

## Влияние коэффициентов зеркальности на взаимодействие электромагнитной $E$ -волны с тонкой металлической пленкой, расположенной между двумя диэлектрическими средами

© А.И. Уткин<sup>1</sup>, А.А. Юшканов<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Государственный гуманитарно-технологический университет,  
142611 Орехово-Зуево, Россия

<sup>2</sup> Московский государственный областной университет,  
105005 Москва, Россия

e-mail: aiutkin@yandex.ru

Поступила в редакцию 27.08.2017 г.

Выполнен расчет взаимодействия электромагнитной  $E$ -волны с тонкой металлической пленкой в случае отличных друг от друга коэффициентов зеркальности  $q_1$  и  $q_2$  при отражении электронов от поверхности тонкого металлического слоя, в случае вариации значения диэлектрической проницаемости сред  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  и в случае различных углов падения электромагнитной волны  $\theta$ . Проведен анализ поведения коэффициентов отражения  $R$ , прохождения  $T$  и поглощения  $A$  от частоты внешнего поля.

DOI: 10.21883/OS.2018.02.45532.190-17

### Введение

В нано-, опто- и микроэлектронике исследованию электромагнитных свойств тонких проводящих пленок, в частности их взаимодействию с электромагнитным излучением, уделяется большое внимание [1–8]. Тонкие проводящие пленки находят широкое применение в качестве проводящих, светоотражающих, преобразующих, защитных покрытий. Несмотря на широкий интерес к тонким проводящим пленкам, существует множество нерешенных задач. Одна из них будет рассмотрена ниже. Для случая, когда толщина пленки существенно превышает длину свободного пробега электронов, взаимодействие между металлической пленкой и электромагнитным полем может быть рассмотрено на основе макроскопической электродинамики [9]. Положение усложняется, когда длина свободного пробега электронов в объеме металла становится сравнимой с толщиной пленки. Тогда уравнения макроскопической электродинамики неприменимы и для описания поведения электронов необходимо использовать методы физической кинетики.

Настоящая работа является продолжением работ [10–13], которые были посвящены использованию методов кинетической теории для описания взаимодействия электромагнитной волны с металлической пленкой. В работе [10] рассматривалось взаимодействие электромагнитной  $E$ -волны с тонкой металлической пленкой, расположенной между двумя диэлектрическими немагнитными средами. Однако в ней не был сделан учет различия коэффициентов зеркальности тонкого металлического слоя  $q_1$  и  $q_2$ . Также не была рассмотрена зависимость коэффициентов  $R$ ,  $T$  и  $A$  от малых до больших углов падения электромагнитной волны  $\theta$ , не был рассмотрен случай произвольного значения диэлектрической проницаемости среды  $\epsilon_2$ . Важно отметить,

что отличие коэффициентов зеркальности тонкой пленки  $q_1$ ,  $q_2$  друг от друга вытекает из различия сред и, следовательно, из различного характера рассеяния электронов на границах этих сред. В работе [12] также рассматривались только зеркальные граничные условия. Поэтому в настоящей работе будет сделан упор на анализ поведения коэффициентов отражения  $R$ , поглощения  $A$  и прохождения  $T$  в зависимости от вариации коэффициентов зеркальности  $q_1$  и  $q_2$  при отражении электронов от внутренних поверхностей тонкой металлической пленки, от значения диэлектрической проницаемости сред  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  и от различных углов падения электромагнитной  $E$ -волны  $\theta$ . В нашем случае толщина тонкой металлической пленки  $a$  не превышает толщины скин-слоя  $\delta$  и сравнима со средней длиной свободного пробега электронов  $\Lambda$ . Для типичных металлов минимальная толщина скин-слоя  $\delta \sim 100$  nm [14]. Поэтому скин-эффект не учитывается и данная задача допускает аналитическое решение для произвольных граничных условий. Не учитываются также и квантовые эффекты. Попытка их учета была предпринята в работе [15] в случае квантовой пленки в диэлектрическом окружении.

