

02,11

Влияние температуры, внешнего магнитного поля и транспортного тока на электрофизические свойства, процессы эволюции вихревой структуры и фазовые переходы в подсистемах сверхпроводящих гранул и „слабых связей“ гранулярного двухуровневого высокотемпературного сверхпроводника $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$

© В.В. Деревянко, Т.В. Сухарева[¶], В.А. Финкель

Национальный научный центр „Харьковский физико-технический институт“
Национальной академии наук Украины,
Харьков, Украина

[¶] E-mail: t.sukhareva.2003@gmail.com

(Поступила в Редакцию 23 августа 2017 г.)

Проведены измерения температурных зависимостей электросопротивления гранулярного высокотемпературного сверхпроводника $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ $\rho(T)$ при различных значениях напряженности поперечного внешнего магнитного поля при $0 \leq H_{\text{ext}} \leq 100$ Ое в диапазоне температур от температуры появления резистивности $T_{\rho=0}$ до критической температуры сверхпроводящего перехода T_c при плотности транспортного тока от 50 до 2000 мА/см². Установлен характер влияния напряженности внешнего магнитного поля и плотности транспортного тока на кинетику протекания фазовых переходов в обеих подсистемах гранулярного двухуровневого ВТСП ($T = T_{c2J}, T_{c1g}, T_c$). Установлена возможность протекания и изучены условия реализации топологического фазового перехода — перехода Березинского–Костерлица–Таулеса в джозефсоновской среде при $T_{c2J} < T_{\text{ВКТ}} < T_{c1g}$ „по транспортному току“.

DOI: 10.21883/FTT.2018.03.45546.225

1. Введение

Как известно, явление высокотемпературной сверхпроводимости было открыто в 1986 г. при изучении электрофизических свойств керамических (гранулярных) образцов металлооксидного соединения $\text{La}_{2-x}\text{Ba}_x\text{CuO}_4$ [1]. Описание поведения нового класса сверхпроводящих материалов — гранулярных высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП) — возможно, как было установлено [2–4], в рамках двухуровневой модели критического состояния. В рамках данной модели гранулярные ВТСП рассматриваются как совокупность двух подсистем сверхпроводников второго рода [5,6]: трехмерных сверхпроводящих гранул с сильной сверхпроводимостью и двумерных межгранулярных границ — джозефсоновских „слабых связей“ (*weak links*) со слабой сверхпроводимостью.

В рамках двухуровневой модели для сверхпроводящих гранул (зерен) [индексы „g“ (grain)] и межгранулярных границ — джозефсоновских „слабых связей“ (индекс „J“)

$$\begin{aligned} T_c &= T_{cg} = T_{cJ}, \\ H_{c1g}(T) &> H_{c1J}(T), \quad H_{c2g}(T) > H_{c2J}(T), \\ I_{cg}(T, H_{\text{ext}}) &\gg I_{cJ}(T, H_{\text{ext}}), \end{aligned} \quad (1)$$

где T_{cg} и T_{cJ} — критические температуры, H_{c1g} и H_{c1J} — критические поля начала процесса проникновения магнитного поля в подсистемы гранулярного сверхпроводника, H_{c2g} и H_{c2J} — критические поля полного проникновения магнитного поля в подсистемы гранулярного сверхпроводника, I_{cg} , I_{cJ} — критические токи.

Система уравнений (1) вполне адекватно описывает процессы проникновения магнитного поля в обе подсистемы двухуровневого гранулярного сверхпроводника, а также разрушение сверхпроводящего состояния. Проникновение внешнего магнитного поля H_{ext} в гранулярные высокотемпературные сверхпроводники реализуется, в отличие от „классических“ сверхпроводников II рода (в том числе и в монокристаллы ВТСП), при помощи вихрей Абрикосова в гранулы при $H_{\text{ext}} > H_{c1g}$ и вихрей Джозефсона в „слабые связи“ при $H_{\text{ext}} > H_{c1J}$. В соответствии с существующими представлениями при температурах ниже T_c .

1. $0 < H_{\text{ext}} < H_{c1J}$ — обе подсистемы двухуровневого гранулярного сверхпроводника находятся в сверхпроводящем состоянии;

2. $H_{c1J} < H_{\text{ext}} < H_{c2J}$ — вихри Джозефсона начинают проникать в подсистему „слабых связей“¹;

3. $H_{c2J} < H_{\text{ext}} < H_{c1g}$ — имеет место появление резистивности. Для гранулярных ВТСП эффект появления отличного от нуля электросопротивления при $H_{\text{ext}} > H_{c2J}$, может быть обусловлен различными механизмами:

а) появление резистивности может быть связано с образованием протяженного джозефсоновского контакта одного типа в подсистеме „слабых связей“, т.е. при $H_{\text{ext}} \sim H_{c2J}$ происходит не окончательный переход всех „слабых связей“ в резистивное состояние, а завершается процесс разрыва всех перколяционных путей для протекания сверхпроводящего тока [9,10];

¹ При этом появление резистивности не наблюдается [7,8].

б) появление резистивности является следствием протекания „классического“ фазового перехода второго рода в системе „слабых связей“ при $H_{\text{ext}} = H_{c2l}$. Основным аргументом в пользу подобной точки зрения служит появление максимума на зависимости комплексной магнитной восприимчивости [11] — второй производной от термодинамических потенциалов;

в) появление резистивности обусловлено разрушением когерентной связи между сверхпроводящими гранулами и термоактивационным проскальзыванием фазы в образовавшихся джозефсоновских контактах [12–14].

4. $H_{c1g} < H_{\text{ext}} < H_{c2g}$ — вихри Абрикосова проникают в подсистему сверхпроводящих гранул.

5. $H_{\text{ext}} > H_{c2g}$ — гранулярный сверхпроводник полностью переходит в нормальное состояние.

Естественно, что особенности проникновения магнитного поля в гранулярные высокотемпературные сверхпроводники в самой существенной степени определяют характер поведения их магнитных, электрофизических, гальваномагнитных и др. свойств в широком диапазоне температур, величины и ориентации магнитного поля \mathbf{H} и др. внешних параметров. С чисто прикладной точки зрения влияние внешнего магнитного поля на критические температуры и токи сводится к относительно слабому понижению критической температуры T_c и достаточно сильному понижению значений критических токов I_c при повышении напряженности внешнего магнитного поля \mathbf{H}_{ext} (см., например, [15]).

Более сложен вопрос о характере влияния плотности транспортного тока (j) на критические температуры и критические поля гранулярных ВТСП. Сразу же отметим, что в отличие от изучения влияния внешних магнитных полей на критические параметры гранулярных ВТСП, которому посвящено огромное количество экспериментальных работ, число исследований влияния плотности транспортных токов на параметры сверхпроводимости относительно невелико (см., в частности, [16–18]). Принципиально возможны два канала воздействия транспортного тока на критические температуры и критические поля сверхпроводящих гранул и „слабых связей“ (см., например, [19–23]): а) посредством создаваемого током магнитного поля и б) путем „прямого“ воздействия тока на вихревую структуру двухуровневого ВТСП. Почти очевидно, что прямое воздействие силы транспортного тока может заметно влиять лишь на процессы, протекающие в джозефсоновской среде.

Таким образом, из изложенного выше следует, что проблема установления природы и механизмов воздействия транспортного тока, а также температуры и внешнего магнитного поля на характер эволюции вихревой структуры двухуровневых гранулярных высокотемпературных сверхпроводников на сегодняшний день окончательно не решена.

В этой связи целью настоящей работы и является установление особенностей характера влияния температуры, внешнего магнитного поля и транспортного тока на электрофизические свойства, процессы эволюции

вихревой структуры и фазовые переходы в двухуровневом высокотемпературном гранулярном сверхпроводнике $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$.

