

13
Обобщение закона Мотта–Гёрни для двуслойного промежутка

© А.Е. Дубинов,^{1,2,3} И.Н. Китаев^{1,2,3}

¹ Российский федеральный ядерный центр — Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики, 607188 Саров, Нижегородская обл., Россия

² Национальный исследовательский ядерный университет — Московский инженерно-физический институт, 115409 Москва, Россия

³ Саровский физико-технический институт НИЯУ МИФИ, 607186 Саров, Нижегородская обл., Россия
 e-mail: dubinov-ae@yandex.ru

(Поступило в Редакцию 15 февраля 2017 г. В окончательной редакции 17 октября 2017 г.)

Рассмотрены стационарные дрейфовые состояния электронного потока в плоском промежутке, заполненном двуслойным диэлектриком. Получены точные математические формулы, описывающие распределения электростатического потенциала и предельного тока электронного потока, ограниченного собственным пространственным зарядом (обобщенный закон Мотта–Гёрни для двуслойного диода).

DOI: 10.21883/JTF.2018.04.45713.2209

Введение

Закон Мотта–Гёрни (ЗМГ) дает значение предельной плотности тока частиц, ограниченной их собственным пространственным зарядом, в плоском промежутке, когда движение частиц имеет дрейфовую природу: $v = \mu E \text{sign} q$, где v — скорость частиц, q — их заряд, μ — их подвижность, а E — напряженность электрического поля [1,2].

ЗМГ имеет важное значение для твердотельной электроники и описывает электронный транспорт в неметаллических кристаллах [3,4], в полупроводниках [5,6] и в органических светоизлучающих микроструктурах [7–9].

В связи с расширением областей применения многослойных твердотельных микроструктур представляет интерес обобщить ЗМГ на случай многослойных промежутков [10]. В настоящей работе впервые рассмотрена такая задача и получено аналитическое выражение ЗМГ в двуслойном промежутке, которое необходимо для расчета электронного транспорта в двуслойных структурах [11].

1. Постановка задачи и геометрия

Известно, что если плоский промежуток с зазором d и напряжением U_0 заполнен однородным диэлектриком с диэлектрической постоянной ϵ , и электроны проходят этот промежуток дрейфовым образом, то плотность тока по ЗМГ в таком промежутке будет иметь вид (в системе СГС):

$$J_{MG} = \frac{9}{32} \frac{\epsilon \mu}{\pi} \frac{U_0^2}{d^3}. \tag{1}$$

Возникает вопрос: каков будет результат, если рассматривать неоднородный промежуток?

Рассмотрим, например, промежуток, заполненный двумя однородными слоями диэлектрика с диэлектрическими постоянными ϵ_1 и ϵ_2 , так, как показано на рис. 1, причем электроны в них могут дрейфовать с подвижностями μ_1 и μ_2 соответственно. Будем также считать, что к промежутку приложено постоянное напряжение U_0 , толщину 1-го и 2-го слоев равны соответственно d_1 и d_2 . Предположим, что к промежутку приложено продольное однородное магнитное поле настолько сильное, что траектории электронов прямолинейны.

Целью настоящей работы является вывод точной формулы для предельной плотности тока МГ в таком двуслойном диоде и ее анализ. Для реализации цели здесь используется метод частичных областей, когда сначала находятся решения для распределения потенциала в каждом слое отдельно, а затем решения сшиваются на границе между слоями. А на заключительном этапе решения задачи получается предельное значение плотности тока, при котором реализуется найденное распределение потенциала. Этот метод был применен

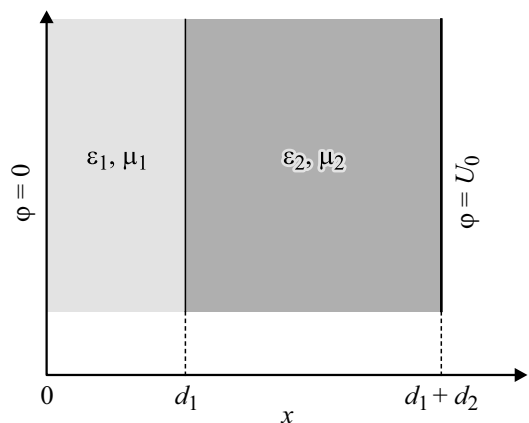


Рис. 1. Геометрия двуслойного промежутка.

нами ранее при выводе обобщенного закона Чайльда–Ленгмюра в двуслойном диоде [12].