### Постановка задачи

Рассмотрим тонкую металлическую пленку толщиной  $a$ , коэффициентами зеркальности  $q_1$  и  $q_2$  при отражении электронов соответственно от верхней и нижней поверхностей этой пленки, находящейся между двумя диэлектрическими средами (значение диэлектрических проницаемостей этих сред обозначим  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$  соответственно), в случае падения на пленку электромагнитной  $E$ -волны из среды со значением диэлектрической проницаемости  $\epsilon_1$  (первая диэлектрическая среда)

под углом  $\theta$ . Среда немагнитная, величины  $\epsilon_1, \epsilon_2$  — действительные. Уточним, что электромагнитная волна носит название „E-волна“, если вектор ее магнитного поля параллелен поверхности пленки. Возьмем декартову систему координат, начало которой находится на поверхности тонкого слоя, граничащего с первой диэлектрической средой. Магнитное поле электромагнитной E-волны параллельно координатной оси Y, координатная ось X направлена вглубь тонкой металлической пленки.

Компоненты векторов напряженностей электрического и магнитного полей ищем в виде [10]:

$$H_y(x, z, t) = H_y(x) \exp(-i\omega t + ik_z z),$$

$$E_x(x, z, t) = E_x(x) \exp(-i\omega t + ik_z z),$$

$$E_z(x, z, t) = E_z(x) \exp(-i\omega t + ik_z z),$$

здесь  $k = \omega/c$ ,  $c$  — скорость света.

Величина  $k_z$  одинакова в двух средах и равна [10]:

$$k_z = \frac{\omega\sqrt{\epsilon_1}}{c} \sin(\theta). \quad (1)$$

Величины  $k_{x1}$  и  $k_{x2}$  в случаях соответственно антисимметричной и симметричной по электрическому полю конфигурации внешнего поля определяются следующим образом [10]:

$$k_{x1} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_1} \cos(\theta), \quad k_{x2} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_2 - \epsilon_1 \sin^2(\theta)}. \quad (2)$$

Электрическое и магнитное поля внутри тонкого металлического слоя описываются системой дифференциальных уравнений [13]:

$$\frac{dE_z}{dx} - ik \sin(\theta)E_x + ikH_y = 0,$$

$$ikE_x - ik \sin(\theta)H_y = \frac{4\pi}{c} j_x,$$

$$\frac{dH_y}{dx} + ikE_z = \frac{4\pi}{c} j_z.$$

Здесь  $j$  — плотность тока.

### Коэффициенты отражения R, поглощения A и прохождения T

Наибольший интерес представляет исследование таких параметров тонкой металлической пленки, как коэффициенты отражения R, поглощения A и прохождения T, аналитические выражения для которых были получены ранее [12,13]:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{4} |P^k - P^l|^2, \\ R &= \frac{1}{4} |P^k + P^l|^2, \\ A &= 1 - T - R. \end{aligned} \quad (3)$$

Величины  $P^k$  и  $P^l$  связаны с поверхностным импедансом тонкой металлической пленки  $Z^k$  и  $Z^l$ , с углом падения электромагнитной E-волны  $\theta$  и со значением диэлектрической проницаемости среды  $\epsilon_1$  [10,12,13]:

$$\begin{aligned} P^k &= \frac{Z^k \sqrt{\epsilon_1} \cos(\theta) + \left(1 - \frac{\sin^2 \theta}{\epsilon_1}\right)}{Z^k \sqrt{\epsilon_1} \cos(\theta) - \left(1 - \frac{\sin^2 \theta}{\epsilon_1}\right)}, \\ P^l &= \frac{Z^l \sqrt{\epsilon_1} \cos(\theta) + \left(1 - \frac{\sin^2 \theta}{\epsilon_1}\right)}{Z^l \sqrt{\epsilon_1} \cos(\theta) - \left(1 - \frac{\sin^2 \theta}{\epsilon_1}\right)}. \end{aligned} \quad (4)$$

Величины  $Z^k$  и  $Z^l$  соответствуют импедансу на нижней поверхности тонкой металлической пленки.  $Z^k$  соответствует антисимметричной по электрическому полю конфигурации внешнего поля:  $E_z(0) = -E_z(a)$ ,  $H_y(0) = H_y(a)$ , а  $Z^l$  — симметричной по внешнему полю конфигурации внешнего поля:  $E_z(0) = E_z(a)$ ,  $H_y(0) = -H_y(a)$  [10].