Стратегия достижения цели работы фактически включала выполнение следующих этапов.

1. Экспериментальное изучение температурных зависимостей электросопротивления гранулярных (керамических) образцов ВТСП $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ при фиксированных значениях напряженности внешнего магнитного поля и плотности транспортного тока.

2. Установление влияния плотности транспортного тока на общий уровень электросопротивления гранулярных образцов ВТСП $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ в широком диапазоне температур (от температуры появления резистивности $T_{\rho=0}$ до критической температуры T_c) при фиксированных значениях напряженности внешнего магнитного поля.

3. Определение характера влияния плотности транспортного тока на протекание фазовых переходов в обеих подсистемах двухуровневого ВТСП $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ во внешних магнитных полях.

4. Восстановление на основании полученных экспериментальных данных о температурных зависимостях электросопротивления гранулярных образцов ВТСП $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ вольтамперных характеристик (ВАХ) в широком диапазоне температур.

5. Установление на основе полученных ВАХ температурных зависимостей джозефсоновских критических токов и возможностей протекания фазовых переходов в джозефсоновской среде.

Для реализации подобной стратегии исследований, очевидно, необходимо проведение электрофизических (резистивных) исследований гранулярных образцов ВТСП $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ в следующем диапазоне внешних параметров:

— по температуре от $\sim T_{\rho=0} = T_{c2l}$ до $\sim T_c$. В связи с установленным ранее [24] отсутствием влияния направления изменения температуры на величину электросопротивления при $T_{c2l} < T < T_c$ все измерения температурных зависимостей электросопротивления проводились при повышении температуры;

— по магнитному полю от 0 до 100 Ое (в указанном диапазоне полей при $T_{\rho=0} < T < T_c$ могут протекать все известные фазовые переходы в обеих подсистемах гранулярных ВТСП);

— по плотности транспортного тока от 50 до 2000 мА/см² (варьирование величины j в достаточно широких пределах в узком диапазоне изменений H_{ext} открывает, по нашему мнению, широкие перспективы для изучения различных механизмов влияния транспортного тока на процессы эволюции вихревой структуры гранулярных ВТСП).

2. Методические аспекты исследований

Объектами исследования в настоящей работе служили образцы гранулярного высокотемпературного

сверхпроводника $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ номинального состава $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6.95}$, синтезированные по стандартной „керамической технологии“ [25,26]. Размеры образцов составляли $\approx 2 \times 2 \times 20 \text{ mm}$. Токовые и потенциальные контакты наносили путем осаждения паров серебра в вакууме. Заключительный отжиг образцов в окислительной среде при 940°C с последующим медленным охлаждением проводили после нанесения Ag-контактов, что приводило к существенному снижению контактного сопротивления на границе $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}/\text{Ag}$ [27].

Для аттестации образцов ВТСП состава $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6.95}$ использовали методы рентгеноструктурного анализа², резистивных и магнитных измерений критической температуры ($T_c = 92.65 \pm 0.01 \text{ K}$, ширина перехода ΔT_c не превышала 0.4 K) [15,24,27–29].

Для измерений температурных зависимостей электросопротивления гранулярного ВТСП $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ в поперечном магнитном поле применяли ранее разработанную установку [15,30,31], в которой для создания магнитного поля применялась магнитная система, состоящая из пар постоянных магнитов из высококоэрцитивного сплава $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$. Для приложения магнитного поля использовали FC-режим (охлаждение в магнитном поле). Подобный режим, как показано нами ранее [15], обеспечивает достижение максимального равновесия между объектом исследования — гранулярным ВТСП и внешним магнитным полем.

Измерения температурных зависимостей удельного электросопротивления проводились, как правило, в диапазоне температур $70\text{--}100 \text{ K}$, при фиксированных значениях напряженности внешнего магнитного поля $H_{\text{ext}} = 0, 25, 50$ и 100 Oe и при фиксированных значениях плотности транспортного (измерительного) тока $j = 50, 100, 250, 500, 1000$ и 2000 mA/cm^2 .

3. Результаты исследования

В настоящем разделе изложены, полученные в соответствии с приведенной выше программой исследований (см. Введение), результаты прямых измерений температурных зависимостей удельного электросопротивления гранулярных образцов ВТСП $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$, позволяющие получить следующую информацию:

– характер влияния плотности транспортного тока на ход температурных зависимостей электросопротивления при различных значениях величины напряженности внешнего магнитного поля;

– характер влияния плотности транспортного тока на общий уровень магнитосопротивления при различных значениях величины напряженности внешнего магнитного поля в диапазоне температур от $T_{\rho=0}$ до T_c ;

– характер влияния плотности транспортного тока на критические температуры фазовых переходов в подсистеме сверхпроводящих гранул при различных значениях напряженности внешнего магнитного поля;

² Значения параметров ромбической кристаллической решетки в пределах точности измерений совпадали с табличными значениями: $a = 3.82 \pm 0.001 \text{ \AA}$, $b = 3.89 \pm 0.001 \text{ \AA}$, $c = 11.6802 \pm 0.001 \text{ \AA}$

– характер влияния плотности транспортного тока на критические температуры фазовых переходов в джозефсоновской среде при различных значениях напряженности внешнего магнитного поля.

Следующим этапом исследований служило преобразование результатов прямых измерений температурных зависимостей удельного электросопротивления гранулярных образцов ВТСП $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ в вольт-амперные характеристики (ВАХ) в широком диапазоне температур.

3.1. Температурные зависимости электросопротивления при фиксированных значениях напряженности внешнего магнитного поля и плотности транспортного тока. Экспериментальная часть настоящей работы по существу сводится к измерениям электросопротивления в широком диапазоне значений температур, напряженности внешнего перпендикулярного магнитного поля и плотности транспортного тока.

На рис. 1 представлены температурные зависимости удельного электросопротивления $\rho(T)$ при различных значениях плотности транспортного тока и напряженности внешнего магнитного поля (см. разд. 2).

Как видно, при всех значениях напряженности внешнего магнитного поля H_{ext} рост плотности транспортного тока приводит к повышению уровня электросопротивления во всем диапазоне температур ($T_{\rho=0} < T < T_c$). При этом во внешних магнитных полях ход зависимостей $\rho(T)$ качественно аналогичен (на всех кривых наблюдается тенденция к появлению максимума). В нулевом же магнитном поле тенденция к появлению максимумов на зависимостях $\rho(T)$ отсутствует; область появления резистивности заметно смещается в область более высоких температур.

3.2. Влияние плотности транспортного тока на общий уровень электросопротивления. Очевидно, что „локальной“ мерой резистивности двухуровневых гранулярных ВТСП $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ при заданном значении плотности транспортного тока может служить суммарная величина электросопротивления в диапазоне температур $T_{\rho=0} < T < T_c$ (речь идет о площадях под кривыми $\rho = (T)_{j=\text{const}}$ при фиксированных значениях H_{ext}):

$$\Sigma = \int_{T_{\rho=0}}^{T_c} \rho(T) dT. \quad (2)$$

На рис. 2 приведены зависимости суммарного уровня электросопротивления от плотности транспортного тока при заданных значениях напряженности внешнего магнитного поля.

Как видно, имеет место существенное различие в ходе зависимостей $\Sigma(j)$ в случаях нулевого значения напряженности внешнего магнитного поля и при $25 \leq H_{\text{ext}} \leq 100 \text{ Oe}$:

1. Форма кривых $\Sigma(j)$ меняется от слабовогнутой (практически линейной) при $H_{\text{ext}} = 0$ до выпуклой (в первом приближении — экспоненциальной) при $H_{\text{ext}} > 0$.

