad x = m, n, S \quad (1)$$

при следующих значениях управляющих параметров $g_{Ca} = 3.6$, $g_K = 10.0$, $g_S = 4.0$, $\tau = 20$ ms, $\tau_S = 35$ s, $V_{Ca} = 25$ mV, $V_K = -75$ mV, $V_m = -20$ mV, $V_n = -16$ mV, $V_S = -40$ mV, $\theta_m = 12$ mV, $\theta_n = 5.6$ mV, $\theta_S = 10.0$ mV, $\mu = 0.85$, приводящих к генерации хаотических колебаний с показателем Ляпунова $\lambda_1 = 0.011$ [21]. В модели (1) переменная V представляет собой напряжение на мембране клетки, временная зависимость которого далее будет исследоваться (рис. 1), n характеризует изменение числа открытых калиевых каналов, а S — внутриклеточную концентрацию кальция.

Чтобы изучить возможность диагностики соответствующего режима по последовательности межберстовых интервалов, вначале был рассмотрен случай детерминированной динамики, и в качестве анализируемого сигнала выбрана последовательность, содержащая 3000 интервалов времени между соседними максимумами реализации $V(t)$. Учитывая, что в пределах одного берста интервалы времени между последовательными импульсами существенно меняются, и эти изменения являются еще более выраженными между соседними берстами, полученная последовательность характеризуется широким распределением временных интервалов и приводит к неоднородности аттрактора, реконструированного методом [16].

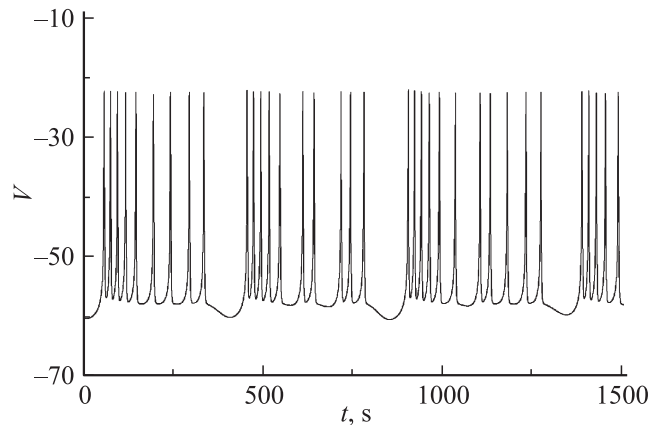


Рис. 1. Временная зависимость напряжения на мембране бета-клетки. Интервалы времени между последовательными максимумами данного сигнала использовались для реконструкции фазового портрета [16] и последующего вычисления старшего показателя Ляпунова.

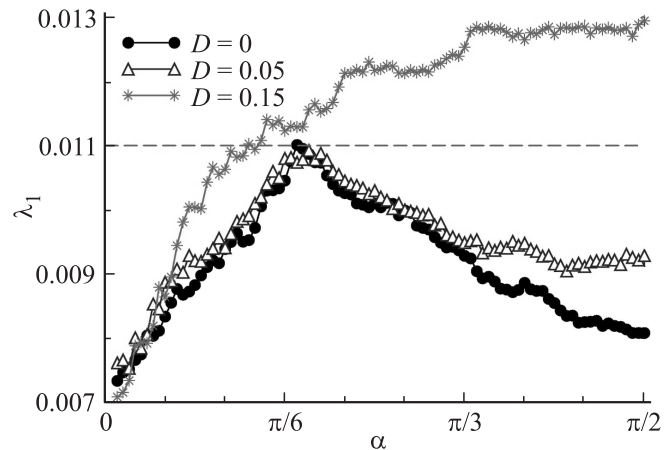


Рис. 2. Зависимость старшего показателя Ляпунова от максимальной ошибки ориентации вектора возмущения, вычисленная по последовательности межберстовых интервалов в отсутствие и при наличии аддитивных помех разной интенсивности.

Зависимость старшего показателя Ляпунова от максимальной ошибки ориентации (α) вектора возмущения [17], вычисленная по последовательности межберстовых интервалов, приводит к появлению четко выраженного максимума (рис. 2, круги), соответствующего теоретически ожидаемому значению λ_1 . Причиной спада вычисляемой величины слева от максимума является увеличение длины вектора возмущения и выход за границы линейного приближения. Справа от максимума недооценка λ_1 связана с увеличением составляющих вектора возмущения в направлениях, ортогональных направлению максимального разбегания траекторий.