Электрическое поле вне слоя можно представить в виде

$$E_z^k(x) = \begin{cases} a_k h_k \exp(ik_{x2}(x-a)) + b_k h_k \exp(-ik_{x2}(x-a)), & x > a, \\ h_k \exp(ik_{x1}(x)) + p_k h_k \exp(-ik_{x1}(x)), & x < 0. \end{cases}$$

$$E_z^l(x) = \begin{cases} a_l h_l \exp(ik_{x2}(x-a)) + b_l h_l \exp(-ik_{x2}(x-a)), & x > a, \\ h_l \exp(ik_{x1}(x)) + p_l h_l \exp(-ik_{x1}(x)), & x < 0. \end{cases}$$

Здесь  $a, b, h, p$  — коэффициенты, связанные с конфигурацией электрического поля [10].

Импеданс в обоих случаях имеет вид [10]

$$Z^k = Z^l = \frac{E_z(0)}{H_y(0)}.$$

В диэлектрических средах из уравнений Максвелла следует соотношение [10]:

$$i \frac{\omega}{c} \epsilon_j E_x - ik_z H_y = 0, \quad j = 1, 2. \quad (5)$$

Из этого уравнения на границе плазмы имеем [10]:

$$\begin{aligned} E_x(+0) &= \frac{ck_z}{\omega\epsilon_1} H_y(0), \\ E_x(a-0) &= \frac{ck_z}{\omega\epsilon_2} H_y(a). \end{aligned} \quad (6)$$

Учитывая (5) и (6), имеем

$$\frac{dE_z(+0)}{dx} = -i \frac{\omega}{c} \beta_1 H_y(0),$$

$$\frac{dE_z(a-0)}{dx} = -i \frac{\omega}{c} \beta_2 H_y(a).$$

Откуда, учитывая (1), получаем

$$\beta_1 = 1 - \frac{\sin^2(\theta)}{\epsilon_1},$$

$$\beta_2 = 1 - \frac{\epsilon_1 \sin^2(\theta)}{\epsilon_2^2}. \quad (7)$$

Выражения для поверхностного импеданса  $Z^k$  и  $Z^l$  были получены ранее в работе [13] для случая, когда толщина тонкой металлической пленки  $a$  меньше толщины скин-слоя  $\delta$  ( $a < \delta$ ):

$$Z^k = Ika(1 - G \sin^2(\theta))/2,$$

$$Z^l = 2c/(icka - 4\pi\sigma_a a),$$

$$G = (1/(H_y a \sin(\theta))) \int_0^a E_x(x) dx.$$

Здесь  $\sigma_a$  — электрическая проводимость, усредненная по толщине тонкого металлического слоя,  $G$  — коэффициент пропорциональности, связанный со значением нормальной к поверхности составляющей напряженности электрического поля на поверхности тонкой металлической пленки.

Пусть длина волны падающего излучения существенно превосходит толщину тонкой металлической пленки ( $ka \ll 1$ ), тогда выражение для поверхностного импеданса  $Z^k$  и  $Z^l$  примет вид

$$Z^k = ikaG \sin^2(\theta)/2,$$

$$Z^l = -c/2\pi\sigma_a a.$$

Ограничимся случаем низких частот, когда частота внешнего поля меньше плазменной частоты металла, из которого сделана тонкая пленка ( $\omega < \omega_p$ ). Тогда  $G < 1$ ,  $|kaG| \ll 1$  и выражения для поверхностного импеданса примут окончательный вид

$$Z^k = 0,$$

$$Z^l = -c/2\pi\sigma_a a. \quad (8)$$

Выражение  $G < 1$  при  $\omega < \omega_p$  следует из того, что поле, нормальное к поверхности внутри слоя, при малых частотах имеет порядок  $\omega^2/\omega_p^2$ , где  $\omega_p$  — плазменная частота.