2. Исходные уравнения и граничные условия

Исходные уравнения задачи включают в себя уравнение Пуассона, уравнение непрерывности и дрейфовое уравнение. В стационарной форме эти уравнения дают (также в системе СГС):

$$\frac{d^2\varphi_{1,2}}{dx^2} = -\frac{4\pi\rho_{1,2}}{\varepsilon_{1,2}}, \quad (2)$$

$$J = -\rho_{1,2}v_{1,2}, \quad (3)$$

$$v_{1,2} = \mu_{1,2} \frac{d\varphi_{1,2}}{dx}, \quad (4)$$

где J — плотность тока, $\varphi_{1,2}$ — электростатический потенциал в 1-м и 2-м слое, $\rho_{1,2}$ и $v_{1,2}$ — плотность заряда и скорость электронов в этих слоях, e и m — заряд и масса электрона.

Граничные условия для этих уравнений таковы:

$$\varphi_1|_{x=0} = 0, \quad \varphi_2|_{x=d_1+d_2} = U_0, \quad \varphi_1|_{x=d_1} = \varphi_2|_{x=d_1},$$

$$\left. \frac{d\varphi_1}{dx} \right|_{x=0} = 0, \quad \text{и } \varepsilon_1 \left. \frac{d\varphi_1}{dx} \right|_{x=d_1} = \varepsilon_2 \left. \frac{d\varphi_2}{dx} \right|_{x=d_1}, \quad (5)$$

из которых 4-е условие представляет собой равенство нулю электрического поля в плоскости эмиссии в режиме ограничения плотности тока пространственным зарядом электронов [2,5].

3. Вывод формулы для распределений потенциала в слоях и предельной плотности тока ЗМГ

3.1. Решение для 1-го слоя

Рассмотрим профиль потенциала в 1-м слое. Исключая v_1 из уравнений (3) и (4), получим

$$\rho_1 = -\frac{J}{\mu_1 \frac{d\varphi_1}{dx}}. \quad (6)$$

Затем (6) подставляем в уравнение Пуассона (2). Тогда получим следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{d^2\varphi_1}{dx^2} \frac{d\varphi_1}{dx} = \frac{4\pi J}{\varepsilon_1\mu_1}. \quad (7)$$

Проинтегрируем (7) при соответствующих граничных условиях из (5)

$$\left(\frac{d\varphi_1}{dx} \right)^2 = \frac{8\pi J}{\varepsilon_1\mu_1} x. \quad (8)$$

Извлекая квадратный корень и затем интегрируя, выразим пространственное распределение потенциала в 1-м слое

$$\varphi_1(x) = \frac{4}{3} \left(\frac{2\pi J}{\varepsilon_1\mu_1} \right)^{1/2} x^{3/2}. \quad (9)$$

3.2. Решение для 2-го слоя

Для 2-го слоя получим аналогично (7)

$$\frac{d^2\varphi_2}{dx^2} \frac{d\varphi_2}{dx} = \frac{4\pi J}{\varepsilon_2\mu_2}. \quad (10)$$

Проинтегрируем (10) при соответствующих граничных условиях из (5)

$$\int_{(d\varphi_2/dx)|_{x=d_1}}^{(d\varphi_2/dx)} \left[\left(\frac{d\varphi_2}{dx} \right)^2 \right] = \frac{8\pi J}{\varepsilon_2\mu_2} \int_{d_1}^x dx. \quad (11)$$

Пользуясь условиями на границе двух слоев из (5), уравнение (11) можно переписать в следующем виде:

$$\left(\frac{d\varphi_2}{dx} \right)^2 = \frac{8\pi J}{\varepsilon_2\mu_2} \left[x + d_1 \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \frac{\mu_2}{\mu_1} - 1 \right) \right]. \quad (12)$$

Дифференциальное уравнение легко интегрируется

$$\int_{\varphi_2|_{x=d_1}}^{\varphi_2} d\varphi_2 = \sqrt{\frac{8\pi J}{\varepsilon_2\mu_2}} \int_{d_1}^x \sqrt{x + d_1 \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \frac{\mu_2}{\mu_1} - 1 \right)} dx. \quad (13)$$

Тогда получим

$$\varphi_2(x) = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{2\pi J}{\varepsilon_1\mu_1}} \left\{ d_1^{3/2} \left[1 - \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \right)^2 \frac{\mu_2}{\mu_1} \right] + \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \frac{\mu_1}{\mu_2} \right)^{1/2} \left[x + d_1 \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \frac{\mu_2}{\mu_1} - 1 \right) \right]^{3/2} \right\}. \quad (14)$$

Формула (14) описывает искомое распределение потенциала во 2-м слое.

