Самоиндуцированная прозрачность для предельно коротких импульсов в окрестности температуры Кюри водородсодержащих сегнетоэлектриков

© С.В. Нестеров, С.В. Сазонов

Калининградский государственный университет,
236041 Калининград, Россия

E-mail: nst@alg.kaliningrad.ru

(Поступила в Редакцию 4 марта 2002 г.
В окончательной редакции 10 июня 2002 г.)

Исследовано нелинейное распространение предельно коротких (без высокочастотного заполнения) электромагнитных импульсов в сегнетоэлектрике типа KDP при температуре, близкой к температуре фазового перехода. Показано, что, несмотря на сильное затухание в этой области слабых монохроматических сигналов, мощный предельно короткий импульс способен распространяться в режиме самоиндуцрованной прозрачности. При этом соответствующий солитон устойчив по отношению к поперечным возмущениям.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проекты № 00-02-17436а и 02-02-17710а) и CRDF (грант 6104).

Явление самоиндуцированной прозрачности (СИП) заключается в нелинейном просветлении резонансной среды с помощью лазерного импульса, когда интенсивность последнего превышает определенное пороговое значение [1]. В последнее десятилетие лазерная техника достигла уровня, позволяющего в экспериментальных условиях генерировать импульсы длительностью до одного периода электромагнитных колебаний (предельно короткие импульсы — ПКИ) [1–3]. Спектр таких импульсов настолько широк, что в нем практически невозможно выделить несущую частоту. Поэтому при теоретических исследованиях взаимодействия ПКИ с веществом несправедливо традиционное для квазимонохроматических импульсов с ярко выраженной несущей частотой приближение медленно меняющихся амплитуд и фаз [4]. С этим обстоятельством не в последнюю очередь связаны особенности СИП для ПКИ в сравнении с соответствующим эффектом для квазимонохроматических импульсов [5]. В то же время в обоих случаях механизмы распространения солитонов СИП практически идентичны и заключаются в периодическом обмене энергией между импульсом и средой.

В последнее время усилился интерес к исследованию лазерных воздействий на среды, испытывающие структурные фазовые переходы. В силу смягчения различных колебательных мод в окрестности фазовых переходов роль нелинейных эффектов значительно возрастает, что приводит к возможности наблюдения особенностей нелинейных явлений, не способных проявляться вдали от фазового перехода. Так, в [6] исследована СИП для квазимонохроматических импульсов, распространяющихся в сегнетоэлектрике типа KDP и резонансно взаимодействующих с примесными двухуровневыми атомами. В результате показана возможность резкого уменьшения скорости солитона при приближении температуры T сегнетоэлектрика к температуре Кюри T_c как в полярной, так и в неполярной фазе.

Отметим также, что вдали от T_c в сегнетоэлектрике типа KDP возможно солитонное распространение ПКИ, спектр которых не захватывает частоты резонансных переходов [7].

При приближении к T_c значительно возрастает роль релаксационных процессов, приводящих к сильной переторможенности мягкой моды. Это приводит к тому, что частотная зависимость восприимчивости сегнетоэлектрика принимает не лоренцевский, а дебаевский вид [8,9]. В этом случае смягчение колебательной моды проявляется в виде эффекта критического замедления: квазиколебательная динамика поляризации сменяется сугубо релаксационной, а время релаксации стремится к бесконечности при $T \to T_c$. Отметим, что данная релаксация имеет коллективную природу и вызвана сильным диполь-дипольным взаимодействием между поляризационными центрами [10]. Роль последних в сегнетоэлектрике типа KDP играют ионы водорода, колебательная мода которых обусловлена возможностью их туннелирования между минимумами двухъямных кристаллических потенциалов [8,9].

Из-за сильной переторможенности колебательной моды вблизи T_c эффект СИП для квазимонохроматических импульсов, находящихся в резонансе с мягкой модой, становится невозможным. Действительно, время фазовой релаксации для туннелирующих ионов водорода KH_2PO_4 $T_2 \sim 10^{-12}\,\mathrm{s}$ [8], а частота квантового туннелирования $\omega_0 \sim 10^{13}\,\mathrm{s}^{-1}$. При $|T - T_c| \sim 1\,\mathrm{K}$ и $T_c \approx 222\,\mathrm{K}$ частота мягкой моды $\omega_c \sim \omega_0\sqrt{|T - T_c|/T_c} \sim 10^{12}\,\mathrm{s}^{-1} \sim 1/T_2$. Поскольку импульс резонансный, его частота $\omega = \omega_c \sim 1/T_2$. Для наблюдения СИП длительность τ_p импульса должна удовлетворять условию $\tau_p \ll T_2$. Отсюда и из предыдущего соотношения находим $\omega\tau_p \ll 1$, что противоречит условию квазимонохроматичности импульса $\omega\tau_p \gg 1$ и скорее соответствует ПКИ. В спектре последних помимо резонансных содержатся и другие, в том числе и более высокие, частоты. Поэтому взаимодействие со средой может значительно отличаться от такового для квазимонохроматических импульсов. С увеличением мощности ПКИ поляризационные центры (ионы водорода) начинают сильнее взаимодействовать с полем импульса, чем друг с другом. Вследствие этого ослабевает роль коллективной релаксации, приводящей к перетормаживанию мягкой моды. В результате более отчетливо могут проявляться индивидуальные характеристики поляризационных центров. Ситуация, таким образом, приближается к той, что имеет место в случае изолированных атомов.