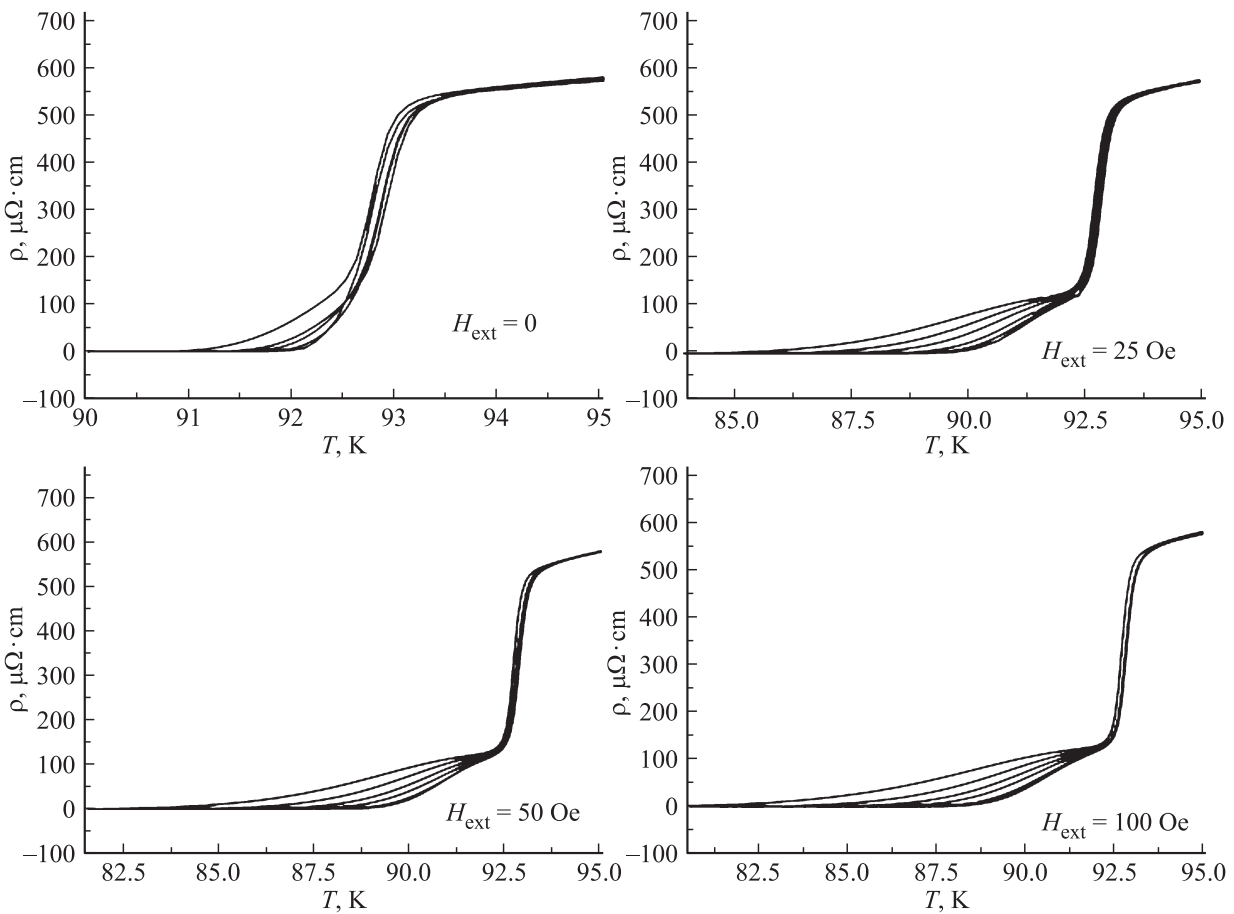


Рис. 1. Температурные зависимости удельного электросопротивления $\rho(T)$ при различных значениях H_{ext} . При всех значениях H_{ext} величины плотности транспортного тока составляют (снизу вверх): $j = 50, 100, 250, 500, 1000$ и 2000 mA/cm^2 .

2. Общий уровень электросопротивления $\sum_{j=\text{const}}$ даже в минимальном магнитном поле в несколько раз превышает $\sum_{j=\text{const}}$ при $H_{ext} = 0$.

Результаты математической обработки зависимостей суммарного уровня электросопротивления от плотности

транспортного тока $\sum(j)$ при $H_{ext} \neq 0$, приведенных на рис. 2, свидетельствуют в пользу предположения об экспоненциальном характере этих зависимостей (коэффициент корреляции $R^2 \rightarrow 1$).

3.3. Влияние плотности транспортного тока на протекание фазовых переходов. Из приведенных выше данных (см. рис. 1) следует, что в диапазоне температур $T_{\rho=0} \leq T \leq T_c$ во внешних магнитных полях на всех зависимостях $\rho(T)$ при понижении температуры наблюдаются три явно выраженные особенности:

- наличие характерного скачка электросопротивления при сверхпроводящем переходе ($T = T_c$, см. Введение);
- наличие максимума на кривых $\rho(T)$ в диапазоне температур $T_{\rho=0} < T < T_c$;
- появление резистивности при $T = T_{\rho=0}(H_{ext}, j)$.

При $H_{ext} = 0$, как видно из рис. 1, на зависимостях $\rho(T)$ явно наблюдаются только две особенности — при $T = T_c$ и при $T = T_{\rho=0}(j)$. Сдвиг температуры $T_{\rho=0}$ под действием транспортного тока крайне мала: $(T_c - T_{\rho=0})_{\text{max}} \sim 1 \text{ K}$ при $j = 2000 \text{ mA/cm}^2$.

В пределах точности измерений значение критической температуры T_c не зависит ни от величины внешнего

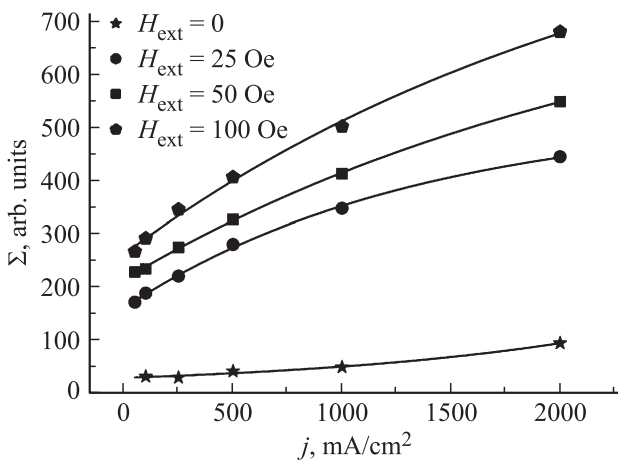


Рис. 2. Зависимости общего уровня электросопротивления от плотности транспортного тока при заданных значениях напряженности внешнего магнитного поля.

