

10

Электрозвуковая волна в зазоре осцилляционно перемещающихся пьезоэлектриков

© С.Н. Марышев¹, Н.С. Шевяхов^{2,¶}

¹ Московский физико-технический институт (Государственный университет), Долгопрудный, Московская область

² Саровский физико-технический институт НИЯУ „МИФИ“

¶ E-mail: ns_shev@mail.ru

Поступило в Редакцию 4 июля 2017 г.

Рассматриваются изменения скорости распространения электрозвуковых волн в вакуумном зазоре пьезоэлектрических кристаллов под действием однородных осцилляционных перемещений одного из них вдоль границ зазора.

DOI: 10.21883/PJTF.2017.22.45258.16951

Известно [1,2], что границы пьезоэлектриков, разделенных зазором, способны удерживать электрозвуковые поверхностные волны — щелевые электрозвуковые волны (ЩЭВ), дисперсионные свойства которых существенно определяются связью кристаллов электрическими полями через зазор. Слоистые структуры с зазором — один из распространенных типов конструкций мехатроники [3]. Поэтому в целях мониторинга устройств мехатроники, штатная работа которых предполагает относительное перемещение элементов конструкций, интересно оценить возможность использования электрозвуковых волн. Соответственно требуется учесть влияние относительного перемещения пьезоэлектриков структуры с зазором на распространение электрозвуковых волн.

В работах [4,5] рассматривалось влияние равномерного относительного продольного перемещения (ОПП) пьезоэлектриков на распространение электрозвуковых волн вдоль границ образованного пьезоэлектриками зазора. Было показано, что с использованием электрозвуковых волн в структуре с зазором средствами акустоэлектроники доступны для регистрации скорости ОПП порядка 10^{-3} м/с. Несмотря на это обнадеживающее обстоятельство, дальнейший прогресс сдерживается

отсутствием надлежащих оценок влияния неравномерности ОПП, характерной для работы устройств мехатроники в реальных условиях. В настоящей работе предпринята попытка определения изменения скорости распространения электровзвучивых волн в структуре с зазором для простейшего варианта неравномерного ОПП осцилляционного типа, когда один из пьезоэлектриков структуры перемещается как целое по заданному гармоническому закону.

Метод решения в [4,5] основывался на галилеевском преобразовании уравнений и граничных условий из системы покоя каждого кристалла в наиболее удобную лабораторную систему отсчета с последующим решением граничной задачи, выводом дисперсионного соотношения и его анализом. В условиях неравномерного ОПП пьезоэлектриков принципиальное отличие заключается в том, что система покоя осциллирующего кристалла не является инерциальной и в уравнение движения теории упругости следует добавить соответствующие силы инерции.

Рассмотрим щелевую структуру двух одинаковых пьезоэлектриков класса $6mm$ ($4mm, \infty m$), разделенных вакуумным зазором предельно малой толщины и имеющих одинаковую ориентацию осей симметрии высшего порядка по оси z лабораторной системы отсчета $xOyz$. Нижний пьезоэлектрик ($y < 0$) полагаем фиксированным, а верхний, как показано на рис. 1, — движущимся гармонически как целое параллельно нижнему пьезоэлектрику, так что относительное перемещение

$$X(t) = X_0 \sin(\Omega t) \quad (1)$$

является заданным. Для рассматриваемого типа щелевых волн упругие смещения чисто сдвиговые, направленные по оси z . Для нижнего кристалла, находящегося в инерциальной системе отсчета, аналогично работам [4,5] имеем в качестве исходных уравнения

$$\rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = \lambda \nabla^2 u_1 + e \nabla^2 \varphi_1, \quad \nabla^2 \varphi_1 = \frac{4\pi e}{\epsilon} \nabla^2 u_1. \quad (2)$$

В неинерциальной системе отсчета $\tilde{x}0\tilde{y}\tilde{z}$, привязанной жестко к осциллирующему пьезоэлектрику, отличие уравнений, описывающих электроупругое поле, проявится в добавлении массовой силы инерции $\mathbf{f} = \rho \partial^2 \mathbf{X} / \partial t^2$ в правой стороне уравнения движения. Однако сдвиговое смещение $\mathbf{u}_2 \perp \mathbf{f}$, и в аналогичное первому из уравнений (2) массовая