Настоящая работа посвящена теоретическому исследованию когерентного нелинейного распространения мощных широкополосных ПКИ в водородсодержащих сегнетоэлектриках типа порядок–беспорядок.

1. Самосогласованная система материальных и волновых уравнений

Гамильтониан активного протона, взаимодействующего с электрическим полем E импульса в представлении „право-лево“ и приближении молекулярного поля, имеет вид [8,9,11]

$$\hat{H}_1 = -\hbar\omega_0\hat{S}_x - \hbar(\Omega + JS_z)\hat{S}_z, \tag{1}$$

где $\hbar$ — постоянная Планка, ω_0 — частота квантового туннелирования протона в изолированном двухъямном потенциале, J — средняя константа диполь-дипольной связи между квантовыми туннельными переходами протонов, $\Omega = \mathbf{dE}/\hbar$, $\mathbf{d}$ — дипольный момент туннельного перехода, $\hat{S}^j_\rho$ $(\rho = x, y, z)$ — псевдоспиновые операторы Паули для i-го центра. При этом оператор $\hat{S}^j_x$ определяет инверсию населенности двух квантовых уровней j-го центра, различающихся по энергии на величину $\hbar\omega_0$. В то же время S^j_z пропорционален оператору дипольного момента i-го центра. Роль же S^j_y сводится к замыканию операторной алгебры псевдоспина, $S_\rho = \langle\hat{S}_\rho\rangle$, $\langle\ldots\rangle$ — операция квантового усреднения.

Записывая для операторов Паули $\hat{S}^j_\rho$ $(\rho = x, y, z)$ гейзенберговы уравнения, после квантового усреднения находим

$$\frac{\partial S_x}{\partial t} = (\Omega + JS_z)S_y,$$
$$\frac{\partial S_y}{\partial t} = \omega_0 S_z - (\Omega + JS_z)S_x, \quad \frac{\partial S_z}{\partial t} = -\omega_0 S_y. \tag{2}$$

В данных уравнениях не учитывается релаксация. Поскольку этот эффект очень важен в окрестности T_c, следуя [11], учтем его, добавляя в (2) феноменологические релаксационные члены. Вследствие критического замедления в окрестности T_c молекулярное поле меняется очень медленно. Поэтому компоненты псевдоспина релаксируют к зависящему от времени квазиравновесию, определенному мгновенным значением молекулярного поля, а не к термодинамическому равновесию [11].

Вначале перепишем (2) в виде [11]

$$\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial t} = \mathbf{S} \times \mathbf{\Omega}^{\text{ef}}, \tag{3}$$

где $\mathbf{S} = (S_x, S_y, S_z)$, $\mathbf{\Omega}^{\text{ef}} = \mathbf{\Omega}^m + \mathbf{\Omega}$; компоненты молекулярного поля $\mathbf{\Omega}^m$ (размерность частоты) имеют вид $\Omega^m_x = \omega_0$, $\Omega^m_y = 0$, $\Omega^m_z = JS_z$.

Из (3) видно, что вектор $\mathbf{S}$ прецессирует вокруг мгновенного направления вектора $\mathbf{\Omega}^{\text{ef}}$.

Введем некую эффективную восприимчивость χ^{ef} соотношением

$$\mathbf{S}^q = \chi^{\text{ef}}\mathbf{\Omega}^{\text{ef}}, \tag{4}$$

где $\mathbf{S}^q$ — квазиравновесное значение $\mathbf{S}$, определяемое мгновенным значением $\mathbf{\Omega}^{\text{ef}}$.

В состоянии термодинамического равновесия [8,9,11]

$$S_x = S^e_x = \begin{cases} \tanh(\hbar\omega_0/k_B T), & T \geqslant T_c, \\ \omega_0/J, & T \leqslant T_c, \end{cases} \tag{5}$$

а температура Кюри T_c находится из соотношения

$$\frac{\omega_0}{J} = \tanh\left(\frac{\hbar\omega_0}{k_B T_c}\right). \tag{6}$$

Здесь k_B — постоянная Больцмана.