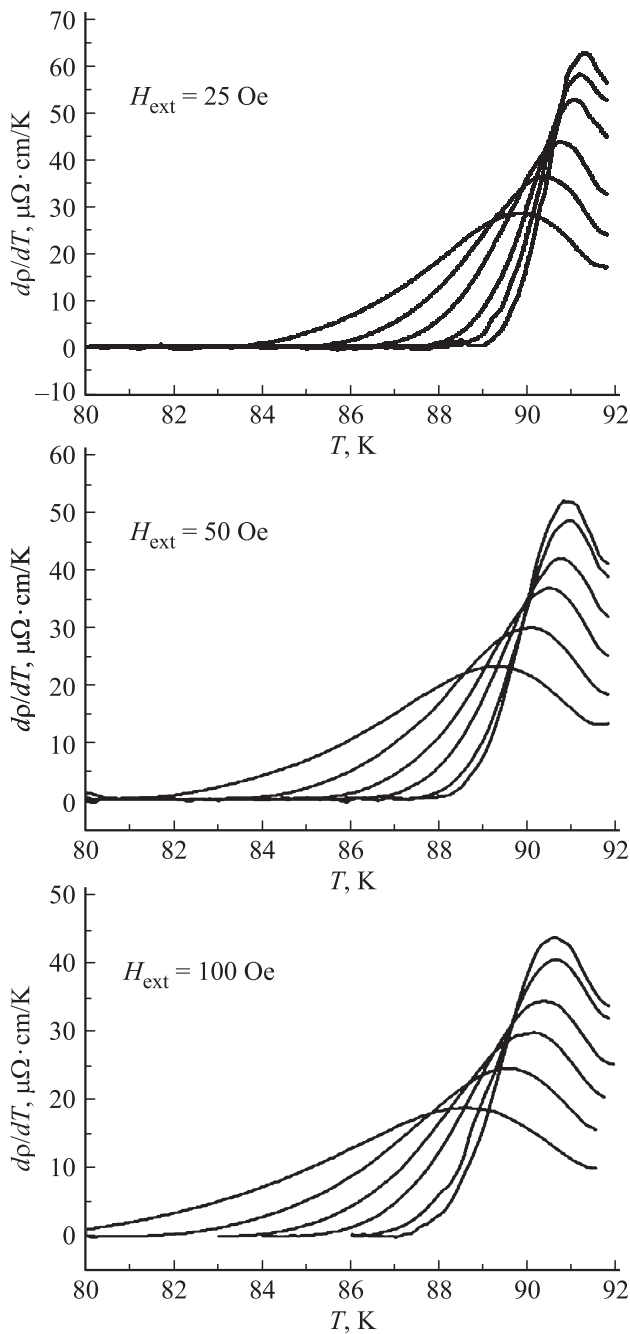


Рис. 3. Температурные зависимости производной удельного электросопротивления по температуре $d\rho/dT$ при различных значениях H_{ext} . При всех значениях H_{ext} положение высокотемпературного края кривых соответствует (сверху вниз) величинам плотности транспортного тока: $j = 50, 100, 250, 500, 1000$ и 2000 mA/cm².

магнитного поля³, ни от плотности транспортного тока ($dT_c \sim 0.1$ K).

Если принадлежность перехода в сверхпроводящее состояние к фазовым переходам второго рода не вызывает

³ Снижение критической температуры T_c ($dT_c \sim 0.3-0.5$ K) удалось обнаружить лишь в достаточно сильных магнитных полях ($H_{ext} \sim 1500-2000$ Oe) [15,24].

Параметры экспоненциальных уравнений $T_{c1g} = T_j^* \exp(-j/j_{0g}) + T_{c1g0}$ и $T_{\rho=0} = T_j^* \exp(-j/j_{0\rho}) + T_{c2j0}$ для зависимостей критических температур ФП T_{c1g} и $T_{c2j}(T_{\rho=0})$ от плотности транспортного тока в различных внешних магнитных полях

H_{ext}, Oe	$T_{c1g} = T_j^* \exp(-j/j_{0g}) + T_{c1g0}, \text{K}$			
	T_j, K	$j_{0g}, \text{A/cm}^2$	T_{c1g0}, K	R^2
25	2.41 ± 0.17	1.7 ± 0.23	88.9 ± 0.2	0.998
50	2.55 ± 0.1	1.55 ± 0.12	88.5 ± 0.1	0.999
100	3.28 ± 1.39	2.27 ± 1.52	87.4 ± 1.4	0.982
H_{ext}, Oe	$T_{\rho=0} = T_j^* \exp(-j/j_{0\rho}) + T_{c2j0}, \text{K}$			
	T_j, K	$j_{0\rho}, \text{A/cm}^2$	T_{c2j0}, K	R^2
25	5.73 ± 0.35	1.25 ± 0.17	84.2 ± 0.4	0.998
50	8.6 ± 0.73	1.82 ± 0.27	80.6 ± 0.8	0.998
100	9.17 ± 0.97	1.72 ± 0.33	79.8 ± 1.0	0.997

никаких сомнений [32], то выяснение особенностей поведения электрофизических свойств, связанных с началом процесса проникновения магнитного поля в виде вихрей Абрикосова в сверхпроводящие гранулы в окрестности $T = T_{c1g}$ требует отдельного рассмотрения.

В этой связи на рис. 3 представлены температурные зависимости производной удельного электросопротивления по температуре, полученные в полях $H_{ext} = 25, 50$ и 100 Oe при различных значениях плотности транспортного тока в окрестности температуры появления максимума на кривых $\rho(T)$ ($80 \leq T < 92$ K).

На всех зависимостях $d\rho/dT(T)$ наблюдается наличие явно выраженных максимумов. Характер поведения зависимостей $d\rho/dT(T)$ качественно совпадает с пове-

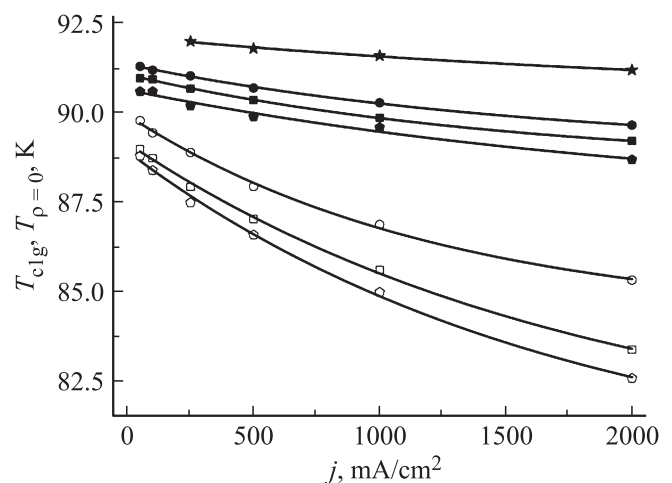


Рис. 4. Зависимости критических температур фазовых переходов $T_c, T_{c1g}, T_{c2j}(T_{\rho=0})$ от плотности транспортного тока в различных магнитных полях. Символы для обозначения различных магнитных полей те же, что и на рис. 2. Темные символы относятся к ФП при $T = T_c$ и T_{c1g} , светлые символы к ФП при $T = T_{c2j}(T_{\rho=0})$.

дением температурной зависимости теплоемкости при постоянном давлении $C_p(T)$ — „ λ -аномалии“ [33].

Наличие λ -аномалии в поведении зависимостей $d\rho/dT(T)$ в слабых магнитных полях однозначно свидетельствует о принадлежности ФП при $T = T_{c1g}$ к фазовым переходам второго рода.

На рис. 4 представлены зависимости критических температур фазовых переходов (ФП) [T_c , T_{c1g} , $T_{c2l}(T_{\rho=0})$] от плотности транспортного тока j в перпендикулярных внешних магнитных полях напряженностью 25, 50 и 100 Ое.

Математический анализ полученных результатов показывает, что все зависимости критических температур ФП во внешних магнитных полях от плотности транспортного тока с высокой точностью ($R^2 \rightarrow 1$) описываются экспоненциальными зависимостями (см. таблицу).

3.4. Вольтамперные характеристики в во внешних магнитных полях при $T_{\rho=0} < T < T_c$. Приведенные выше результаты прямых измерений температурных зависимостей удельного электросопротивления гранулярных образцов ВТСП $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ позволяют надежно установить условия протекания ФП при $T = T_{c2l}(T_{\rho=0})$. Фактически речь идет об условиях образования, как полагают [9,34], непрерывного джозефсоновского контакта определенного типа (определенных типов).