Учитывая выражение (8), выражение (4) примет вид

$$P^k = -1,$$

$$P^l = \frac{\frac{c}{2\pi a \sigma_a} \sqrt{\epsilon_1} \cos(\theta) - \left(1 - \frac{\sin^2 \theta}{\epsilon_1}\right)}{\frac{c}{2\pi a \sigma_a} \sqrt{\epsilon_1} \cos(\theta) + \left(1 - \frac{\sin^2 \theta}{\epsilon_1}\right)}. \quad (9)$$

Для коэффициентов  $R$ ,  $T$ ,  $A$  имеем [10]

$$R = \left| \frac{(P^k + P^l)(\beta_2 k_{x1} + \beta_2 k_{x2}) + 2(\beta_1 k_{x2} - \beta_2 k_{x1})P^k P^l}{2(\beta_2 k_{x1} + \beta_2 k_{x2}) + (\beta_1 k_{x2} - \beta_2 k_{x1})(P^k + P^l)} \right|^2,$$

$$T = 4k_{x1} |\operatorname{Re}(k_{x2} \beta_{12})|$$

$$\times \left| \frac{P^l - P^k}{2(k_{x1} + \beta_{12} k_{x2}) + (\beta_{12} k_{x2} - k_{x1})(P^k + P^l)} \right|^2,$$

$$A = 1 - R - T, \quad (10)$$

Здесь  $\beta_{12} = \beta_1/\beta_2$ .

С учетом (2) и (7) выражение (10) для коэффициентов отражения  $R$ , поглощения  $A$  и прохождения  $T$  примет окончательный вид

$$T = \cos(\theta) \beta_{12} \operatorname{Re} \sqrt{\epsilon_{12} - \sin^2(\theta)}$$

$$\times \left| \frac{P^k - P^l}{\beta_{12} \sqrt{\epsilon_{12} - \sin^2(\theta)} (1 + P^a) + \cos(\theta) (1 - P^a)} \right|^2,$$

$$R = \left| \frac{\beta_{12} \sqrt{\epsilon_{12} - \sin^2(\theta)} (P^a + P^k P^l) + \cos(\theta) (P^a - P^k P^l)}{\beta_{12} \sqrt{\epsilon_{12} - \sin^2(\theta)} (1 + P^a) + \cos(\theta) (1 - P^a)} \right|^2,$$

$$A = 1 - R - T, \quad (11)$$

Здесь  $\beta_{12} = \beta_1/\beta_2$ ,  $\epsilon_{12} = \epsilon_2/\epsilon_1$ ,  $P^a = (1/2)(P^k + P^l)$ .

Выражение для электрической проводимости, усредненной по толщине тонкой металлической пленки,  $\sigma_a$ , было получено нами в работе [16]

$$\sigma_a = \frac{3}{4} \sigma_0 \lambda \int_0^1 (1-t^2) \left[ 2a + \frac{at}{x-iy} \right.$$

$$\times \left[ \frac{q_1 [q_2 \exp(-(x-iy)/t) - \exp(-(x-iy)/t) + 1] - 1}{q_1 q_2 \exp(-2(x-iy)/t) - 1} \right.$$

$$\left. + \frac{q_2 [q_1 \exp(-(x-iy)/t) - \exp(-(x-iy)/t) + 1] - 1}{q_1 q_2 \exp(-2(x-iy)/t) - 1} \right]$$

$$\left. \times [\exp(-(x-iy)/t) - 1] \right] dt, \quad (12)$$

где  $x = a/(v_F \tau)$  — безразмерная частота объемных столкновений электронов,  $y = a\omega/v_F$  — безразмерная частота электрического поля,  $\lambda = x/(x-iy)$ ,  $\sigma_0 = \omega_p^2 \tau / 4\pi$  — статическая электрическая проводимость,  $v_F$  — скорость Ферми,  $\tau$  — электронное время релаксации,  $\omega_p$  — плазменная частота,  $q_1$  и  $q_2$  — коэффициенты зеркальности при отражении электронов соответственно от верхней и нижней поверхностей тонкого металлического слоя.