Из (4) и (5) находим

$$\chi^{\text{ef}} = \frac{S^e_x}{\omega_0} = \frac{1}{\omega_0}\tanh\frac{\hbar\omega_0}{k_B T_c}. \tag{7}$$

Истинная же статическая восприимчивость $\chi(0)$ определяется из соотношения $S_{z0} = \chi(0)\Omega$ и, как следует из (4), (7), связана с χ^{ef} следующим образом:

$$\chi(0) = \frac{2\chi^{\text{ef}}}{1 - 2J\chi^{\text{ef}}} = \left(\omega_0 \coth\frac{\hbar\omega_0}{k_B T_c} - J\right)^{-1}. \tag{8}$$

Данное соотношение совпадает с соответствующим выражением для $\chi(0)$, найденным в термодинамической теории [8], и имеет, согласно (6), особенность при $T = T_c$.

Учитывая, что вектор $\mathbf{S}$ в окрестности T_c релаксирует к своему квазиравновесному значению $\mathbf{S}^q$ (см. (4)), дополним первую часть (3) релаксационными слагаемыми вида $-\gamma_\perp(\mathbf{S} - \mathbf{S}_\perp)$ и $\gamma_\parallel(\dot{S}_x - S^q_x)$. Тогда

$$\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial t} = \mathbf{S} \times \mathbf{\Omega}^{\text{ef}} - \gamma_\perp(\mathbf{S}_\perp - \chi^{\text{ef}}\mathbf{\Omega}^m_\perp) - \gamma_\parallel(S_x - \chi^{\text{ef}}\mathbf{\Omega}^m_x)\mathbf{e}_x. \tag{9}$$

где $\mathbf{S}_\perp = (S_y, S_z)$, $\mathbf{\Omega}^m_\perp = (\Omega^m_y, \Omega^m_z)$, $\mathbf{e}_x$ — орт в направлении S_x (в пространстве псевдоспина), $\gamma_\perp$ и $\gamma_\parallel$ — скорость фазовой и энергетической релаксации соответственно. Для водородсодержащих сегнетоэлектриков, где велика вероятность квантового туннелирования через барьер двухъямного потенциала, $\omega_0^2 \gg \gamma_\perp^2$. К сегнетоэлектрикам такого типа относятся перовскиты, SnTe, KDP и др. [8]. Обычно $\gamma_\perp \ll \gamma_\parallel$ [12], поэтому в дальнейшем $\gamma_\parallel$ будем пренебрегать.

Уравнение (9) для z-компоненты имеет вид

$$\frac{\partial S_z}{\partial t} = -\omega_0 S_y - \gamma_\perp (1 - J S_x^e/\Omega_0) S_z. \qquad (10)$$

При $T = T_c$ имеем $JS_x^e/\omega_0 = 1$. Поэтому вблизи температуры перехода релаксационными слагаемыми в последнем уравнении можно пренебречь. Учитывая вышесказанное, а также исключая не имеющую физического смысла y-компоненту вектора псевдопотенциала S, перепишем (10) в виде системы уравнений для компонент вектора **S**

$$\frac{\partial S_x}{\partial t} = -\frac{\Omega + JS_z}{\omega_0}\frac{\partial S_z}{\partial t}, \qquad (11)$$

$$\frac{\partial^2 S_z}{\partial t^2} + \gamma_\perp \frac{\partial S_z}{\partial t} + \omega_0^2 S_z = \omega_0(\Omega + JS_z)S_x. \qquad (12)$$

Далее показано, что предложенный способ введения релаксации вполне удовлетворительно согласуется с экспериментальным исследованием динамических свойств сегнетоэлектриков в окрестности температуры Кюри.

Дополним материальные уравнения (11), (12) уравнением Максвелла для внешнего поля Ω

$$\Delta\Omega - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \Omega}{\partial t^2} = \frac{4\pi d^2 n}{\hbar c^2}\frac{\partial^2 S_z}{\partial t^2}, \qquad (13)$$

где c — скорость света в вакууме, n — концентрация активных центров, Δ — оператор Лапласа. Дальнейший анализ основан на исследовании самосогласованной системы уравнений (11)–(13), описывающих динамику электромагнитного импульса в окрестности температуры Кюри водородсодержащих сегнетоэлектриков типа порядок–беспорядок.

2. Затухание слабых монохроматических волн

Линеаризуем систему уравнений (11), (12). Для этого запишем $S_x = S_x^e + \xi$, $S_z = S_{z0} + \zeta$, ($S_{z0} \neq 0$ при $T < T_c$), где $\xi, \zeta \ll S_x^e, S_{z0}$. Тогда из (12), (13) найдем

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} + 2\gamma_\perp \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \omega_c^2 \zeta = \omega_0 S_x^e \Omega. \qquad (14)$$

Здесь $\omega_c^2 = \omega_+^2 \equiv \omega_0^2(1 - JS_x^e/\omega_0)$ при $T > T_c$ и $\omega_c^2 = \omega_-^2 \equiv (JS_{z0})^2$ при $T < T_c$.