При добавлении аддитивного шума в последовательность межберстовых интервалов происходит изменение характера поведения зависимости $\lambda_1(\alpha)$ в области больших углов (рис. 2, треугольники), которое обу-

словлено влиянием дополнительного (индуцированного шумом) разбегания траекторий. С ростом интенсивности аддитивного шума максимум, который наблюдался в случае детерминированной динамики, пропадает (рис. 2, звезды), и рассматриваемый метод не позволяет количественно охарактеризовать режим динамического хаоса в системе (1) по сигналам, регистрируемым при наличии помех. Как и в случае более простых динамических режимов, рассмотренных в работе [18], зависимость $\lambda_1(\alpha)$ включает два важных маркера — наличие максимума в области сравнительно небольших углов, который позволяет вычислить значение старшего показателя, наиболее близкое к ожидаемому значению, а также участок спадающей зависимости $\lambda_1(\alpha)$ справа от максимума, размер которого характеризует степень влияния помех на результаты вычислений. Если размер этого участка уменьшается и при некоторой интенсивности аддитивного шума максимум пропадает, то правильная оценка старшего показателя Ляпунова незашумленного режима динамики не может быть проведена.

Таким образом, в ходе проведенных исследований установлено наличие общих закономерностей зависимости старшего показателя Ляпунова, вычисленного по последовательностям времен возврата в секущую Пуанкаре, от максимальной ошибки ориентации вектора возмущения в реконструированном фазовом пространстве (как для режимов детерминированного хаоса, так и для режимов зашумленных хаотических колебаний). Это позволяет обобщить методику анализа динамики систем по временам возврата на широкий класс нейронных осцилляторов, а также использовать данный инструментарий в задачах диагностики режима динамики колебательных систем по экспериментальным данным различной природы.

Исследование выполнено при поддержке гранта Российского научного фонда (проект № 14-12-00224).

Список литературы

- [1] Benettin G., Galgani L., Giorgilli A., Strelcyn J.M. // *Meccanica*. 1980. Vol. 15. P. 9.
- [2] Falconer K. *Fractal geometry*. NY: Wiley, 2003.
- [3] Packard N.H., Crutchfield J.P., Farmer J.D., Shaw R.S. // *Phys. Rev. Lett.* 1980. Vol. 45. P. 712.
- [4] Sauer T., Yorke J.A., Casdagli M. // *J. Stat. Phys.* 1991. Vol. 65. P. 579.
- [5] Kantz H., Schreiber T. *Nonlinear time series analysis*. 2-nd Edition. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
- [6] Tuckwell H.C. *Introduction to Theoretical Neurobiology*. Cambridge, Cambridge University Press, 1988. Vol. 1 and 2.
- [7] Norsworthy S.R., Schreier R., Temes G.C. *Delta-sigma data converters — theory, design and simulation*. IEEE Press, NY., 1997.
- [8] Sauer T. // *Phys. Rev. Lett.* 1994. Vol. 72. P. 3911.
- [9] Sauer T. // In *Nonlinear Dynamics and Time Series*, edited by C. Culter and D. Kaplan, Fields Institute Communications Vol. 11 American Mathematical Society, Providence, RI, 1997. P. 63.
- [10] Sauer T. // *Chaos*. 1995. Vol. 5. P. 127.
- [11] Racicot D.M., Longtin A. // *Physica D*. 1997. Vol. 104. P. 184.
- [12] Pavlov A.N., Pavlova O.N., Mohammad Y. K., Kurths J. // *Chaos*. 2015. Vol. 25. P. 013118.
- [13] Hegger R., Kantz H. // *Europhys. Lett.* 1997. Vol. 38. P. 267.
- [14] Janson N.B., Pavlov A.N., Neiman A.B., Anishchenko V.S. // *Phys. Rev. E*. 1998. Vol. 58. P. R4.
- [15] Павлов А.Н., Янсон Н.Б., Анищенко В.С. // *Радиотехника и электроника*. 1999. Т. 44. № 9. С. 1075 (перевод: Pavlov A.N., Yanson N.B., Anishchenko V.S. // *J. Commun. Technology and Electronics*. 1999. Vol. 44. N 9. P. 999).
- [16] Pavlov A.N., Pavlova O.N., Mohammad Y. K., Kurths J. // *Phys. Rev. E*. 2015. Vol. 91. P. 022921.
- [17] Wolf A., Swift J.B., Swinney H.L., Vastano J.A. // *Physica D*. 1985. Vol. 16. P. 285.
- [18] Мохаммад Я.Х., Павлова О.Н., Павлов А.Н. // *Письма в ЖТФ*. 2017. Т. 43. Вып. 2. С. 45 (перевод: Mohammad Y.K., Pavlova O.N., Pavlov A.N. // *Technical Phys. Lett.* 2017. Vol. 43. N 1. P. 107).
- [19] Gao J.B., Hu J., Tung W.W., Cao Y.H. // *Phys. Rev. E*. 2006. Vol. 74. P. 066204.
- [20] Tung W.W., Gao J.B., Hu J., Yang L. // *Phys. Rev. E*. 2011. Vol. 83. P. 046210.
- [21] Sherman A. // *Bulletin of Mathematical Biology*. 1994. Vol. 56. P. 811.