Прямым результатом измерений является получение температурных зависимостей электросопротивления образцов гранулярного ВТСП $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ при фиксированных значениях напряженности внешнего магнитного поля и плотности транспортного тока $\rho(T)$. Очевидно, что для установления возможности протекания фазовых переходов в джозефсоновской среде основной интерес представляет определение характера поведения ВАХ при фиксированных значениях температуры и напряженности внешнего магнитного поля. В данной работе речь идет о физически идентичной ВАХ зависимости напряженности электрического поля T от плотности транспортного тока. Это означает, что результаты измерений — кривые $\rho(T)_{j=\text{const}}$ необходимо преобразовать в кривые $E(j)_{T=\text{const}}$.

Для реализации преобразований $\rho(T)_{j=\text{const}}$ в $E(j)_{T=\text{const}}$ нужно провести интерполяцию реально измеренных значений $\rho(T)_{j=\text{const}}$ к определенным значениям температуры. При этом „шаг“ интерполяции в настоящей работе был выбран равным 0.1 К. В качестве примера на рис. 5 представлена часть полученных подобным образом изотерм $E(j)_{H_{\text{ext}}=100 \text{ Ое}}$ ⁴.

Как видно все ВАХ носят заведомо нелинейный характер за исключением зависимости $E(j)_{T=93 \text{ К}}$, т.е. при $T > T_c$. Естественно, что при повышении температуры наблюдается рост величины напряженности электрического поля при равных значениях плотности транспортного тока. Обращает на себя внимание заметное изменение хода ВАХ $E(j)$ при $T \approx 86 \text{ К}$ (соответствующая изотерма отмечена на рис. 5 символом „звездочка“).

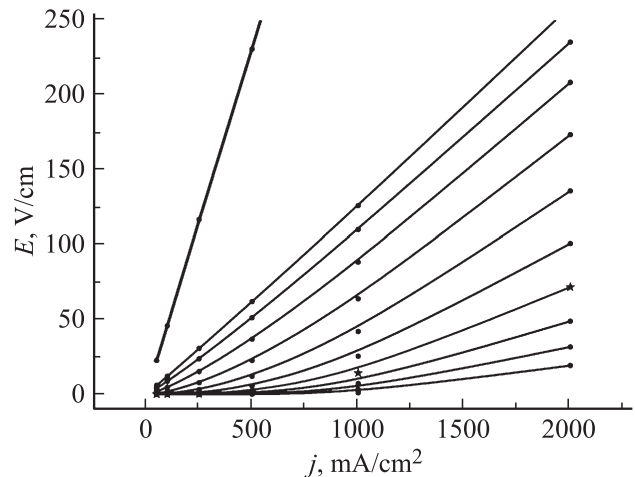


Рис. 5. Зависимости напряженности электрического поля E от плотности транспортного тока при $H_{\text{ext}} = 100 \text{ Ое}$. Для удобства графического представления результатов показано ограниченное количество кривых $E(j)_{T=\text{const}}$. Снизу вверх $T = 83, 84 \dots 93 \text{ К}$.

Детальный анализ поведения ВАХ в зависимости от напряженности внешнего магнитного поля H_{ext} и от температуры T будет приведен в разд. 4.

4. Обсуждение результатов

Настоящая работа главным образом посвящена рассмотрению различных аспектов проблемы влияния плотности транспортного тока на электрофизические свойства двухуровневых ВТСП на примере гранулярного ВТСП $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$. Сложность проблемы заключается в том, что, как уже отмечалось во Введении, принципиально возможны два канала воздействия транспортного тока на механизмы процессов диссипации, критические температуры и критические поля сверхпроводящих гранул и „слабых связей“: а) посредством, создаваемого током, магнитного поля и б) путем „прямого“ воздействия тока на вихревую структуру двухуровневого ВТСП.

Предметом обсуждения в первую очередь могут служить следующие экспериментальные результаты, полученные в настоящей работе:

- экстремальный характер поведения электросопротивления $\rho(T)$ во внешних магнитных полях во всем диапазоне значений плотности транспортного тока;
- заметный рост электросопротивления $\rho(T)$ под действием транспортного тока;
- наличие принципиальных отличий хода зависимостей общего уровня электросопротивления от плотности транспортного тока в нулевом магнитном поле и в случае приложения достаточно слабых магнитных полей;
- зависимость условий протекания фазовых переходов в обеих подсистемах гранулярных ВТСП от плотности транспортного тока;

⁴ Аналогичный набор изотерм получен для $H_{\text{ext}} = 25$ и 50 Ое .

– изменение характера поведения ВАХ $E(j)$ и, как следствие, джозефсоновских критических токов от температуры и магнитного поля.

4.1. Природа экстремального поведения и эволюции кривых электросопротивления $\rho(T)$ под действием внешнего магнитного поля и транспортного тока. Прежде всего, следует связать экстремальный характер температурных зависимостей электросопротивления в магнитных полях (имеется в виду появление максимума на кривых $\rho(T)$ при $H_{\text{ext}} \neq 0$) с изменением механизма диссипации — высокий уровень диссипации на „слабых связях“ сменяется умеренным уровнем диссипации на сверхпроводящих гранулах в результате протекания процесса перераспределения магнитного потока между обеими подсистемами двухуровневого гранулярного ВТСП [28,35]. Как установлено ранее [24], подобный процесс имеет место в окрестности температуры T_{c1g} . Исчезновение же максимума на кривых $\rho(T)$ при $H_{\text{ext}} = 0$, очевидно, обусловлено практически полным отсутствием подсистемы „слабых связей“ в нулевом магнитном поле.

Таким образом, основные различия в поведении температурных зависимостей электросопротивления при $H_{\text{ext}} > 0$ и $H_{\text{ext}} = 0$ заключаются в следующем:

1. В магнитном поле область перехода от сверхпроводящего к нормальному состоянию ($T_{\rho=0}-T_c$) достаточно широка; при всех значениях H_{ext} повышение плотности транспортного тока приводит как к росту электросопротивления, так и к расширению „переходной области“ $T_{\rho=0}-T_c$; на всех кривых $\rho(T)$ присутствуют явно выраженные максимумы.

2. В нулевом магнитном поле область $T_{\rho=0}-T_c$ существенно сужается — сопротивление обращается в ноль в непосредственной близости к сверхпроводящему переходу (лишь при максимальных значениях плотности транспортного тока наблюдается тенденция к незначительному расширению области $T_{\rho=0}-T_c$); на кривых $\rho(T)$ максимум отсутствует.

Как известно [10], основной вклад в электросопротивление двухуровневых ВТСП вносят процессы диссипации на джозефсоновских „слабых связях“. Необходимым условием включения подобного механизма диссипации, естественно, является наличие внешнего магнитного поля [36]. Следует полагать, что под действием очень слабых магнитных полей, генерируемых относительно низкими транспортными токами, может возникнуть лишь ограниченное число непрерывных джозефсоновских контактов. Плотность же непрерывных джозефсоновских контактов, ответственных за появление резистивности при $T < T_c$ [9], также должна быть исчезающе малой.

Наличие эффектов расширения „переходной области“ $T_{\rho=0}-T_c$ и заметного повышения электросопротивления при росте плотности транспортного тока дает основания для предположения о возможности прямого влияния транспортного тока на процессы диссипации. По нашему мнению для установления роли двух каналов воздействия плотности транспортного тока на процессы

диссипации в обеих подсистемах двухуровневого ВТСП необходимо рассмотреть природу влияния транспортного тока на общий уровень электросопротивления и механизмы и кинетику фазовых переходов. Подобное рассмотрение будет проведено ниже (разд. 4.2, 4.3).