Определим динамическую восприимчивость сегнетоэлектрика как

$$P - P_0 = dh\zeta = \chi(\omega)E, \qquad (15)$$

где $P_0 = dhS_{z0}$ и $P = dhS_z$ — соответственно равновесная (спонтанная при $T < T_c$) и суммарная поляризации при включении внешнего электрического поля E, ω — частота поля.

Полагая затем ζ, $\Omega = dE/\hbar \sim e^{i\omega t}$, найдем из (14) и (15)

$$\chi(\omega) = \chi(0)\frac{\omega_c^2}{\omega_c^2 - \omega^2 + 2i\gamma_\perp\omega}, \qquad (16)$$

где $\chi(0) = d^2 n\omega_0^2/(\hbar J\omega_c^2)$.

Выражение (16) хорошо согласуется с экспериментальными данными для водородсодержащих сегнетоэлектриков [8]. Кроме того, как легко видеть, оно является предельным случаем более общего выражения [11] при $\omega_0^2 \gg \gamma_\perp^2$. Если бы фазовая релаксация входила симметричным образом в уравнения для S_y и S_z (как это обычно имеет место в средах вдали от фазовых переходов), то ω_c в (16) не обращалась бы в нуль при $T = T_c$. Поэтому можно считать, что учет релаксации, проведенный в предыдущем разделе, простейшим образом приводит к согласию с экспериментом и не противоречит термодинамической теории. Величина $\chi(0)$ в (16) есть статическая и одновременно термодинамическая равновесная восприимчивость. Действительно, например, при $T > T_c$ получим

$$\chi(0) = \frac{d^2 n}{\hbar J(1 - JS_x^e/\omega_0)},$$

что совпадает с соответствующим теоретическим выражением вблизи T_c, найденным в приближении молекулярного поля [9]. Аналогично рассматривается и случай $T < T_c$.

Раскладывая при $T > T_c$ (5) в ряд по малому параметру $(T - T_c)/T_c$ с учетом (6), найдем $\omega_c^2 = \omega_+^2 = \Omega_+^2(T - T_c)/T_c$, где $\Omega_+^2 = \omega_0^2(\hbar J/k_B T_c)(1 - \omega_0^2/J^2)$. Аналогично в сегнетофазе $\omega_c^2 = \omega_-^2 = \Omega_-^2(T_c - T)/T_c$, но выражение для Ω_-^2 получается более громоздким, чем для Ω_+^2. Такое представление для ω_c в (16) наиболее удачно соответствует экспериментам [8].

При приближении к T_c как в пара- $(T > T_c)$, так и в сегнетофазе $(T < T_c)$ $\omega_c^2 \sim |T - T_c|$. Поэтому в непосредственной близости от температуры перехода свободный $(\Omega = 0)$ осциллятор (14) становится перетороможенным, т.е. $\gamma_\perp > \omega_c$, так как $\gamma_\perp$ практически не зависит от температуры [11]. При $\gamma_\perp^2 \gg \omega_c^2$ в левой части (14) можно пренебречь первым слагаемым; тогда динамика параметра становится сугубо релаксационной с характерным временем релаксации $\tau = 2\gamma_\perp/\omega_c^2 = \Omega_\pm^{-2} T_c/|T - T_c|$. Налицо эффект критического замедления при $T \to T_c$. Однако в отличие от неводородсодержащих сегнетоэлектриков релаксация в нашем случае в большей степени обусловлена эффектами туннелирования, нежели тепловыми перебросами через барьеры в двухъямных потенциалах. Пренебрежение в (14) слагаемым $\partial^2\zeta/\partial t^2$ в окрестности T_c соответствует пренебрежению ω^2 в знаменателе (16). Тогда восприимчивость сегнетоэлектрика приобретает дебаевский [8,9,11] вид.

Сугубо релаксационная динамика параметра порядка (поляризации) свидетельствует о том, что в окрестности температуры Кюри сегнетоэлектрика посылаемые на него электромагнитные волны должны испытывать сильное затухание в широком диапазоне частот. Согласно закону Бэра, интенсивность волны, распространяющейся вдоль оси z, $I \sim E^2 \sim \exp(-\varkappa z)$, где $\varkappa = 2\omega N_I/c$ — коэффициент затухания, N_I — мнимая часть показателя преломления $N = \sqrt{1 + 4\pi\chi(\omega)} = N_R - iN_I$ (N_R — его действительная часть, $\chi(\omega)$ определяется согласно (15)).

Оценим величину $\varkappa$ для различных частот ω.