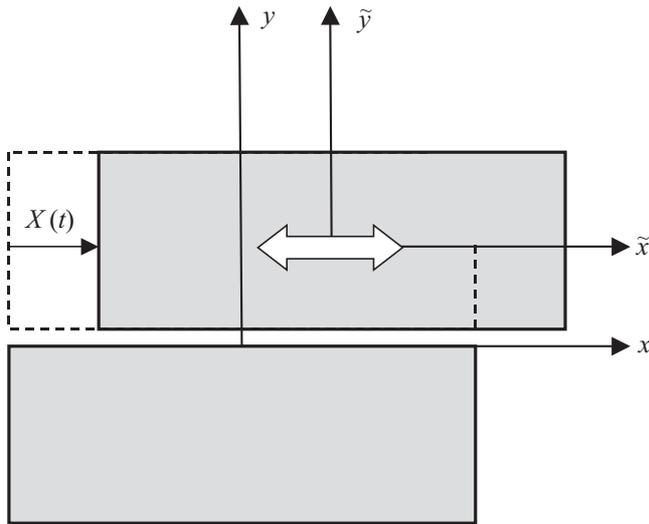


Рис. 1. Геометрия задачи.

сила инерции не войдет. По причине отсутствия запаздывания электрического поля без изменений останется и второе уравнение (2), выражающее теорему Гаусса. Таким образом, в случае движущегося кристалла имеем, но уже в системе отсчета $\tilde{x}\tilde{y}$ аналогичные уравнения для сдвиговых смещений u_2 и электрического потенциала φ_2

$$\rho \frac{\partial^2 u_2}{\partial \tilde{t}^2} = \lambda \tilde{\nabla}^2 u_2 + e \tilde{\nabla} \varphi_2, \quad \tilde{\nabla}^2 \varphi_2 = \frac{4\pi e}{\varepsilon} \tilde{\nabla}^2 u_2. \quad (3)$$

В выражениях (2), (3) использованы следующие обозначения: ρ — плотность, λ — модуль сдвига, e — пьезомодуль, ε — проницаемость пьезоэлектриков, $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$, $\tilde{\nabla}^2 = \partial^2/\partial \tilde{x}^2 + \partial^2/\partial \tilde{y}^2$.

Для решения задачи в лабораторной системе отсчета уравнения (3) необходимо переписать для этой системы отсчета, используя очевидные связи между координатами

$$\tilde{x} = x - X(t), \quad \tilde{y} = y, \quad \tilde{z} = z, \quad \tilde{t} = t. \quad (4)$$

Используя преобразования (4), по правилам дифференцирования сложных функций получим, что переход в лабораторную систему отсчета

равносилен следующей замене дифференциальных операторов в уравнениях (3):

$$\frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \rightarrow \frac{\partial}{\partial x}, \quad \frac{\partial}{\partial \tilde{y}} \rightarrow \frac{\partial}{\partial y}, \quad \frac{\partial}{\partial \tilde{t}} \rightarrow \frac{\partial}{\partial t} + \dot{X}(t) \frac{\partial}{\partial x}.$$

В результате этого имеем $\tilde{\nabla}^2 \rightarrow \nabla^2$, и уравнения (3) примут вид

$$\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} + \dot{X}(t) \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 u_2 = \lambda \nabla^2 u_2 + e \nabla^2 \varphi_2, \quad \nabla^2 \varphi_2 = \frac{4\pi e}{\varepsilon} \nabla^2 u_2. \quad (5)$$

Уравнения (2), (5) отличаются от исследовавшихся ранее в работе [4] тем, что в (5) $\dot{X}(t) = \Omega X_0 \cos(\Omega t)$ не является постоянной скоростью ОПП пьезоэлектриков. Соответственно верхний (осциллирующий) пьезоэлектрик обретает качество однородной нестационарной среды. Поскольку граничные условия не содержат производных по времени, указанное отличие является единственным, что отличает рассматриваемую задачу от исследовавшейся в [4].

При произвольных характеристиках осцилляций верхнего кристалла решение уравнений (2), (5) невозможно рассматривать в монохроматическом представлении, и необходимо использовать подходы, применявшиеся ранее для описания параметрических эффектов при различных механизмах взаимодействия упругих волн в твердых телах с внешней накачкой. Однако на высоких частотах Ω трудно соблюсти пространственную однородность осцилляционного перемещения из-за дополнительного возбуждения в верхнем пьезоэлектрике продольных упругих волн. Соответствующего усложнения расчетной схемы можно впрочем без большого ущерба для точности избежать, если ограничиться предельно низкими частотами $\Omega \ll \omega$, характерными для большинства приложений мехатроники.