3.3. Вывод формулы предельной плотности тока МГ

Снова вернемся к дифференциальному уравнению (12). Ранее мы его интегрировали с переменным верхним пределом (13). Здесь опять проинтегрируем его, но уже с постоянными пределами интегрирования.

$$\int_{\varphi_2|_{x=d_1}}^{U_0} d\varphi_2 = \sqrt{\frac{8\pi J}{\varepsilon_2\mu_2}} \int_{d_1}^{d_1+d_2} \sqrt{x + d_1 \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \frac{\mu_2}{\mu_1} - 1 \right)} dx, \quad (15)$$

в результате чего получим

$$J_{\text{MG}} = \frac{9\varepsilon_1\mu_1 U_0^2}{32\pi d_1^3} \times \left\{ 1 + \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \right)^2 \frac{\mu_2}{\mu_1} \left[\left(\frac{d_2}{d_1} \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \frac{\mu_1}{\mu_2} + 1 \right)^{3/2} - 1 \right] \right\}^{-2}. \quad (16)$$

Эта точная формула является основным результатом настоящей работы.

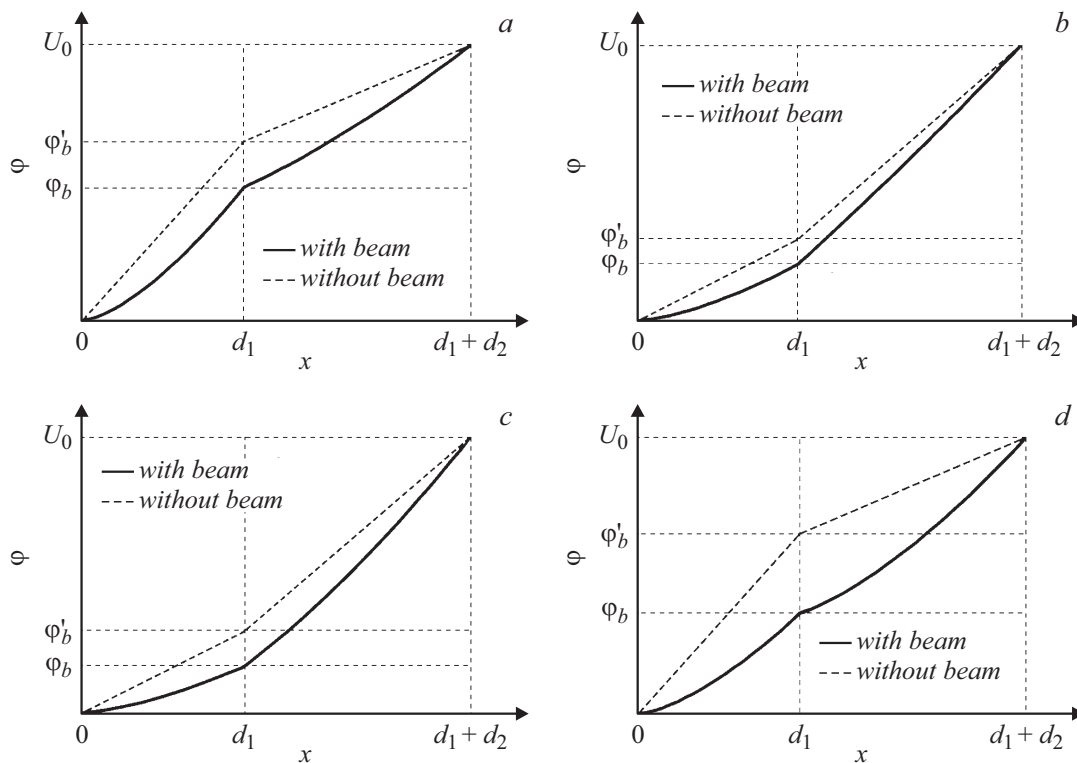


Рис. 2. Распределение электрического потенциала в двуслойном промежутке с электронным пучком и без него (везде при $d_1 = 5$, $d_2 = 7$, $U_0 = 100$): *a* — при $\epsilon_1 < \epsilon_2$, $\mu_1 < \mu_2$ ($\epsilon_1 = 2$, $\epsilon_2 = 5$, $\mu_1 = 40$, $\mu_2 = 90$), *b* — при $\epsilon_1 > \epsilon_2$, $\mu_1 < \mu_2$ ($\epsilon_1 = 9$, $\epsilon_2 = 5$, $\mu_1 = 40$, $\mu_2 = 90$), *c* — при $\epsilon_1 > \epsilon_2$, $\mu_1 > \mu_2$ ($\epsilon_1 = 9$, $\epsilon_2 = 5$, $\mu_1 = 90$, $\mu_2 = 40$), *d* — при $\epsilon_1 < \epsilon_2$, $\mu_1 > \mu_2$ ($\epsilon_1 = 2$, $\epsilon_2 = 5$, $\mu_1 = 90$, $\mu_2 = 40$).