1) Низкочастотные волны ($\omega \ll \omega_c$). В этом случае в (16) пренебрегаем ω^2. Взяв $d \sim 10^{-18}$, $n \sim 10^{22}\,\mathrm{cm}^{-3}$, $J \sim 10^{13}\,\mathrm{s}^{-1}$, найдем $d^2n/\hbar J \sim 1$. Полагая, кроме того, $\omega_0 \sim 10^{13}\,\mathrm{s}^{-1}$, $(T - T_c)/T_c \sim 10^{-2}$, имеем $\omega_c \sim \omega_0\sqrt{(T - T_c)/T_c} \sim 10^{12}\,\mathrm{s}^{-1}$. Следовательно, $\chi(0) \sim 10^2$. При $\gamma_\perp \sim 10^{12}\,\mathrm{s}^{-1}$ $\chi(\omega) \sim 10^2$ и $N \approx \approx \sqrt{4\pi\chi(\omega)}$. Извлекая мнимую часть, найдем

$$\varkappa = 4\,\frac{\gamma_\perp}{c}\sqrt{\frac{\pi d^2 n}{\hbar J}\,\frac{\omega_0\omega^2}{\omega_c^3}}.$$

Таким образом, при низких частотах $\varkappa \sim \omega^2$. При $\omega \sim 10^{11}\,\mathrm{s}^{-1}$ (длина волны $\lambda \sim 1\,\mathrm{cm}$) из последнего выражения при вышеприведенных параметрах получаем $\sim 10\,\mathrm{cm}^{-1}$, что соответствует глубине проникновения $l = \varkappa^{-1} \sim 0.1\,\mathrm{cm}$. Поскольку $l < \lambda$, волна в среде не расространяется.

2) Волны резонансных частот ($\omega = \omega_c$). Оценки, аналогичные приведенным в предыдущем случае, также показывают, что $4\pi|\chi(\omega)| \gg 1$. Поэтому $N^2 \sim 4\pi\chi(\omega)$ и

$$\varkappa = 2\,\frac{\omega_0}{c}\sqrt{\frac{\pi d^2 n}{\hbar J}\,\frac{\omega}{\gamma_\perp}}.$$

При $\omega = \omega_c \sim 10^{12}\,\mathrm{s}^{-1}$ ($\lambda = 0.1\,\mathrm{cm}$) $\varkappa = l^{-1} \sim 10^3\,\mathrm{cm}^{-1}$. В этом случае $l \ll \lambda$, поэтому волна затухает еще быстрее, чем при низких частотах. Поскольку $\varkappa \sim \sqrt{\omega}$, а $\lambda \sim \omega^{-1}$, с ростом частоты возможно увеличение отношения l/λ. Поэтому рассмотрим также случай высоких частот.

3) Высокочастотные волны ($\omega \gg \omega_c$). Верхний предел рассматриваемых частот соответствует $\omega \sim 10^{14}\,\mathrm{s}^{-1}$, так как при более высоких значениях ω будут задействованы электронно-оптические переходы, а также переходы протонов на более высокие уровни в двухъямном потенциале [8], влияние которых в настоящей работе не учитывается. Поэтому, положив в (16) $\omega_c/\omega \sim 10^{-2}$, получим $|\chi(\omega)| \sim \chi(0)(\omega_c/\omega)^2 \sim 10^{-2}$ и $4\pi|\chi(\omega)| \ll 1$. Следовательно, $N = N_R - iN_I \approx 1 + 2\pi\chi(\omega)$.

Выделяя в (16) мнимую часть и пренебрегая в знаменателе ω_c^2, найдем

$$\varkappa = \frac{8\pi d^2 n}{\hbar J}\,\frac{\gamma_\perp}{c}\,\frac{\omega_0^2}{\omega^2}.$$

Итак, в высокочастотном пределе $\varkappa \sim \omega^{-2}$.

При $\omega \sim 10^{14}\,\mathrm{s}^{-1}$ ($\lambda \sim 10^{-3}\,\mathrm{cm}$) и при вышеприведенных значениях для остальных параметров имеем $\varkappa \sim 10\,\mathrm{cm}^{-1}$, что соответствует $l \sim 10^2\lambda$.

Таким образом, только в случае очень высоких частот инфракрасного диапазона длина проникновения может составить порядка 10–100 длин волн (в абсолютных значениях $\sim 1\,\mathrm{mm}$). Во всем остальном диапазоне ($\omega < 10^{14}\,\mathrm{s}^{-1}$) слабое электромагнитное поле со спектром частот инфракрасного диапазона практически не проникает в сегнетоэлектрик, если его температура близка к температуре Кюри.