Принимая в исследуемом диапазоне частот ω электровзвучивых волн отношение Ω/ω малым параметром, выдвинем в качестве рабочей гипотезы концепцию квазистационарности верхней среды, а именно будем полагать, что за достаточно большое число периодов колебаний электровзвучивой волны скорость осцилляционного перемещения $V(t) = V_0 \cos(\Omega t)$, где $V_0 = \Omega X_0$, не успевает заметно измениться. В этих условиях с достаточной точностью будут справедливы результаты работы [4], если под величиной $\beta = V/c$ (где $c = [\lambda(1 + K^2)/\rho]^{1/2}$ — скорость сдвиговых волн в материале пьезоэлектрика с квадратом

коэффициента электромеханической связи K^2) понимать величину $\beta(t) = \cos(\Omega t)\Omega X_0/c$. Таким образом, получим для расчета параметров ЩЭВ в структуре с предельно тонким зазором соотношения

$$k \frac{K^2}{2} = \frac{s_1 s_2}{s_1 + s_2}, \quad s_1 = k \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \quad s_2 = k \sqrt{1 - \left(\beta(t) - \frac{v}{c}\right)^2}, \quad (6)$$

где k — волновое число ЩЭВ, v — ее фазовая скорость, а s_1 и s_2 — коэффициенты амплитудного спада сдвиговых смещений в неподвижный и осциллирующий пьезоэлектрик соответственно.

Основное неудобство расчетов по формулам (6) связано с явным присутствием времени в выражении $\beta = \beta(t)$. Воспользовавшись свойством квазистационарности осциллирующего пьезоэлектрика, договоримся вести расчет спектра электрорезонансных волн с шагом $\tau = 2\pi/\omega$ по времени. Тогда дискретную последовательность значений $\beta(t)$ в последней из формул (6) можно выразить равенством

$$\beta_j = \frac{X_0 \Omega}{c} \cos\left(2\pi \frac{\Omega}{\omega} j\right), \quad j = 0, 1, 2, \dots \quad (7)$$

Соответствующую последовательность значений фазовой скорости ЩЭВ $\{v_j\}$, $j = 0, 1, 2, \dots$, можно согласно (6) получить, решая уравнение

$$\frac{K^2}{2} \left[\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} + \sqrt{1 - \left(\beta_j - \frac{v}{c}\right)^2} \right] = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \sqrt{1 - \left(\beta_j - \frac{v}{c}\right)^2}. \quad (8)$$

Анализ уравнений (7), (8) показывает, что существует две возможности представления рассчитываемых таким образом результатов. В первом случае частота ω считается фиксированным параметром и результат решения уравнения (8) в зависимости от избранного числа N производимых с шагом τ отсчетов интерпретируется как изменение фазовой скорости электрорезонансной волны на заданном временном отрезке $\Delta t = \tau N$. Таким образом, воспроизводится, как показано на рис. 2, зависимость величины $\xi = v/c$ от приведенного времени t/τ с игнорированием дискретности его целочисленных значений $j = [t/\tau]$.

Во втором случае фиксируется число j , по прежнему характеризующее длительность процесса, а в роли независимой переменной

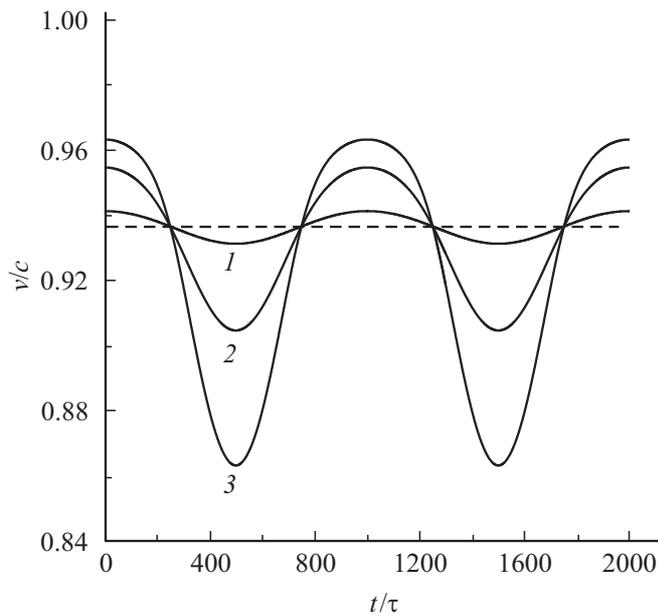


Рис. 2. Периодические вариации скорости электрoзвoкoвой волны в структуре пьезoeлeктриков с зазором вследствие осцилляционного ОПП. $\Omega/\omega = 0.001$. $X_0\Omega/c = 0.01$ (1), 0.05 (2) и 0.1 (3).