4.2. Природа зависимости общего уровня электросопротивления $\sum(j)$ от плотности транспортного тока. Нелишне напомнить, что в рамках концепции критического состояния Бина [37,38] резистивность в сверхпроводящих гранулах возникает в результате срыва вихрей Абрикосова с центров пиннинга и движения их под действием силы Лоренца. В области низкополевой электродинамики гранулярных ВТСП ($H_{c1l} < H_{\text{ext}} < H_{c1g}$) диссипативные свойства гранулярных ВТСП обусловлены исключительно процессами, протекающими в джозефсоновской среде под действием внешнего магнитного поля и транспортного тока [34], а при $H_{\text{ext}} > H_{c1g}$ диссипацию связывают с протеканием как межгранулярных, так и внутрigrанулярных токов [39,40]⁵. Наличие двух механизмов диссипации в случае гранулярных высокотемпературных сверхпроводников не вызывает никаких сомнений, а вопрос о влиянии плотности транспортного тока на эти процессы, в сущности, остается открытым.

Надо полагать, что общий уровень электросопротивления может служить интегральной мерой интенсивности диссипативных процессов. Таким образом, совокупность, приведенных в работе экспериментальных данных (см. рис. 2), однозначно указывают на то, что основной вклад в электросопротивление двухуровневого сверхпроводника вносят эффекты прямого воздействия транспортного тока на диссипативные процессы, протекающие в джозефсоновской среде. Очень существенно то обстоятельство, что суммарный уровень электросопротивления $\sum(j, H_{\text{ext}})$ относительно слабо зависит от величины напряженности внешнего магнитного поля H_{ext} , но значительно возрастает при увеличении плотности транспортного тока j . Наблюдаемый эффект роста общего уровня электросопротивления при протекании электрического тока никоим образом не может быть обусловлен эффектами воздействия слабых магнитных полей, генерируемых транспортными токами плотностью до $\sim 2 \text{ A/cm}^2$, на процессы диссипации.

4.3. Механизмы и кинетика фазовых переходов в обеих подсистемах двухуровневого ВТСП. Впервые проведенное в рамках настоящей работы детальное изучение влияния плотности транспортного тока на кинетику протекания ФП в обеих подсистемах двухуровневого ВТСП (см. выше, разд. 3.3.) позволило однозначно установить, что:

1. Изменение плотности транспортного тока в пределах точности измерений не влияет на значение критической температуры $T_c = T_{cg}$ в подсистеме сверхпроводящих гранул.

⁵ Подчеркнем, что диапазон внешних магнитных полей в настоящей работе заведомо включает реализацию возможности начала процесса проникновения внешнего магнитного поля в виде вихрей Абрикосова в сверхпроводящие гранулы ВТСП.

2. Повышение плотности транспортного тока приводит к заметному понижению температуры T_{c1g} фазового перехода, сопровождаемого, как показано ранее [24], протеканием процесса перераспределения магнитного потока между обеими подсистемами двухуровневого ВТСП, в результате которого происходит уменьшение плотности вихрей Джозефсона, появление и дальнейшее повышение плотности вихрей Абрикосова.

3. Максимальное влияние изменение плотности транспортного тока оказывает на кинетику фазовых переходов в джозефсоновской среде.

Из изложенного следует, что субъектом прямого воздействия транспортного тока на электросопротивление двухуровневого гранулярного ВТСП служат джозефсоновские „слабые связи“. Весомым аргументом в пользу подобного суждения могут служить, наряду с данными о сильном увеличении общего уровня электросопротивления под действием транспортного тока (см. рис. 2), данные о зависимости температур фазовых переходов от плотности транспортного тока, приведенные на рис. 4.

До настоящей работы в качестве единственного ФП в джозефсоновской среде рассматривался фазовый переход, связанный с появлением резистивности при $T_{\rho=0} = T_{c2J}$ (см. Введение). Однако не исключена возможность появления фазовых переходов в диапазоне $T_{\rho=0} - T_c$, обусловленных процессами эволюции джозефсоновской среды под действием транспортного тока. В частности, не исключена возможность изменения типа (типов) непрерывных джозефсоновских контактов [34], ответственных за особенности поведения электросопротивления при $T > T_{\rho=0}$.

4.4. Установление возможности протекания фазовых переходов в джозефсоновской среде под действием транспортного тока. Проблема возможности протекания фазовых переходов в джозефсоновской среде, по нашему мнению, является центральной в настоящей работе. Если вопрос о существовании ФП при $T = T_{c1J}$ и $T = T_{c2J}$ не вызывает никаких сомнений⁶ (см., например, [2-4]), то само существование каких-либо иных ФП в джозефсоновской среде до сих пор окончательно не установлено. Для установления возможности протекания фазовых переходов в джозефсоновской среде при $T \neq T_{c1J}$ и $T \neq T_{c2J}$ в первую очередь необходимо развитие и совершенствование методологии изучения фазовых переходов в джозефсоновской среде. Основой методологии может служить анализ поведения достаточно представительной совокупности ВАХ, полученных в относительно невысоких магнитных полях в достаточно широком диапазоне значений плотности транспортного тока при температурах $T_{\rho=0} < T < T_c$.

Выше (см. рис. 5) был приведен набор изотерм $E(j)$, полученных во внешнем магнитном поле H_{ext} напряженностью 100 Ое.

Как известно, (см., например, [21,22,28,36,39,41,42]), в относительно слабых магнитных полях вольт-амперная

характеристика $E(j)$ гранулярных ВТСП в первом приближении может быть описана полуфеноменологической степенной функцией

$$E = A[j - j_c(T, H_{\text{ext}})]^\nu, \quad (3)$$

где A — параметр пропорциональности, зависящий от диссипативных свойств объекта исследований, $j_c \equiv j_{cJ}$ — значение критической плотности джозефсоновского тока, ν — коэффициент нелинейности ВАХ.

Результаты обработки ВАХ $E(j)_{T=\text{const}}$ для $H_{\text{ext}} = 25, 50, 100$ Ое в соответствии с уравнением (3), представлены на рис. 6-8.

Рассмотрим наблюдаемые тенденции в поведении зависимостей параметров степенного уравнения (3) от температуры.

Параметр пропорциональности $A(T)$ (см. рис. 6) ведет себя следующим образом: при росте температуры от $T_{\rho=0}$ до некой температуры, зависящей от напряженности внешнего магнитного поля H_{ext} , имеет место слабый рост параметра A , затем наблюдается „отрицательный скачок“ на зависимости $A(T)$. После скачка величина параметра A сильно возрастает при всех значениях H_{ext} . При увеличении H_{ext} от 25 до 100 Ое положение скачка на зависимостях $A(T)$ заметно сдвигается в сторону высоких температур.

Коэффициент нелинейности ВАХ $\nu(T)$ (см. рис. 7) при температурах близких к $T_{\rho=0}$ приобретает достаточно высокие значения ($\nu \sim 1.6$) при всех значениях напряженности внешнего магнитного поля H_{ext} . Примерно при тех же температурах, при которых имеют место „отрицательные скачки“ на зависимостях $A(T)$, наблюдается скачкообразное увеличение коэффициента нелинейности до величины $\nu \sim 2$. При дальнейшем увеличении температуры значение $\nu \rightarrow 1$ при $T \rightarrow T_{c1g}$.

Наиболее интересен вопрос о характере температурных зависимостей величины критической плотности тока при различных значениях напряженности внешнего магнитного поля. Из рис. 8 видно, что в очень узком диапазоне температур ($\Delta T \sim 0.1$ К) имеет место наличие явно выраженных скачков критической плотности джозефсоновского тока j_{cJ} . При этом критическая плотность тока падает в несколько раз (!). Скачки j_{cJ} наблюдаются при температурах близких к тем, при которых обнаружены аномалии поведения зависимостей параметров пропорциональности A и коэффициентов нелинейности ВАХ ν . Из вставки на рис. 8 видно, что величина скачка критической плотности тока Δj_{cJ} растет при повышении напряженности внешнего магнитного поля, при этом положение скачка сдвигается в сторону низких температур.

