

Угловое и спектральное распределения сверхширокополосного излучения фотоэмиссионного источника

© А.А Кондратьев

Госкорпорация «Росатом» Российский федеральный ядерный центр — Всероссийский научно-исследовательский институт технической физики им. акад. Е.И. Забабахина, 456770 Снежинск, Челябинская обл., Россия
e-mail: dep5@vniitf.ru

(Поступило в Редакцию 14 ноября 2016 г. В окончательной редакции 23 августа 2017 г.)

Получена угловая зависимость напряженности электрического поля электромагнитной волны, создаваемой прямоугольным фотоэмиссионным источником с заданной поверхностной плотностью дипольного момента. Излучение диполей инициируется волной, распространяющейся вдоль поверхности со сверхсветовой фазовой скоростью. Проведено спектральное разложение излучения и вычислено угловое распределение энергии излучения.

DOI: 10.21883/JTF.2018.03.45605.2095

Введение

Теоретическая модель генерации сверхширокополосного электромагнитного излучения (ЭМИ) при наклонном облучении плоской поверхности рентгеновским излучением была предложена в работах [1,2]. Для увеличения мощности ЭМИ было предложено использовать вакуумный диод с анодом, прозрачным для инициирующего излучения и ускоренных электронов [3,4]. Результаты экспериментов по генерации сверхширокополосного ЭМИ с инициированием разряда в вакуумном анод-катодном зазоре плоской волной лазерного излучения пикосекундной длительности, падающей наклонно на фотокатод, приведены в работе [5]. Так как волна, инициирующая разряд, движется вдоль катода с фазовой скоростью, превышающей скорость света, такой источник также называют сверхсветовым. Показано [1,3], что когерентное сложение излучения электронов происходит в направлении зеркального отражения инициирующего излучения от катода, а напряженность поля в волновой зоне определяется второй производной по времени от поверхностной плотности дипольного момента.

Ширина спектра фотоэмиссионного источника ЭМИ [5] составляет 10–15 GHz. Такой источник может быть использован для сверхширокополосной радиолокации, в том числе для поиска мин и радиолокации лесных массивов, а также для исследований влияния мощного электромагнитного излучения сантиметрового диапазона на различную радиоэлектронную аппаратуру.

Для практических применений необходимо знать угловое и спектральное распределения ЭМИ. В настоящей работе для прямоугольной однородно излучающей области получены аналитические выражения для напряженности поля в волновой зоне в виде функции от поверхностной плотности дипольного момента и его производных по времени. Зависимость второй производной плотности дипольного момента от времени может быть определена с использованием аналитических моде-

лей [2,6,7], численными расчетами или экспериментальными измерениями напряженности поля в направлении зеркального отражения инициирующего излучения от катода. Используя полученные уравнения для напряженности поля, проведено спектральное разложение и вычислено угловое распределение энергии ЭМИ.

Угловая зависимость напряженности поля излучения

Задача решается в следующей постановке. В плоскости $z = 0$ в прямоугольной области, показанной на рис. 1, находятся излучатели с поверхностной плотностью дипольного момента

$$\mathbf{p}(x, y, t) = \begin{cases} \mathbf{n}_z p_0 f(t - x \sin \vartheta_0 / c), & 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b, \\ 0, & \text{в остальной области,} \end{cases} \quad (1)$$

где \mathbf{n}_z — единичный вектор, направленный вдоль оси z , $f(t)$ — заданная функция. Зависимость плотности дипольного момента от времени вида (1) соответствует инициированию излучения диполей плоской волной, падающей на плоскость $z = 0$ под углом $\vartheta_0 \neq 0$. В экспериментах [5] такое инициирование осуществляется лазерным излучением пикосекундной длительности, падающим на плоский фотокатод вакуумного фотодиода.

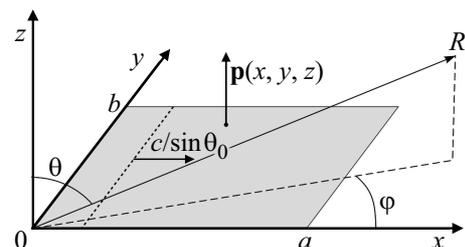


Рис. 1. Геометрия решаемой задачи.