3. Нелинейное распространение импульсов в режиме спектрального перекрытия

Рассмотрим распространение мощного электромагнитного ПКИ вдоль полярной оси сегнетоэлектрика, перпендикулярной плоскости туннельных колебаний протонов [9]. Будем считать импульс настолько коротким, что выполняется условие спектрального перекрытия [5,13,14]

$$\omega_0\tau_p \ll 1. \tag{17}$$

Поскольку спектральная ширина импульса $\delta\omega \sim \tau_p^{-1}$, (17) можно переписать в виде $(\delta\omega/\omega_0)^2 \gg 1$. Таким образом, в спектре ПКИ содержатся фурье-компоненты, резонансные четно-нечетным квантовым переходам протонов между туннельными состояниями. В силу данного обстоятельства должна значительно изменяться разность населенностей этих состояний. Поэтому условие (17) соответствует сильно нелинейному режиму взаимодействия импульса с сегнетоэлектриком. Будем считать также выполненным условие

$$\tau_p \ll \gamma_\perp^{-1}, \tag{18}$$

что позволяет нам пренебречь в (12) релаксационным слагаемым. Полагая $\omega_0 \sim 10^{13}\,\mathrm{s}^{-1}$, $\gamma_\perp \sim 10^{12}\,\mathrm{s}^{-1}$ [8], найдем, что условиям (17), (18) можно удовлетворить при $\tau_p \sim 10^{-14}\,\mathrm{s}$. При этом все еще можно не учитывать взаимодействие ПКИ с вышележащими квантовыми уровнями протонов в двухъямном потенциале. В силу (17) в левой части (12) можно пренебречь также последним слагаемым.

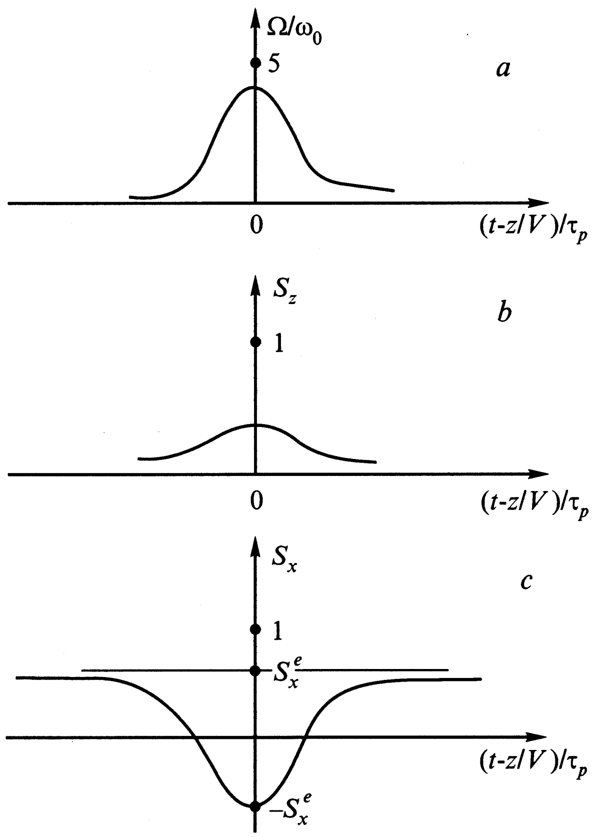
Суммируя сказанное, систему (11), (12) можно переписать в виде

$$\frac{\partial X}{\partial t} = -\Psi Z, \quad \frac{\partial Z}{\partial t} = \Psi Z, \tag{19}$$

где

$$X = S_x, \quad Z = \frac{1}{\omega_0}\frac{\partial S_z}{\partial t}, \quad \Psi = \Omega + JS_z.$$

Учитывая начальные условия, получаем $X(-\infty) = S_x^e$, $Z(-\infty) = 0$ (см. (10) как при $T > T_c$, так и при $T < T_c$). Решение системы (19) после возврата к исходным обо-



Предельно короткий солитон СИП в сегнетоэлектрике. a — профиль солитона в сопутствующей системе отсчета, b — динамика поляризации при прохождении солитона, c — соответствующая эволюция разности населенностей туннельного перехода.

значениям запишем в виде

$$S_x = S_x^e \cos\theta, \quad \frac{\partial S_z}{\partial t} = \omega_0 S_x^e \sin\theta, \tag{20}$$

где „площадь“

$$\theta = \int\limits_{-\infty}^{t} (\Omega + JS_z)\, dt'. \tag{21}$$

Поскольку вблизи температуры перехода $JS_{z0} \approx \omega_0$, а частота Рабли $\Omega \sim \tau_p^{-1}$ [5], условие (17) эквивалентно неравенству $\Omega \gg JS_z$.