Впервые полученные данные об эволюции ВАХ в узком диапазоне температур⁷, согласующиеся с поведением аномалий на зависимостях $A(T)$, $\nu(T)$, $j_{cJ}(T)$, свидетельствуют о том, что в очень узком интервале температур происходит фазовый переход в подсистеме „слабых связей“.

⁶ Более сложен вопрос о природе этих ФП (см. Введение)

⁷ См. изотерму, помеченную „звездочкой“, на рис. 5

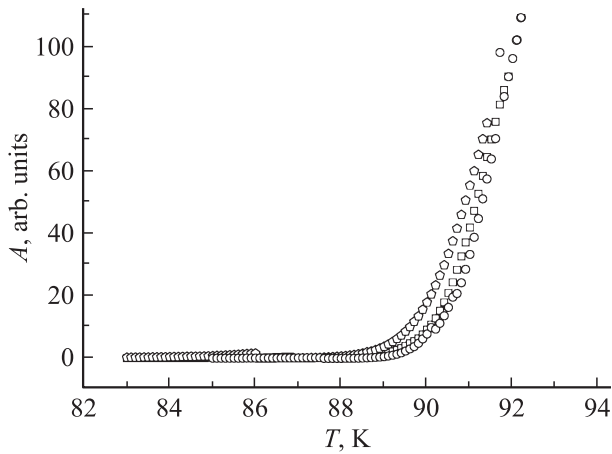


Рис. 6. Температурная зависимость параметра пропорциональности A степенного уравнения (3). Символы: кружки — поле $H_{ext} = 25$ Oe, квадраты — 50 Oe, пентагоны — 100 Oe.

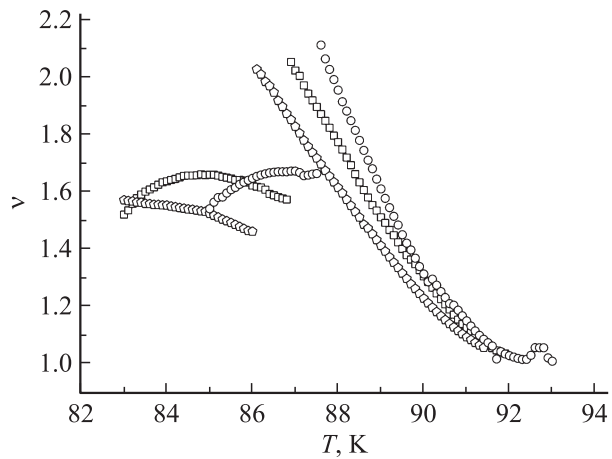


Рис. 7. Температурная зависимость коэффициента нелинейности ν степенного уравнения (3). Символы те же, что и на рис. 6.

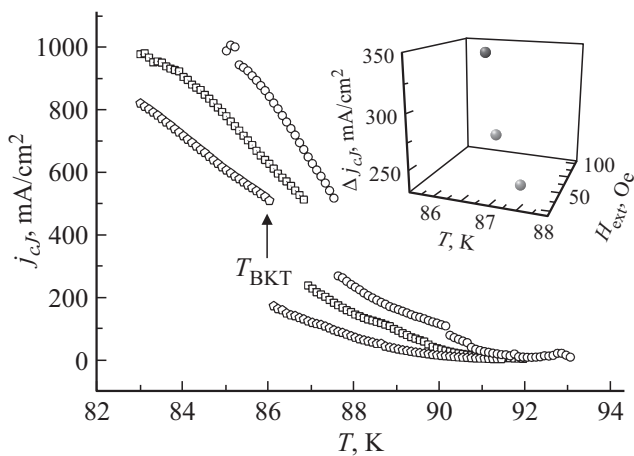


Рис. 8. Температурная зависимость критической плотности джозефсоновского тока j_{cJ} . Символы те же, что и на рис. 6. На вставке: зависимость величины скачка Δj_{cJ} от температуры и напряженности внешнего магнитного поля.

Есть веские основания полагать, что наблюдаемые эффекты скачкообразного изменения параметров ВАХ связаны с протеканием топологического фазового перехода — перехода Березинского–Костерлица–Таулеса (БКТ-переход) [43,44] в джозефсоновской среде.⁸

То обстоятельство, что в результате ФП при $T = T_{BKT}$ величина критической плотности джозефсоновского тока скачкообразно уменьшается, может свидетельствовать в пользу следующего механизма фазовых переходов в джозефсоновской среде. Действительно, в рамках предположения о том, что появление резистивности при $T = T_{\rho=0}$ связано с образованием системы непрерывных джозефсоновских контактов определенного типа [9,10], логично заключить, что обнаруженные в работе скачки величины j_{cJ} при $T = T_{BKT}$ сопровождаются включением дополнительного механизма диссипации. Речь идет о росте электросопротивления, обусловленного образованием системы непрерывных джозефсоновских контактов не реализующейся при $T < T_{BKT}$.

В рамках развитой в работе концепции протекания топологического фазового перехода — перехода Березинского–Костерлица–Таулеса в джозефсоновской среде может быть предложен следующий сценарий эволюции вихревой структуры в подсистеме „слабых связей“ двухуровневого ВТСП под действием внешнего магнитного поля и транспортного тока.

Этап 1. Образование одиночных (несвязанных) „слабых связей“.

Этап 2. Образование системы непрерывных джозефсоновских контактов определенного типа.

Этап 3. Изменение вихревой структуры, включающее образование дополнительной системы непрерывных джозефсоновских контактов иного типа.

Результаты, полученные в настоящей работе, указывают на то, что положение этих этапов на оси температур зависит от напряженности внешнего магнитного поля и плотности транспортного тока.

5. Заключение

Стратегия достижения основной цели настоящей работы — установление особенностей характера влияния температуры, внешнего магнитного поля и транспортного тока на электрофизические свойства, процессы эволюции вихревой структуры и фазовые переходы в двухуровневом высокотемпературном гранулярном сверхпроводнике $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ — включала выполнение следующих исследований:

- экспериментальное изучение температурных зависимостей электросопротивления при фиксированных значениях напряженности внешнего магнитного поля и плотности транспортного тока;
- установление влияния плотности транспортного тока на общий уровень электросопротивления;

⁸ Связь появления особенностей на ВАХ с протеканием БКТ-перехода в двумерной джозефсоновской среде рассматривалась, в частности, в работе [45].

– определение характера влияния плотности транспортного тока на кинетику протекания фазовых переходов в обеих подсистемах двухуровневого ВТСП во внешних магнитных полях;

– восстановление на основании данных о температурных зависимостях электросопротивления вольтамперных характеристик (ВАХ) в широком диапазоне температур и установление на основе полученных ВАХ возможностей протекания фазовых переходов в джозефсоновской среде.

В настоящей работе были впервые получены следующие принципиально важные результаты.

1. Установлено, что температурная зависимость электросопротивления во внешних магнитных полях во всем диапазоне значений плотности транспортного тока носит экстремальный характер. Наличие максимумов на температурных зависимостях электросопротивления обусловлено последовательным включением двух механизмов диссипации (на межгранульных границах — джозефсоновских „слабых связях“ и сверхпроводящих гранулах).

2. Установлено, что общий уровень электросопротивления относительно слабо зависит от величины напряженности внешнего магнитного поля, но значительно возрастает при увеличении плотности транспортного тока. Это означает, что основной вклад в электросопротивление двухуровневого ВТСП вносят эффекты прямого воздействия транспортного тока на диссипативные процессы, протекающие в джозефсоновской среде.

3. Установлено, что рост плотности транспортного тока практически не влияет на критическую температуру сверхпроводящего перехода, сопровождается заметным понижением температуры начала процесса проникновения магнитного поля в виде вихрей Абрикосова в сверхпроводящие гранулы и приводит к существенному понижению температуры появления резистивного эффекта, свидетельствующего о включении механизмов диссипации в джозефсоновской среде.