3.4. Предельный переход

Для проверки полученной формулы предельной плотности тока МГ в двуслойном диоде (16) можно вычислить, например, ее предел при $\epsilon_2 \rightarrow \epsilon_1$, $\mu_2 \rightarrow \mu_1$. Это дает

$$\lim_{\substack{\epsilon_1 \rightarrow \epsilon_2 \\ \mu_1 \rightarrow \mu_2}} J_{MG} = \frac{9\epsilon_1\mu_1 U_0^2}{32\pi(d_1 + d_2)^3}, \quad (17)$$

что по смыслу совпадает с (1).

3.5. Распределение потенциала в промежутке

Для анализа полученного решения полезно построить графики распределения электрического потенциала в диоде и сравнить их с распределениями в отсутствие электронного пучка.

Распределение потенциала в отсутствие пучка легко получить как решение уравнения Лапласа и граничных условий. Это дает [12]

$$\begin{cases} \varphi_1(x) = \frac{\varphi'_b x}{d_1}, & 0 \leq x \leq d_1, \\ \varphi_2(x) = \varphi'_b + \frac{(U_0 - \varphi'_b)(x - d_1)}{d_2}, & d_1 \leq x \leq d_1 + d_2, \end{cases} \quad (18)$$

где φ'_b — потенциал на границе между слоями в отсутствие пучка

$$\varphi'_b = \frac{U_0}{1 + \frac{\epsilon_1 d_2}{\epsilon_2 d_1}}. \quad (19)$$

Графики распределений потенциала (9), (14) и (19) для различных соотношений между ϵ_1 и ϵ_2 , а также между μ_1 и μ_2 показаны на рис. 2. На них хорошо видны изломы профилей потенциала на стыке слоев и провисание потенциала благодаря пространственному заряду.

Заключение

В настоящей работе рассмотрено стационарное состояние электронного потока в плоском промежутке, заполненном двуслойным диэлектриком. Получены точные математические формулы, описывающие распределения электростатического потенциала и предельного тока дрейфующих электронов, ограниченного собственным пространственным зарядом (ЗМГ для двуслойного промежутка).

Полученная формула может быть полезна для расчетов электронного транспорта, например, через двуслойные органические светоизлучающие структуры.

Список литературы

- [1] *Mott N.F., Gurney R.W.* Electronic Processes in Ionic Crystals. London: Oxford University Press, 1940.
- [2] *Lampert M., Mark P.* Current Injection in Solids. N.Y.–London: Academic Press, 1970.
- [3] *López-Cruz E., Sánchez-Simencio F., Rose A., Helman J.S.* // Phys. Rev. B. 1980. Vol. 22. N 6. P. 2855–2860.
- [4] *Büget U., Wright G.T.* // Sol. St. Electron. 1967. Vol. 10. N 3. P. 199–207.
- [5] *Gildenblat G.S., Rao A.R.* // J. Appl. Phys. 1987. Vol. 61. N 7. P. 2683–2685.
- [6] *Исаев А.И., Мехтиева С.И., Гарибова С.Н.* // ФТП. 2011. Т. 45. Вып. 12. С. 1599–1603.
- [7] *Alvares A.L., Arredondo B., Romero B., Quintana X., Gutiérrez-Llorente A., Mallavia R., Otón J.M.* // IEEE Trans. Electron. Dev. 2008. Vol. 55. N 2. P. 674–680.
- [8] *Bukley A.R.* // Synthetic Metals. 2010. Vol. 160. N 5–6. P. 540–543.
- [9] *Ho S., Xiang C., Liu R., Chopra N., Mathai M., So F.* // Organic Electronics. 2014. Vol. 15. N 10. P. 2513–2517.
- [10] *Максименко В.А., Макаров В.В., Короновский А.А., Храмов А.Е., Венкевичиус Р., Валушис Г., Баланов А.Г., Кусмарцев Ф.В., Алексеев К.Н.* // Письма в ЖЭТФ. 2016. Т. 103. № 7. С. 527–532.
- [11] *Jang S.E., Yook K.S., Lee J.Y.* // Organic Electronics. 2010. Vol. 11. N 6. P. 1154–1157.
- [12] *Dubinov A.E., Kitayev I.N.* // IEEE Trans. Plasma Science. 2016. Vol. 44. N 10. P. 2376–2381.