рассматривается приведенная частота ω/Ω . Получающаяся при этом функциональную связь $\xi = \xi(\omega)$ можно формально рассматривать как частотную дисперсию электрoзвoкoвой волны, индуцируемую осцилляционным ОПП пьезoeлeктриков. Существует, однако, неопределенность в выборе фиксируемого значения j . Действительно, дисперсионные зависимости суть характеристики монохроматического процесса, имеющего неограниченную длительность, казалось бы требующие для расчета дисперсионных спектров неопределенно больших значений $j \rightarrow \infty$. На самом деле фактическая дисперсивность ЩЭВ должна оцениваться на интервалах Δt , не превосходящих периода осцилляций ОПП $T = 2\pi/\Omega$. Превышение в числах $j \gg 1$ этого порога ведет к пропорциональному сдвигу спектров в сторону высоких частот без качественных изменений. Соответственно в расчетах спектров ЩЭВ

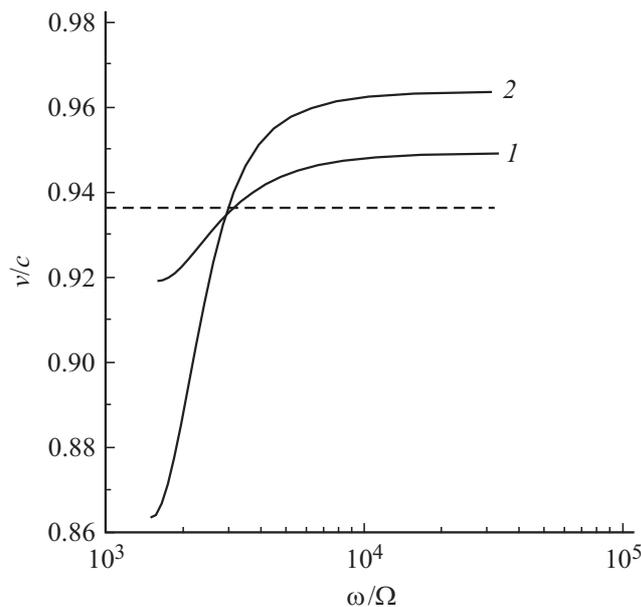


Рис. 3. Дисперсия скорости электрозвуковой волны, индуцированная осцилляционным ОПП кристаллов: $T/\tau = 800$. $X_0\Omega/c = 0.03$ (1) и 0.1 (2).

$j \gg 1$ задает максимальное число периодов волны, укладывающихся на периоде осцилляций ОПП кристаллов. Очевидна связь j с выбором начальной точки отсчета частоты ω в спектрах, которая устанавливается по наименьшему значению скорости ЩЭВ.

Представленные на рис. 2, 3 результаты расчетов выполнялись для случая $K^2 = 0.35$ как при наличии (сплошные кривые), так и в отсутствие (штриховые горизонтальные линии) осцилляционного ОПП с низкими частотами и малыми амплитудами. Типичные временные вариации фазовой скорости электрозвуковой волны вследствие низкочастотного ОПП имеют вид периодических зависимостей с более существенным замедлением (в окрестности точек $t/\tau = 500$ и 1500, где $\beta(t) < 0$), чем ускорением. Этот результат согласуется с отмечавшейся в [4] возможностью эффективного торможения электрозвуковой волны в режиме ОПП встречно к направлению распространения ЩЭВ.

Рассчитанные предложенным способом частотные зависимости фазовой скорости ЩЭВ на рис. 3 соответствуют значению $j = 800$ и по требованию квазистационарности осцилляционного движения находятся в частотном диапазоне $\omega/\Omega \geq 10^3$. Для сравнительно высоких частот осцилляций $\Omega \sim 10^4 \text{ s}^{-1}$ исследуемый диапазон частотной дисперсии приходится на хорошо освоенные акустоэлектроникой частоты в десятки и сотни мегагерц с допустимыми амплитудами осцилляций $\Omega X_0/c \sim 0.1$. Полученные данные свидетельствуют о перспективности использования ЩЭВ в узлах мехатроники с осцилляционным типом ОПП.

Список литературы

- [1] *Gulyaev Yu.V., Plessky V.P.* // Phys. Lett. 1976. V. 56A. N 6. P. 491–492.
- [2] *Гуляев Ю.В., Плесский В.П.* // Акуст. журн. 1977. Т. 23. № 5. С. 716–723.
- [3] *Смирнов А.Б.* Мехатроника и робототехника. СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2003. 161 с.
- [4] *Гуляев Ю.В., Марышев С.Н., Шевяков Н.С.* // Письма в ЖТФ. 2006. Т. 32. В. 20. С. 18–26.
- [5] *Вилков Е.А., Марышев С.Н., Шевяков Н.С.* // Физика волн. процессов и радиотехн. системы. 2011. Т. 14. № 2. С. 84–92.