Обозначим $f_1(t) = df/dt$, $f_2(t) = df_1/dt$. В точке со сферическими координатами $(R_0, \vartheta, \varphi)$ на расстоянии R_0 , много большем размеров излучающей системы и характерной длины волны излучения, напряженность поля определяется интегралом от второй производной плотности дипольного момента по времени с учетом запаздывания [8]

$$E_{\vartheta}(t + R_0/c) = \frac{p_0 \sin \vartheta}{R_0 c^2} \int_0^a dx \times \int_0^b f_2 \left(t + \frac{x}{c} (\sin \vartheta \cos \varphi - \sin \vartheta_0) + \frac{y}{c} \sin \vartheta \sin \varphi \right) dy. \quad (2)$$

В этом уравнении использовано условие $R_0 \gg a, b$ для вычисления расстояния от точки с координатами $(x, y, 0)$ до точки наблюдения $(R_0, \vartheta, \varphi)$

$$R(x, y) = (R_0^2 + x^2 + y^2 - 2R_0 \sin \vartheta (x \cos \varphi + y \sin \varphi))^{1/2} \approx R_0 - \sin \vartheta (x \cos \varphi + y \sin \varphi).$$

Обозначим

$$t_a = \frac{a}{c} (\sin \vartheta \cos \varphi - \sin \vartheta_0), \quad t_b = \frac{b}{c} \sin \vartheta \sin \varphi. \quad (3)$$

Разность времени прихода излучения с одинаковой фазой из начала координат и из точки с координатой $(a, 0, 0)$ в точку наблюдения $(R_0, \vartheta, \varphi)$ равна t_a . Аналогично t_b — разность времени прихода излучения с одинаковой фазой из начала координат и из точки с координатой $(0, b, 0)$.

Для различных (ϑ, φ) возможны следующие случаи.

1. $t_a = t_b = 0$ ($\varphi = 0$ и $\sin \vartheta = \sin \vartheta_0$). В этом случае излучение всех диполей складывается когерентно и уравнение (2) имеет вид

$$E_{\vartheta}(t + R_0/c) = \frac{p_0 ab \sin \vartheta_0}{R_0 c^2} f_2(t). \quad (4)$$

2. $t_a \neq 0, t_b = 0$ ($\varphi = 0, \pi$). Функция f_2 в уравнении (2) не зависит от y .

$$E_{\vartheta}(t + R_0/c) = \frac{p_0 ab \sin \vartheta}{R_0 c^2} \frac{[f_1(t + t_a) - f_1(t)]}{t_a}. \quad (5)$$

3. $t_a = 0, t_b \neq 0$. Функция f_2 в уравнении (2) не зависит от x .

$$E_{\vartheta}(t + R_0/c) = \frac{p_0 ab \sin \vartheta}{R_0 c^2} \frac{[f_1(t + t_b) - f_1(t)]}{t_b}. \quad (6)$$

4. $t_a \neq 0, t_b \neq 0$.

$$E_{\vartheta}(t + R_0/c) = \frac{p_0 ab \sin \vartheta}{R_0 c^2} \times \frac{f(t + t_a + t_b) - f(t + t_b) - f(t + t_a) + f(t)}{t_a t_b}. \quad (7)$$

Уравнения (4)–(6) также могут быть получены из уравнения (7) соответственно в пределе $t_a \rightarrow 0$ и/или $t_b \rightarrow 0$.

Спектральное разложение излучения

Энергия dW , излученная в элементе телесного угла $d\Omega$, вычисляется интегрированием вектора Пойнтинга по времени

$$dW = d\Omega \frac{c R_0^2}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} E^2 dt = d\Omega \frac{c R_0^2}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |E(\omega)|^2 d\omega, \quad (8)$$

где

$$E(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} E(t) e^{-i\omega t} dt.$$

Вычислим преобразование Фурье выражения (7)

$$E_{\vartheta}(\omega, R_0, \vartheta, \varphi) = - \frac{p_0 ab \sin \vartheta}{R_0 c^2 t_a t_b} 4f(\omega) \times \exp\left(\frac{i\omega(t_a + t_b)}{2}\right) \sin \frac{\omega t_a}{2} \sin \frac{\omega t_b}{2},$$

где $f(\omega)$ — преобразование Фурье функции $f(t)$, и воспользуемся соотношением $f_2(\omega) = -\omega^2 f(\omega)$:

$$|E_{\vartheta}(\omega, R_0, \vartheta, \varphi)|^2 = \left(\frac{p_0 ab}{R_0 c^2}\right)^2 \sin^2 \vartheta |f_2(\omega)|^2 \times \frac{\sin^2(\omega t_a/2)}{(\omega t_a/2)^2} \frac{\sin^2(\omega t_b/2)}{(\omega t_b/2)^2}. \quad (9)$$

Полученное уравнение можно также записать в виде

$$|E_{\vartheta}(\omega, R_0, \vartheta, \varphi)|^2 = |E_{\vartheta}(\omega, R_0, \vartheta_0, 0)|^2 \times \frac{\sin^2 \vartheta}{\sin^2 \vartheta_0} \frac{\sin^2(\omega t_a/2)}{(\omega t_a/2)^2} \frac{\sin^2(\omega t_b/2)}{(\omega t_b/2)^2}.$$

