

Влияние внешнего продольного электрического поля на трекинг-силу при взаимодействии релятивистского электронного пучка с ионным каналом в режиме ионной фокусировки

© Е.К. Колесников, А.С. Мануйлов

Санкт-Петербургский государственный университет,
199034 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: a.manuylov@spbu.ru, man06@mail.ru

(Поступило в Редакцию 25 января 2017 г.)

Показано, что при наличии продольного внешнего электрического поля трекинг-сила или дотрекинг-сила, возникающие при ускорении или торможении пучка, распространяющегося вдоль предварительно созданного ионного канала в режиме ионной фокусировки, по своей величине могут быть соизмеримы с силой взаимодействия между релятивистским электронным пучком и ионным плазменным каналом.

DOI: 10.21883/JTF.2017.12.45216.2181

Введение

В последние годы внимание исследователей привлекают вопросы распространения релятивистских электронных пучков (РЭП) вдоль предварительно созданных омических и ионных плазменных каналов в плотных и разреженных газоплазменных средах [1–6]. В частности, в работе [5] исследовался процесс транспортировки РЭП вдоль ионных каналов в режиме ионной фокусировки (ИФ). Режим ИФ может иметь место в сильно разреженном фоновом газе, когда электроны предварительно созданного ионного канала удаляются из области, занятой РЭП, с помощью действия радиальной компоненты электрического поля головной части пучка. В этом случае основная часть РЭП распространяется на фоне неподвижного ионного канала (если длительность пучка меньше характерного времени движения ионов в коллективном электромагнитном поле).

В настоящей работе проводится оценка соотношения трекинг-силы при взаимодействии РЭП и неподвижного ионного канала и дотрекинг-силы, которая возникает при торможении РЭП во внешнем продольном электрическом поле, направленном по вектору скорости движения электронов пучка.

Постановка и решение задачи

Рассмотрим параксиальный моноэнергетический аксиально-симметричный РЭП, распространяющийся в разреженном газе вдоль предварительно созданного плазменного канала. Выберем цилиндрическую систему координат (r, θ, z) так, чтобы ось z совпадала с осью симметрии канала. Давление фонового газа полагаем таким, что выполнены условия существования режима ИФ, а именно [5]

$$b_{av} \gg R_b. \quad (1)$$

Здесь b_{av} — характерная длина развития лавинной ионизации окружающего пучок газа, R_b — характерный

радиус пучка. В этой ситуации плазменные электроны под действием поперечной компоненты электрического поля в головной части РЭП удаляются из плазменного канала без дополнительной ионизации фонового газа.

Далее будем считать, что радиальные зависимости объемных концентраций электронов пучка и ионов плазменного канала имеют гауссовский радиальный профиль, а именно

$$n_m(r) = \frac{N_m}{\pi R_m^2} \exp\left(-\frac{r^2}{R_m^2}\right), \quad m = 1, 2, \quad (2)$$

где

$$N_1 = N_b, \quad N_2 = N_i, \quad R_1 = R_b, \quad R_2 = R_i. \quad (3)$$

Здесь N_b, N_i — соответственно погонные концентрации электронов пучка и ионов плазменного канала (концентрации, приходящиеся на единицу длины пучка или ионного канала), R_b, R_i — характерные радиусы пучка и ионного канала.

В рамках модели „жесткого пучка“ предполагаем, что РЭП смещается в поперечном направлении без деформации его радиального профиля концентрации. В этом случае трекинг-сила (возвращающая сила), действующая на смещенный пучок со стороны неподвижного ионного канала, может быть определена как

$$|F_x| = |e| \frac{N_b}{\pi R_b^2} \int_{\Omega} d\mathbf{r}_{\perp} \Phi(r, \theta, S) E_r^{(i)} \cos \theta, \quad (4)$$

где e — заряд электрона, $S^2 = r^2 + Y^2 - 2rY \cos \theta$, \mathbf{r}_{\perp} — радиус-вектор, проведенный из точки пересечения поперечной плоскости и оси ионного канала в точку наблюдения, Ω — область в поперечной плоскости, занятая пучково-плазменной системой, θ — угол между осью x , вдоль которой происходит смещение пучка и направлением радиус-вектора \mathbf{r}_{\perp} — амплитуда отклонения центра симметрии пучка относительно оси

ионного канала, функция $\Phi(r, \theta, S)$ в случае гауссовых радиальных профилей пучка и ионного канала имеет следующий вид соответственно

$$\Phi(r, \theta, S) = \exp\left(\frac{S^2}{R_b^2}\right), \quad (5)$$

где $E_r^{(i)}$ — радиальная компонента напряженности электростатического поля, созданного ионным каналом в точке наблюдения.