Значения диэлектрической проницаемости некоторых веществ

Вещество	Диэлектрическая проницаемость
Вода (чистая)	81
Кварц	4
Керамика (радиотехническая)	$\leq 80$
Парафин	2.3
Смола	6–8
Стекло	4–7
Эбонит	3
Янтарь	2.8

Таким образом, наша задача заключается в исследовании поведения коэффициентов отражения  $R$ , поглощения  $A$  и прохождения  $T$  (выражение (11) с учетом (9) и (12)). Выражение (12) было сравнено нами с экспериментальными данными работы [17].

Рассмотрим зависимости коэффициентов  $R$ ,  $T$  и  $A$  от вариации коэффициентов зеркальности  $q_1$  и  $q_2$  при отражении электронов соответственно от верхней и нижней поверхности тонкого металлического слоя, от значения диэлектрической проницаемости среды  $\varepsilon_2$ , от углов падения электромагнитной волны  $\theta$  на тонкий слой калия. Во всех случаях  $\varepsilon_1 = 1$ , так как электромагнитная волна падает на тонкую металлическую пленку из вакуума. Уточним некоторые параметры калия, которые нам необходимы для дальнейших расчетов:  $\omega_p = 6.5 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$ ,  $\nu_F = 8.52 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ ,  $\tau = 1.54 \cdot 10^{-13} \text{ s}$ ,  $a = 10 \text{ nm}$ .

Особый интерес представляет коэффициент отражения  $R$ , поскольку, как мы обнаружили, он наиболее сильно зависит от параметров, которые будут упомянуты ниже. Наряду с вариацией коэффициентов зеркальности поверхностей тонкого слоя представляет интерес исследование их поведения при вариации значения диэлектрической проницаемости среды.

Угол падения электромагнитной  $E$ -волны  $\theta = 75^\circ$  выбран в соответствии с работой [5].

Значения диэлектрической проницаемости ряда веществ приведены в таблице.

## Обсуждение результатов и заключение

Рассмотрим особенности поведения коэффициентов отражения  $R$ , поглощения  $A$  и прохождения  $T$ .

При увеличении частоты внешнего поля  $y$  коэффициент прохождения  $T$  монотонно возрастает, тогда как коэффициенты поглощения  $A$  и отражения  $R$  — монотонно убывают (рис. 1):  $E$ -волна все более беспрепятственно проходит через тонкий металлический слой.

Угол падения электромагнитной  $E$ -волны  $\theta$  существенно влияет на характер поведения коэффициента отражения  $R$ : в случае относительно небольших углов падения электромагнитной волны  $\theta$  на тонкую металлическую пленку (при  $\theta \leq 30^\circ$ ) коэффициент отражения  $R$

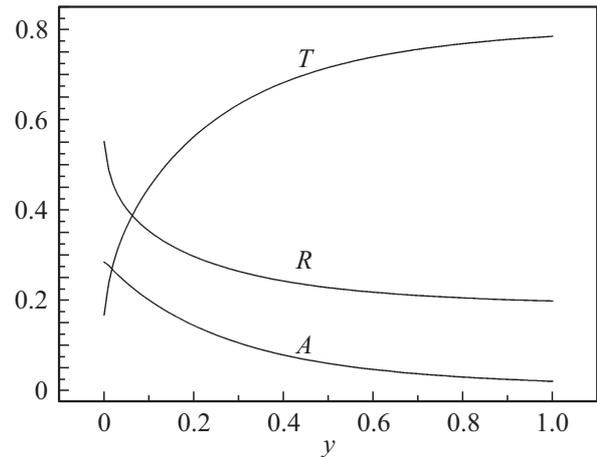


Рис. 1. Зависимости коэффициентов отражения  $R$ , поглощения  $A$  и прохождения  $T$  от безразмерной частоты внешнего поля  $y$  при  $\varepsilon_2 = 4$ ,  $\theta = 30^\circ$ ,  $q_1 = 0.5$ ,  $q_2 = 0.6$ .