Это соответствует пренебрежению диполь-дипольным взаимодействием между протонами в различных двхуъямных потенциалах. Таким образом, при условии (17) каждый протон значительно сильнее взаимодействует с полем импульса, чем с окружением себе подобных. Импульс как бы разрывает связи между протонами, ответственными за фазовый переход. В результате в поле мощного импульса проявляются не коллективные, а индивидуальные свойства системы протонов. Как следствие такие эффекты, как смягчение колебательной моды и ее перетороженность, уже не играют существенной роли. Суммируя сказанное, выражение для θ можно записать следующим образом:

$$\theta = \int\limits_{-\infty}^{t} \Omega\, dt'. \tag{22}$$

Подставляя второе уравнение (20) в правую часть (13), придем к трехмерному уравнению синус-Гордона

$$\Delta\theta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2} = \beta \sin\theta, \tag{23}$$

где $\beta = 4\pi d^2 n\omega_0 S_x^e/\hbar c^2 \approx 4\pi d^2 n\omega_0^2/(\hbar J c^2)$.

В одномерном случае, когда $\theta = \theta(z, t)$ (z — полярная ось), уравнение (23) становится интегрируемым [15]. Его односолитонное решение имеет вид

$$\theta = 4\,\mathrm{arctg}\left[\exp\left(\frac{t - z/V}{\tau_p}\right)\right], \tag{24}$$

где V — скорость распространения солитона, связанная с его длительностью τ_p соотношением

$$\frac{1}{V^2} = \frac{1}{c^2}\left(1 + \frac{4\pi d^2 n}{\hbar J}(\omega_0\tau_p^2)\right). \tag{25}$$

Поскольку $d^2 n/\hbar J \sim 1$ (см. предыдущий раздел), при $\omega_0\tau_p \sim 0.1$ скорость V отличается от c на $1-10\%$.

Используя (24), (22) и (20), находим

$$\Omega = \frac{2}{\tau_p}\,\mathrm{sech}\left(\frac{t - z/V}{\tau_p}\right), \tag{26}$$

$$S_z = S_{z0} + 2(\omega_0\tau_p)S_x^e\,\mathrm{sech}\left(\frac{t - z/V}{\tau_p}\right), \tag{27}$$

$$S_x = S_x^e\left[1 - 2\,\mathrm{sech}^2\left(\frac{t - z/V}{\tau_p}\right)\right]. \tag{28}$$

При этом в парафазе $S_{z0} = 0$, а в сегнетофазе $S_{z0} \approx \sqrt{3(T_c - T)/T_c} \sim 0.1$ (при $|T_c - T|/T_c \sim 0.01$). В то же время $S_x^e \approx \omega_0/J < 1$, а $\omega_0\tau_p \sim 0.1$. Таким образом, S_{z0} и множитель $2(\omega_0\tau_p)S_x^e$ в (27) имеют один порядок величины: $\sim 0.1 \ll 1$. Поэтому смещение протонов из равновесных положений в двухъямных потенциалах при условии (17) оказывается незначительным, что влечет за собой очень слабые изменения поляризации сегнетоэлектрика при прохождении в нем солитона (26). В то же время, согласно (28), разность населенностей туннельных подуровней изменяется значительным образом: от $S_x^e \approx \omega_0/J$ при $t - z/V \to \pm\infty$ до $-S_x^e \approx -\omega_0/J$ при $t - z/V = 0$ (см рисунок).

Исследуем устойчивость солитона (26) по отношению к самофокусировке. Для этого необходимо вернуться к трехмерному уравнению синус-Гордона (23) и учесть возмущение одномерного решения (26) при условии его слабой зависимости от поперечных координат $\mathbf{r}_\perp$. Для этого воспользуемся методом усредненного вариационного принципа [16].

Уравнение (23) может быть получено из уравнений Эйлера–Лагранжа с использованием плотности лагранжиана

$$\mathscr{L} = \frac{1}{2}(\nabla\theta)^2 - \frac{1}{2c^2}\left(\frac{\partial\theta}{\partial t}\right)^2 + \beta(1-\cos\theta). \tag{29}$$

Пробное решение, в котором учитывается слабая зависимость от начальных координат, запишем в виде

$$\theta = 4\,\mathrm{arctg}\left\{\exp\left[\rho\left(t-\varphi(r)\right)\right]\right\}. \tag{30}$$

В одномерном случае (см. (24)) $\rho(r) = \tau_p^{-l} = \mathrm{const}$, $\varphi(r) = z/V$.

Поскольку зависимость от $r_\perp$ слабая, $\rho(r)$ в (30) есть медленная функция своих аргументов, а $\varphi(r)$ — быстрая. Подставляя (30) в (29) и пренебрегая производными от медленной функции $\rho(r)$ [16], найдем для среднего лагранжиана

$$L \equiv \frac{1}{4}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \mathscr{L}\,dt$$

выражение

$$L = \rho\left(\nabla\varphi\right)^2 - \frac{\rho}{c^2} + \frac{\beta}{\rho}. \tag{31}$$