Угловое распределение энергии излучения

Для вычисления углового распределения энергии излучения в соответствии с (8) можно проинтегрировать $E^2(t)$ по времени, либо $|E(\omega)|^2$ по частотам. Воспользуемся уравнением (7)

$$\frac{dW}{d\Omega} = \frac{(p_0 ab)^2 \sin^2 \vartheta}{4\pi c^3 t_a^2 t_b^2} \int_{-\infty}^{+\infty} [f(t + t_a + t_b) - f(t + t_a) - f(t + t_b) + f(t)]^2 dt.$$

Обозначим $\Psi(\tau) \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)f(t + \tau)dt$, тогда

$$\frac{dW}{d\Omega} = \frac{(p_0 ab)^2 \sin^2 \vartheta}{2\pi c^3 t_a^2 t_b^2} (2\Psi(0) - 2\Psi(t_a) - 2\Psi(t_b) + \Psi(t_a + t_b) + \Psi(t_a - t_b)). \quad (10)$$

Более простое выражение получается для распределения энергии излучения в плоскости xz (см. уравнение (5))

$$\frac{dW}{d\Omega} = \frac{(p_0 ab)^2 \sin^2 \vartheta}{2\pi c^3 t_a^2} \int_{-\infty}^{+\infty} (f_1^2(t) - f_1(t)f_1(t+t_a)) dt. \tag{11}$$

Произведем вычисления для излучателя, у которого вторая производная дипольного момента от времени имеет вид

$$f_2(t) = \omega_0^2 \begin{cases} \sin(\omega_0 t), & 0 \leq t \leq 2\pi N/\omega_0, \\ 0, & t < 0, t > 2\pi N/\omega_0, \end{cases}$$

где N — натуральное число. Выбор такой зависимости обусловлен тем, что она позволяет получить простые аналитические выражения и для $N = 1$ дает широкий спектр излучения, а для больших N — узкий. Спектральное разложение этой функции

$$|f_2(\omega)|^2 = \frac{2\omega_0^2 \sin^2(\pi N \omega/\omega_0)}{\pi (1 - \omega^2/\omega_0^2)^2}.$$

В направлении $\vartheta = \vartheta_0, \varphi = 0$

$$\frac{dW(\vartheta_0, 0)}{d\Omega} = \frac{(p_0 ab)^2 N \omega_0^3 \sin^2 \vartheta_0}{4c^3}. \tag{12}$$

В плоскости xz в случае $|\omega_0 t_a| < 2\pi N$

$$\frac{dW(\vartheta)}{d\Omega} = \frac{dW(\vartheta_0, 0)}{d\Omega} \frac{\sin^2 \vartheta}{\sin^2 \vartheta_0} g(\omega_0 t_a), \tag{13}$$

где

$$g(\xi) = \frac{2\pi N(1 - \cos \xi) - 3 \sin |\xi| + |\xi|(2 + \cos \xi)}{\pi N \xi^2}.$$

Для $|\omega_0 t_a| \geq 2\pi N$

$$\frac{dW(\vartheta)}{d\Omega} = \frac{dW(\vartheta_0, 0)}{d\Omega} \frac{6}{\omega_0^2 t_a^2} \frac{\sin^2 \vartheta}{\sin^2 \vartheta_0}. \tag{14}$$

Для источника, размеры которого много больше характерной длины волны излучения $\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0$, основная часть энергии излучения сосредоточена в диапазоне углов ϑ , таких, что $|\vartheta - \vartheta_0| \ll 1$ и ширина углового распределения определяется функцией $g(\xi)$. Значение $g(\xi) = 1/2$ достигается при $|\xi_{1/2}| \approx 3.176$ для $N = 1$ и $|\xi_{1/2}| \approx 2.783$ для $N \rightarrow \infty$. Соответственно ширина распределения энергии на полувысоте $\Delta\vartheta \approx \lambda_0 |\xi_{1/2}| / (\pi a \cos \vartheta_0)$ для широкополосного излучения в ≈ 1.14 раза больше, чем для узкополосного.