В силу предположения о неподвижности ионной компоненты канала имеем

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (rE_r^{(i)}) = 4\pi|e|n_i(r), \quad (6)$$

с граничным условием $E_r^{(i)}|_{r=0} = 0$.

В случае гауссова радиального профиля ионного канала нетрудно получить

$$E_r^{(i)}(r) = \frac{2\alpha_n I_b}{\beta c} \frac{r/R_i^2}{(1 + r^2/R_i^2)}, \quad (7)$$

где $\alpha_n = N_i/N_b$ — коэффициент зарядовой нейтрализации в режиме ИФ, I_b — полный ток пучка, c — скорость света, $\beta = v_z/c$ — отношение продольной компоненты скорости частиц пучка (который полагается моноскоростным в z -направлении) к скорости света.

Для упрощения вычислений рассмотрим следующие безразмерные величины:

$$r_i = \frac{r}{R_b}, \quad Y_1 = \frac{Y}{R_b}, \quad \eta = \left(\frac{R_i}{R_b}\right)^2. \quad (8)$$

Тогда с учетом (5)–(8) имеем соответственно для гауссова случая

$$F^{(G)} = F_0 \int_0^{2\pi} d\theta \cos\theta \int_0^\infty dr \exp[-(r_1^2 + Y_1^2 - 2r_1 Y_1 \cos\theta)] \times [1 - \exp(-r_1^2/\eta)], \quad (9)$$

где $F_0 = 2f_n I_b^2 / [\pi R_b (\beta c)^2]$ — характерная трекинг-сила, приходящаяся на единицу длины пучка.

При отсутствии потерь энергии в случае неподвижного ионного канала имеем уравнение движения оси симметрии РЭП

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial z^2} = -F_1 G(Y, \eta), \quad (10)$$

где $F_1 = 2f_n I_b / (\pi R_b I_A \beta^2)$ — характерная трекинг-сила, приходящаяся на единицу длины пучка,

$$G(Y_1, \eta) = \int_0^{2\pi} d\theta \cos\theta \int_0^\infty dr_1 \exp[-(r_1^2 + Y_1^2 - 2r_1 Y_1 \cos\theta)] \times [1 - \exp(-r_1^2/\eta)]. \quad (11)$$

Здесь радиальные профили пучка и ионного канала предполагаются беннетовскими, остальные величины представлены в (8).

Нетрудно показать, что при наличии энергетических потерь уравнение (10) изменится следующим образом:

$$\frac{1}{\gamma} \frac{\partial}{\partial z} \left(\gamma \frac{\partial Y}{\partial z} \right) = -F_1 G(Y, \eta), \quad (12)$$

где γ — лоренц-фактор электронов параксиального пучка.

Из уравнения энергии движения электрона пучка при наличии внешнего продольного электронного поля E_z получим

$$\frac{1}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial z} = -\frac{\beta^2 c |E_z| p}{I_A}. \quad (13)$$

Здесь p — косинус угла между векторами \mathbf{E}_z и \mathbf{v}_z . Очевидно, что при совпадении указанных векторов по направлению $\partial\gamma/\partial z < 0$ энергия электронов в процессе распространения пучка уменьшается. В противном случае имеем $\partial\gamma/\partial z > 0$ и энергия электронов нарастает.