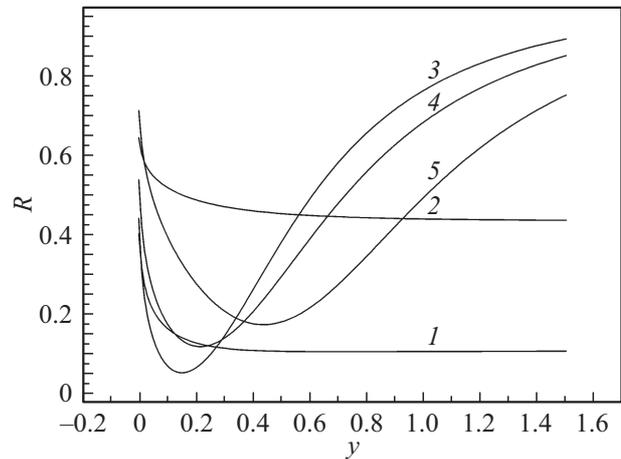


Рис. 2. Зависимости коэффициента отражения  $R$  от безразмерной частоты внешнего поля  $y$  при  $\varepsilon_2 = 4$ ,  $q_1 = 0.5$ ,  $q_2 = 0.6$ ,  $\theta = 5^\circ$  (1),  $30^\circ$  (2),  $45^\circ$  (3),  $60^\circ$  (4),  $75^\circ$  (5).

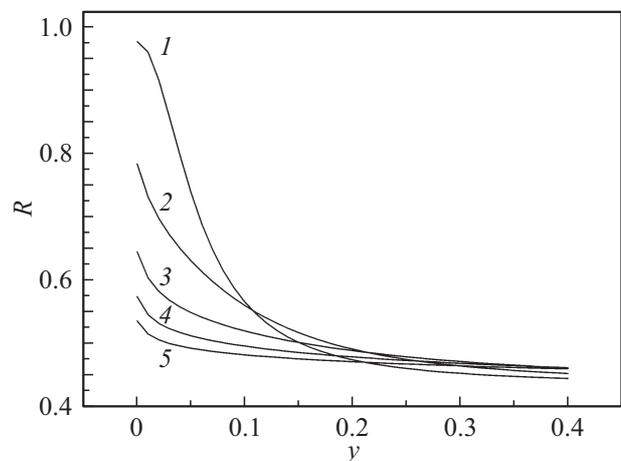
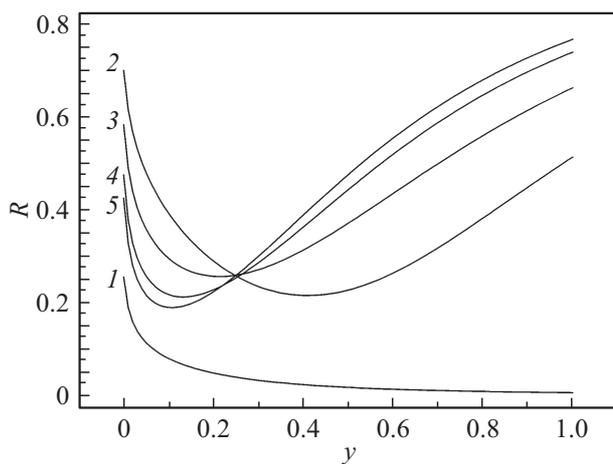


Рис. 3. Зависимости коэффициента отражения  $R$  от безразмерной частоты внешнего поля  $y$  при  $\varepsilon_2 = 4$ ,  $\theta = 30^\circ$ ,  $q_1 = 1$ ,  $q_2 = 1$  (1),  $q_1 = 0.8$ ,  $q_2 = 0.9$  (2),  $q_1 = 0.5$ ,  $q_2 = 0.6$  (3),  $q_1 = 0.2$ ,  $q_2 = 0.3$  (4),  $q_1 = 0$ ,  $q_2 = 0$  (5).