Соответствующее уравнение Эйлера–Лагранжа для переменных φ и ρ можно представить следующим образом:

$$\frac{\mathbf{V}^2}{2} + \int\frac{dP}{\rho} = \frac{1}{2c^2} = \mathrm{const}, \tag{32}$$

$$\nabla(\rho\mathbf{V}) = 0, \tag{33}$$

где $\mathbf{V} = \nabla\varphi$, а связь между P и ρ имеет вид

$$\frac{dP}{d\rho} = \frac{\beta}{\rho^2} > 0. \tag{34}$$

Заметим, что система (32), (33) совпадает с хорошо известными уравнениями, описывающими стационарное потенциальное течение идеальной жидкости. При этом (32) есть интеграл Бернулли, а (33) — уравнение непрерывности. Тогда P играет роль внутреннего давления, ρ — плотности данной жидкости, уравнение состояния которой совпадает с (34). Очевидно, условие устойчивого течения данной воображаемой жидкости $dP/d\rho > 0$ соответствует устойчивости солитона (26) (см. также (24)) к поперечным возмущениям.

Согласно (34), предельно короткий солитон СИП в окрестности температуры перехода водородсодержащего сегнетоэлектрика не подвержен явлению самофокусировки. В то же время, как хорошо известно [17], резонансные квазимонохроматические солитоны СИП неустойчивы относительно поперечных возмущений.

Представленное в настоящей работе исследование показывает, что мощный короткий ($\tau_p \sim 10^{-14}$ s) электромагнитный видеоимпульс в отличие от слабых монохроматических сигналов способен распространиться в сегнетоэлектрике вблизи его температуры Кюри, практически не испытывая затухания. Как было отмечено выше, механизм такого распространения связан с разрывом диполь-дипольных взаимодействий между активными центрами мощным полем электромагнитного импульса. В результате данного разрыва активные центры (протоны в двухъямных потенциалах) ведут себя в поле импульса как изолированные атомы. Поэтому такие коллективные эффекты, как мягкая мода и критическое замедление, исчезают в области нахождения ПКИ.

Строго говоря, при длительности $\tau_p \sim 10^{-14}$ s на динамику импульса способны оказывать влияние (хотя и не очень значительное) переходы на квантовые протонные уровни, лежащие выше рассмотренных здесь туннельных подуровней основного состояния. Для таких переходов выполнено условие волновой прозрачности $(\omega_p\tau_p)^2 \gg 1$, где ω_ρ — частота перехода с одного из туннельных подуровней на ближайший вышележащий протонный уровень в двухъямном потенциале. Методика соответствующего учета для изолированных атомов предложена в работе [18]. С некоторыми усовершенствованиями непринципиального характера данная методика может быть использована и в задачах взаимодействия ПКИ с сегнетоэлектриком.

Список литературы

[1] J.T. Darrow, B.B. Hu, X.C. Chang, D.H. Auston. Opt. Lett. **15**, 323 (1990).
[2] P.C. Becker, H.L. Fragnito, J.Y. Bigot, C.H. Brito Crus, R.L. Fork, C.V. Shank. Phys. Rev. Lett. **63**, *5*, 505 (1989).
[3] K. Tamura, M. Nakazawa. Opt. Lett. **21**, 68 (1996).
[4] С.А. Ахманов, В.А. Выслоух, А.С. Чиркин. Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. Наука, М. (1988).
[5] А.Ю. Пархоменко, С.В. Сазонов. ЖЭТФ **114**, 11 (1998).
[6] М.Б. Белоненко. Автореф. докт. дис. Волгоград (1998).
[7] С.В. Сазонов. ФТТ **37**, 1612 (1995).
[8] В.Г. Вакс. Введение в микроскопическую теорию сегнетоэлектриков. Наука, М. (1973).
[9] Б.А. Струков, А.П. Леванюк. Физические основы сегнетоэлектрических явлений. Наука, М. (1983).
[10] С.В. Сазонов. Письма в ЖТФ **22**, *21*, 52 (1996).
[11] Р. Блинц, Б. Жекш. Сегнетоэлектрики и антисегнетоэлектрики. Мир, М. (1975).
[12] Р. Пантел, Г. Путхоф. Основы квантовой электроники. Мир, М. (1972).
[13] Э.М. Беленов, А.В. Назаркин. Письма в ЖЭТФ **51**, 252 (1990).
[14] Э.М. Беленов, А.В. Назаркин, В.А. Ущановский. ЖЭТФ **100**, 762 (1991).
[15] Дж. Лэм. Введение в теорию солитонов. Мир, М. (1983).
[16] С.К. Жданов, Б.А. Трубников. Квазигазовые неустойчивые среды. Наука, М. (1991).
[17] Р. Додд, Дж. Эйлбек, Дж. Гиббон, Х. Моррис. Солитоны и нелинейные волновые уравнения. Мир, М. (1988).
[18] С.В. Сазонов, А.Ф. Соболевский. Опт. и спектр. **90**, *3*, 449 (2001).