Далее введем обозначение

$$a = -\frac{\beta^2 c |E_z| p}{I_A}. \quad (14)$$

Тогда из уравнения (12) следует

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial z^2} = -a \frac{\partial Y}{\partial z} - F_1 G(Y, \eta). \quad (15)$$

Очевидно, что при $a > 0$ первое слагаемое в правой части (15) напоминает слагаемое, связанное с фазовым перемешиванием. Тогда это слагаемое работает на стабилизацию поперечных колебаний оси симметрии РЭП. Это соответствует случаю, когда $p < 0$, т.е. векторы \mathbf{E}_z и \mathbf{v}_z противоположны по направлению и $\partial\gamma/\partial z > 0$. При $p > 0$ (векторы \mathbf{E}_z и \mathbf{v}_z совпадают по направлению и $\partial\gamma/\partial z < 0$) параметр $a < 0$, и первое слагаемое в (15) работает на усиление неустойчивости.

Введем безразмерную амплитуду отклонения оси пучка $Y_1 = Y/R_b$ и продольную координату $z_1 = z k_{\beta 0}$, где

$$k_{\beta 0} = \sqrt{\frac{I_b}{I_{A0}}} \frac{1}{R_b} \quad (16)$$

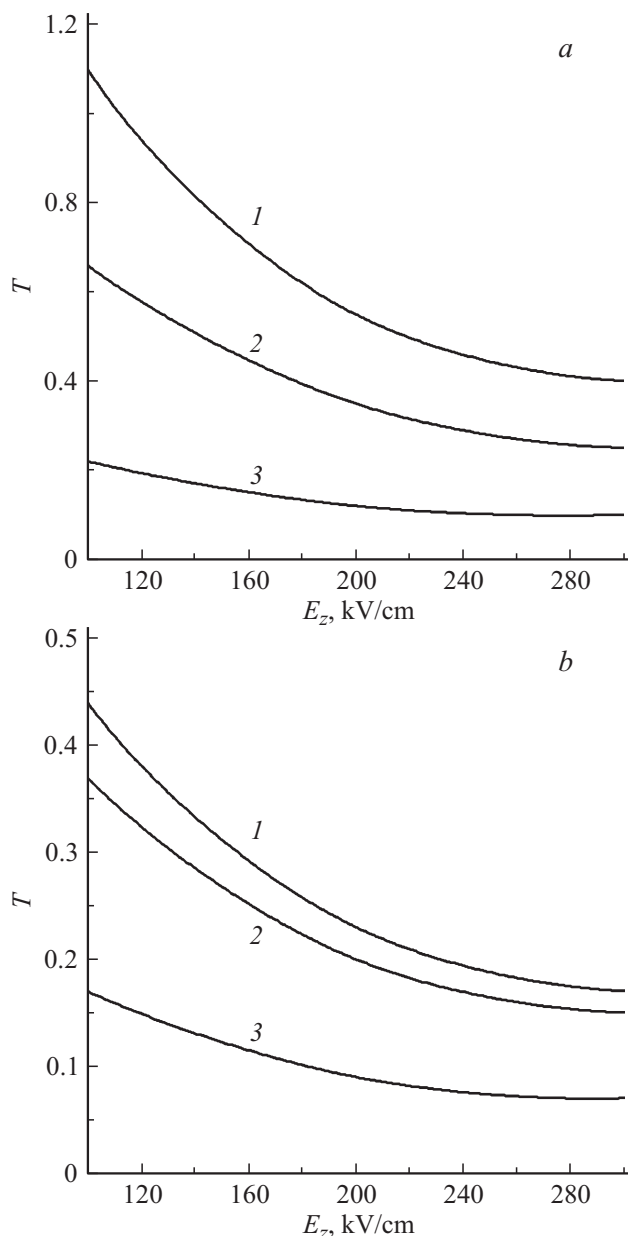
— бетатронное волновое число, рассчитанное для начального значения энергии пучка. Здесь I_b — полный ток пучка, I_{A0} — предельный ток Альфвена, рассчитанный для начального значения лоренц-фактора γ_θ , R_b — характерный радиус пучка.