4. Установлено, что в отсутствие внешнего магнитного поля максимумы на температурных зависимостях электросопротивления не наблюдаются, общий уровень электросопротивления крайне низок, область реализации „диссипативного состояния“ предельно сужена. Совокупность этих эффектов указывает на наличие крайне низкой плотности непрерывных джозефсоновских контактов в двухуровневом ВТСП, возникающих при прямом воздействии транспортного тока.

5. Обнаружены эффекты аномального поведения параметров ВАХ в узком интервале температур, указывающие на протекание топологического фазового перехода — перехода Березинского–Костерлица–Таулеса в джозефсоновской среде.

Таким образом, в настоящей работе удалось проследить не только влияния температуры и напряженности внешнего магнитного поля на кинетику фазовых переходов в обеих подсистемах гранулярного ВТСП, но и установить характер влияния плотности транспортного тока на протекание фазовых переходов. Более

того, удалось обнаружить и изучить условия реализации топологического фазового перехода при $T = T_{\text{ВКТ}}$ „по транспортному току“.

Список литературы

- [1] J.G. Bednorz, K.F. Mijller. *Z. Phys.* В **64**, 189 (1986).
- [2] M. Tinkham, C.J. Lobb. *Solid State Physics* **42**, 91 (1989).
- [3] B. Ji, M.S. Rzchowski, N. Anand, M. Tinkham. *Phys. Rev. B* **47**, 1, 470 (1993).
- [4] B. Ji, R.H. Sohn, G. Spalding, M. Tinkham. *Phys. Rev. B* **40**, 16, 10936 (1990).
- [5] J.N. Rjabinin, L.W. Shubnikow. *Nature* **134**, 260 (1934).
- [6] Л.В. Шубников, В.И. Хоткевич, Ю.Д. Шепелев, Ю.Н. Рябинин. *ЖЭТФ* **7**, 2, 221 (1935).
- [7] G. Blatter, M.V. Feigel'man, V.B. Geshkenbein, A.I. Larkin. *Rev. Mod. Phys.* **66**, 4, 1125 (1994).
- [8] С.А.М. dos Santos, С.Ж.В. Oliveira, M.S. da Luz, A.D. Bortolozzo, M.J.R. Sandim, A.J.S. Machado. *Phys. Rev. B* **74**, 184526 (2006).
- [9] С.Л. Гинзбург. *ЖЭТФ* **106**, 607 (1994). [S.L. Ginzburg, O.V. Gerashchenko, A.I. Sibilev. *Supercond. Sci. Technol.* **10**, 395 (1997).]
- [10] Т.В. Сухарева, В.А. Финкель. *ФТТ* **52**, 8, 1479 (2010).
- [11] В.В. Амбагакин, Э.А. Тищенко. *ФНТ* **40**, 3, 243 (2014).
- [12] V. Ambegaokar, B.I. Halperin. *Phys. Rev. Lett.* **22**, 1364 (1969).
- [13] М.И. Петров, Д.А. Балаев, К.А. Шайхутдинов, С.Г. Овчинников. *ФТТ* **40**, 9, 1599 (1998).
- [14] М.И. Петров, Д.А. Балаев, К.А. Шайхутдинов, Б.П. Хрусталев. *ФТТ* **39**, 11, 1956 (1997).
- [15] В.В. Деревянко, Т.В. Сухарева, В.А. Финкель, Ю.Н. Шахов. *ФТТ* **56**, 4, 625 (2014).
- [16] Д.А. Балаев, М.И. Петров, Д.М. Гохфельд, К.А. Шайхутдинов, К.С. Александров. *ФТТ* **44**, 7, 1179 (2002).
- [17] А.А. Zhukov, D.A. Komarkov, G.T. Karapetov. *Physica B* **169**, 1–4, 661 (1991).
- [18] A.M. dos Santos, M.S. da Luz, B. Ferreira, A.J.C. Machado. *Brazil. J. Phys.* **37**, 1155 (2007).
- [19] D. Goldschmidt. *Phys. Rev. B* **39**, 13, 9139 (1989).
- [20] М.Ю. Куприянов, К.К. Лихарев. *УФН* **160**, 5, 49 (1990).
- [21] Е.З. Мейлихов. *УФН* **163**, 3, 27 (1993).
- [22] W.A.T. Passos, P.N. Lisboa-Filho, W.A. Ortiz. *JMMM* **226–230**, 293 (2001).
- [23] A. Grib, F. Schmidl, P. Seidel. *J. Phys. Conf. Ser.* **248**, 012038-1-8 (2010).
- [24] В.В. Деревянко, Т.В. Сухарева, В.А. Финкель. *ФТТ* **59**, 8, 1470 (2017).
- [25] V.A. Finkel', V.M. Arzhavitin, A.A. Blinkin, V.V. Derevyanko, Yu.Yu. Razdovskii. *Physica C* **235–240**, 303 (1994).
- [26] V.V. Derevyanko, T.V. Sukhareva, V.A. Finkel'. *Functional Materials* **11**, 4, 710 (2004).
- [27] В.В. Деревянко, Т.В. Сухарева, В.А. Финкель. *ФТТ* **46**, 10, 1740 (2004).
- [28] T.V. Sukhareva. *J. Supercond Nov. Magn.* **26**, 5, 2021 (2013).
- [29] Т.В. Сухарева, В.А. Финкель. *ЖТФ* **80**, 1, 68 (2010).
- [30] А.М. Bovda, V.V. Derevyanko, T.V. Sukhareva, V.A. Finkel'. *Functional Mater.* **21**, 3, 360 (2014).
- [31] В.В. Деревянко, М.С. Сунгуров, Т.В. Сухарева, В.А. Финкель, Ю.Н. Шахов. *ФТТ* **59**, 2, (2017).

- [32] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Статистическая физика. Наука, М. (1976), с. 486.
- [33] А.З. Паташинский, В.Л. Покровский. Флуктуационная теория фазовых переходов. Наука, М. (1975), с. 103.
- [34] О.В. Геращенко. Письма в ЖТФ **25**, 3, 8 (1999).
- [35] T.V. Sukhareva. *Functional Mater.* **19**, 4, 446 (2012).
- [36] Т.В. Сухарева, В.А. Финкель. ФТТ **54**, 3, 427 (2012).
- [37] C.P. Bean. *Phys. Rev. Lett.* **8**, 250 (1962).
- [38] C.P. Bean. *Rev. Mod. Phys.* **36**, 31 (1964).
- [39] S.S. Bungre, S.M. Cassidy, A.D. Caplin, N.McN. Alford, T.W. Button. *Supercond. Sci. Technol.* **4**, S250 (1991).
- [40] D. Daghero, P. Mazzett, A. Stepanescu, P. Tura, A. Masoero. *Phys. Rev. B* **66**, 184514 (2002).
- [41] Z.X. Cai, D.O. Welch. *Phys. Rev. B* **45**, 2385 (1992).
- [42] M.T. González, S.R. Currás, J. Maza, F. Vidal. *Phys. Rev. B* **63**, 224511 (2001).
- [43] В.Л. Березинский. ЖЭТФ **59**, 3, 907 (1971); **61**, 3, 1144 (1972). [V.L. Berezinskiy. *Sov. Phys. JETP.* **32**, 3, 493 (1971); **34**, 3, 610 (1972).]
- [44] J.M. Kosterlit, D.J. Thouless. *J. Phys. C: Solid State Phys.* **6**, 1181 (1973).
- [45] M.P. Stehno, V. Orlyanchik, C.D. Nugroho, P. Ghaemi, M. Brahlek, N. Koirala, S. Oh, D.J. Van Harlingen. *Phys. Rev. B* **93**, 035307 (2016).