**Рис. 4.** Зависимости коэффициента отражения  $R$  от безразмерной частоты внешнего поля  $y$  при  $\theta = 75^\circ$ ,  $q_1 = 0.5$ ,  $q_2 = 0.6$ ,  $\varepsilon_2 = 1$  (1), 5 (2), 15 (3), 30 (4), 40 (5).

монотонно убывает при увеличении частоты внешнего поля  $y$ . Однако при  $\theta > 30^\circ$  зависимость коэффициента отражения  $R$  от частоты проходит через минимум (рис. 2).

На рис. 3 видно, что вариация коэффициентов зеркальности поверхностей тонкого металлического слоя  $q_1$  и  $q_2$  оказывает существенное влияние на частотную зависимость коэффициента отражения  $R$ .

Значение диэлектрической проницаемости среды  $\varepsilon_2$  также сильно влияет на характер поведения коэффициента отражения  $R$  (рис. 4): в случае относительно небольших значений диэлектрической среды  $\varepsilon_2$  коэффициент отражения  $R$  монотонно убывает при увеличении частоты внешнего поля  $y$ , однако в случае больших значений  $\varepsilon_2$  наблюдаются минимумы коэффициента отражения  $R$ .

Таким образом, выявлено, что в случае падения  $E$ -волны на тонкий металлический слой на характер поведения коэффициента отражения  $R$  оказывает существенное влияние вариация коэффициентов зеркальности поверхностей данного слоя  $q_1$  и  $q_2$ . Обнаружилось, что когда коэффициенты зеркальности слоя различны, то вариация угла падения волны  $\theta$  и значение диэлектрической проницаемости среды также оказывают существенное влияние на характер поведения коэффициента отражения  $R$ .

## Список литературы

- [1] Ващенко Е.В., Гладских И.А., Пржибельский С.Г., Хромов В.В., Вартамян Т.А. // Оптический журнал. 2013. Т. 80. № 5. С. 3.
- [2] Андреев В.Г., Вдовин В.А., Воронов П.С. // Письма в ЖТФ. 2003. Т. 29. В. 22. С. 68.
- [3] Каминский В.В., Степанов Н.Н., Казанин М.М., Молодых А.А., Соловьев С.М. // ФТТ. 2012. Т. 55. В. 5. С. 991.
- [4] Вартамян Т.А., Леонов Н.Б., Пржибельский С.Г. // Оптический журнал. 2013. Т. 80. № 2. С. 24.
- [5] Jones W.E., Kliewer K.L., Fuchs R. // Phys. Rev. 1969. V. 178. № 3. P. 1201.
- [6] Kangarlou H., Motallebi Aghgonbad M. // Опт. и спектр. 2013. Т. 115. N 5. С. 844.
- [7] Королев Ф.А., Гриднев В.И. // РЭ. 1965. С. 1718.
- [8] Бежанов С.Г., Ионин А.А., Канавин А.П. и др. // ЖЭТФ. 2015. Т. 147. В. 6. С. 1087.
- [9] Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973. С. 73.
- [10] Латышев А.В., Юшканов А.А. // Опт. и спектр. 2012. Т. 112. № 1. С. 139.
- [11] Уткин А.И., Юшканов А.А. // Опт. и спектр. 2014. Т. 114. № 4. С. 650.
- [12] Jones W.E., Kliewer K.L., Fuchs R. // Phys. Rev. 1968. V. 178. № 3. P. 1201.
- [13] Латышев А.В., Юшканов А.А. // Опт. и спектр. 2011. Т. 110. № 5. С. 847.
- [14] Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Физическая кинетика. Теор. Физика. Т. 10. М.: Наука, 1979. 527 с.
- [15] Бабич А.В., Погосов В.В. // ФТТ. 2013. Т. 55. № 1. С. 177.
- [16] Utkin A.I., Yushkanov A.A. // Universal J. Applied Mathematics. 2013. V. 1. N 2. P. 127.
- [17] Sun Tik, Yao Bo, Warren A.P., Kumar V., Roberts S., Barmak K., Coffey K.R. // J. Vac. Sci. Technol. A. 2008. V. 26. N 4. P. 605.