Тогда уравнение (15) принимает вид

$$\frac{\partial^2 Y_1}{\partial z_1^2} = -\frac{a}{k_{\beta 0}} \frac{\partial Y_1}{\partial z_1} - \frac{2f_n G(Y_1, \eta)}{\pi}. \quad (17)$$

Тогда сравним по модулю вклад первого и второго слагаемых в правой части уравнения (17)

$$T = \frac{2f_n k_{\beta 0} G(Y_1, \eta)}{\pi |a| |\partial Y_1 / \partial z_1|}. \quad (18)$$



a — зависимость величины T от E_z при следующих параметрах задачи: $\eta = R_b/R_{ch} = 1$, $R_b = 0.5$ см, $\beta \sim 1$, $I_b = 1$ кА, $f_n = 0.5$, $Y_1 = Y_0 \exp(bz_1)$, $b = 0.2$: кривая 1 соответствует безразмерной амплитуде поперечного отклонения оси симметрии пучка от оси ионного канала $Y_1 = 1$, кривая 2 — $Y_1 = 2$, 3 — $Y_1 = 4$. *b* — полагается $\eta = R_b/R_{ch} = 0.5$. нумерация кривых аналогична нумерации рисунка, *a*.

На рисунке представлена зависимость величины T от E_z при следующих параметрах задачи: $\eta = R_b/R_{ch} = 1$, $R_b = 0.5$ см, $\beta \sim 1$, $I_b = 1$ кА, $f_n = 0.5$, $Y_1 = Y_0 \exp(bz_1)$, $b = 0.2$. Например, при $Y_0 = 0.02R_b$ и $b = 0.2$ случай $Y_1 = 1$ достигается при $z_1 = 19.56$, случай $Y_1 = 2$ — при $z_1 = 23.03$, и, наконец, третий случай — при $z_1 = 26.5$.

На рисунке *b* представлена зависимость величины T от E_z при тех же параметрах задачи, что на рисунке *a*, но при $\eta = R_b/R_{ch} = 0.5$.

Из рисунков следует, что трекинг-сила (при $a > 0$) или детрекинг-сила (при $a < 0$), обусловленные влиянием внешнего продольного электрического поля E_z на динамику РЭП в режиме ИФ, при больших амплитудах отклонения оси пучка Y_1 сильно зависят от величины E_z и отношения характерных радиусов пучка и ионного канала, и могут по величине превышать силу пучково-канального взаимодействия.

Заключение

Получена формула для расчета силы, вызванной торможением (или ускорением) РЭП, распространяющегося вдоль ионного плазменного канала в режиме ионной фокусировки при наличии внешнего продольного электрического поля. Проведено сравнение по величине указанной силы и силы, обусловленной электрическим взаимодействием пучка и ионного канала при разных значениях напряженности внешнего электрического поля и амплитуды отклонения РЭП в поперечном направлении относительно оси канала. Показано, что при торможении пучка во внешнем электрическом поле, рассматриваемая сила работает на уход пучка из канала (детрекинг-эффект), а при ускорении РЭП в указанном поле данная сила становится возвращающей (трекинг-эффект). Кроме того, показано, что сужение канала, когда отношение характерного радиуса пучка к характерному радиусу канала увеличивается, приводит к уменьшению исследуемой силы относительно силы электрического взаимодействия системы пучок–канал. При всех рассмотренных при численном расчете напряженностях внешнего электрического поля величина исследуемого параметра T почти всюду меньше единицы. Это говорит о том, что сила пучково-канального взаимодействия превышает по величине силу, вызванную торможением (или ускорением) пучка. Однако данные силы соизмеримы и учет указанной силы может оказывать заметное влияние на динамику развития ионной шланговой неустойчивости.

Список литературы

- [1] Рухадзе А.А., Богданкевич Л.С., Росинский С.Е., Рухлин В.Г. Физика сильноточных релятивистских электронных пучков. М.: Атомиздат, 1980. 167 с.
- [2] Миллер Р. Введение в физику сильноточных пучков заряженных частиц. М.: Мир, 1984. 432 с.
- [3] Колесников Е.К., Мануйлов А.С., Филиппов Б.В. Динамика пучков заряженных частиц в газоплазменных средах. СПб.: Изд-во СПбГУ, 2002. 98 с.
- [4] Колесников Е.К., Мануйлов А.С., Зеленский А.Г. Динамика релятивистских электронных пучков в режиме ионной фокусировки. Воскресенск.: Изд-во Позитив, 2013. 104 с.
- [5] Vichapan H.L. // Phys. Fluid. 1987. Vol. 30. N 1. P. 221–231.
- [6] Колесников Е.К., Мануйлов А.С. // ЖТФ. 2000. Т. 70. Вып. 5. С. 68–73.