В работе [1] была приведена приближенная формула для угловой зависимости мощности излучения квадратной области размера D

$$P(\theta_x, \theta_y) = P_0 \left(\frac{\sin \psi_x}{\psi_x} \right)^2 \left(\frac{\sin \psi_y}{\psi_y} \right)^2,$$

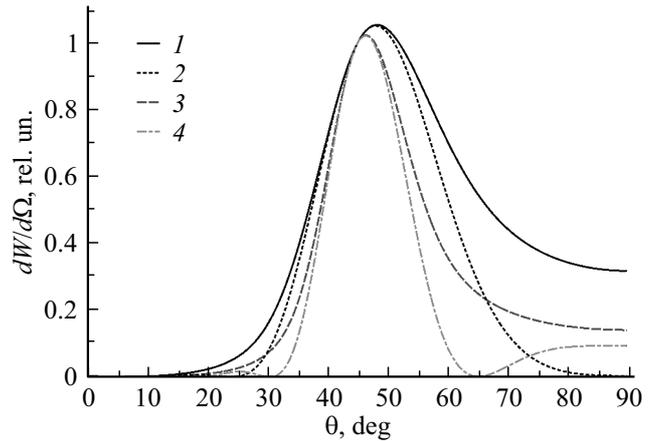


Рис. 2. Зависимость $dW(\vartheta)/d\Omega$: 1 — $N = 1, \omega_0 = 2\pi \cdot 10 \text{ GHz}$; 2 — $N = 100, \omega_0 = 2\pi \cdot 10 \text{ GHz}$; 3 — $N = 1, \omega_0 = 2\pi \cdot 15 \text{ GHz}$; 4 — $N = 100, \omega_0 = 2\pi \cdot 15 \text{ GHz}$.

$$\psi_x = \frac{\pi D \cos \vartheta_0 \sin \theta_x}{\lambda}, \quad \psi_y = \frac{\pi D \sin \theta_y}{\lambda},$$

где P_0 — мощность излучения в направлении зеркального отражения n_1 , λ — характерная длина волны излучения, θ_x, θ_y — угловое смещение от направления n_1 в плоскости $x - z$ и в плоскости $y - n_1$. Ширина распределения на полувысоте в плоскости $x - z$ ($\psi_y = 0$) для случая $|\vartheta - \vartheta_0| \ll 1$ равна $\Delta\vartheta \approx 2.784\lambda / (\pi D \cos \vartheta_0)$, что совпадает с полученным выше значением для узкополосного источника.

На рис. 2 показаны графики $(dW(\vartheta, 0)/d\Omega) / (dW(\vartheta_0, 0)/d\Omega)$, полученные по формулам (13), (14) для $\varphi = 0, a = 10 \text{ cm}, \vartheta_0 = 45^\circ$, широкого и узкого спектра излучения и двух значений частот.

Заключение

Для прямоугольной области, электромагнитное излучение которой инициируется со сверхсветовой фазовой скоростью, в дипольном приближении найдено угловое распределение напряженности электрического поля в волновой зоне (4)–(7). Напряженность поля определяется поверхностной плотностью дипольного момента, которая может быть вычислена или измерена экспериментально, а также параметрами t_a и t_b (3), зависящими от размеров излучающей области и направления излучения.

Проведено спектральное разложение излучения (9), из которого следует, что наиболее высокие частоты излучаются в направлении зеркального отражения. При смещении от этого направления спектр сдвигается в область низких частот. Получено выражение для вычисления углового распределения энергии излучения (10). Проведены вычисления для случая, когда вторая производная дипольного момента от времени пропорциональна целому числу периодов синуса.

Список литературы

- [1] *Carron N.J., Longmire C.L.* // IEEE Transactions on Nuclear Science. 1976. Vol. NS-23. N 6. P. 1897–1902.
- [2] *Carron N.J., Longmire C.L.* // IEEE Transactions on Nuclear Science. 1978. Vol. NS-25. N 6. P. 1329–1335.
- [3] *Лазарев Ю.Н., Петров П.В.* // Письма в ЖЭТФ. 1994. Т. 60. Вып. 9. С. 625–628.
- [4] *Лазарев Ю.Н., Петров П.В.* // ЖЭТФ. 1999. Т. 88. Вып. 5. С. 926–935.
- [5] *Кондратьев А.А., Лазарев Ю.Н., Потапов А.В., Тищенко А.С., Заволоков Е.В., Сорокин И.А.* // ДАН. 2011. Т. 438. Вып. 5. С. 615–618.
- [6] *Лазарев Ю.Н., Петров П.В., Сырцова Ю.Г.* // Физика плазмы. 2003. Т. 29. Вып. 6. С. 527–539.
- [7] *Солдатов А.В.* // Физика плазмы. 2005. Т. 31. Вып. 4. С. 336–341.
- [8] *Ландау Л.Д., Лившиц Е.М.* Теоретическая физика: Учебное пособие. В 10 т. Т. II. М.: Наука, 1988. 512 с.