

03

## Исследование электрогидродинамического течения в симметричной системе электродов методом динамических вольт-амперных характеристик

© Ю.К. Стишков, Р.Э. Закирьянова

Санкт-Петербургский государственный университет,  
199034 Санкт-Петербург, Россия  
e-mail: y.stishkov@spbu.ru

(Поступило в Редакцию 13 июня 2017 г. В окончательной редакции 3 октября 2017 г.)

Решена задача о сквозном электрогидродинамическом (ЭГД) течении инжекционного типа в замкнутом канале. Рассмотрена модель жидкости, содержащей четыре типа ионов. Показано, что при соотношении начальных токов инъекции с электродов 2:1 в канале формируется сквозное ЭГД-течение без внутренних вихрей в межэлектродном промежутке. Приведены анализ структуры течения в различных частях канала, а также интегральные характеристики течения. Показано, что при квадратичной функции инъекции на электродах вольт-амперная характеристика течения также квадратичная.

DOI: 10.21883/JTF.2018.04.45717.2384

### Введение

Большая часть работ по изучению электрогидродинамических (ЭГД) течений касается течений в замкнутых объемах, где течения носят ячеистый характер [1,2]. Относительно небольшое количество работ касается исследования структуры ЭГД-течений в коротких незамкнутых каналах [3,4].

В предыдущих работах по моделированию ЭГД-течений не учитывалась многоионность. В [5] приводится обзор математических моделей в электрогидродинамике. В частности, приводится описание модели среды, в которой есть два сорта ионов, рожденных в объеме жидкости, и один сорт ионов, инжектированный с электрода. Однако установлено, что сквозное ЭГД-течение в канале может быть сформировано, когда инъекция идет с обоих электродов, так что в жидкости образуется четыре сорта ионов.

В некоторых работах по моделированию ЭГД-течения рассматривалась униполярная инъекция с одного электрода [6,7]. Часть работ посвящена моделированию ЭГД-течения в проводящей жидкости без учета инъекции заряда с электрода [8,9]. В некоторых работах рассматриваются оба механизма зарядообразования: инжекционный и диссоциационный, но не рассчитываются уравнения Нернста–Планка для каждого сорта частиц [10,11].

Настоящая работа посвящена компьютерному моделированию сквозного ЭГД-течения инжекционного типа в длинном замкнутом канале. Задача представляет как научный, так и технический интерес. Научный интерес представляет вопрос влияния остаточного объемного заряда, вынесенного течением во внешний канал на процессы, происходящие в межэлектродном промежутке, поэтому в настоящей работе рассматривался длинный замкнутый канал. Технический интерес заключается в разработке устройств, использующих ЭГД-течения

для интенсификации тепло- и массообмена, подобные устройства могут применяться в космических технологиях. В подобных устройствах необходимы течения в длинных каналах, реализуемые на основе явления ЭГД-преобразования.

Рассмотрена четырехионная модель слабопроводящей жидкости, в которой два противоположно заряженных иона образованы за счет инъекции с электродов и еще два за счет диссоциации примесей. Исследовано сквозное ЭГД-течение, образованное системой электродов в виде двух длинных взаимопараллельных проводов одинакового диаметра, размещенных в щелевом канале, на которые подается напряжение, медленно возрастающее с постоянной скоростью. Анализ результатов исследования показал, что при определенном соотношении токов инъекции с положительного и отрицательного электродов в канале возникает сквозное ламинарное ЭГД-течение, ускоренное электрическим полем в пределах межэлектродного промежутка (МЭП) и имеющее вязкодиссипативный характер в остальной части канала. Приведены и проанализированы структура ЭГД-течения в широком диапазоне напряжений и интегральные характеристики сквозного ЭГД-течения при различных величинах токов инъекции, показавшие, что расход жидкости пропорционален напряжению, а ток через межэлектродный промежуток пропорционален квадрату напряжения.

### 1. Описание модели

Рассматривается полная система ЭГД-уравнений, которая включает в себя уравнение Навье–Стокса (1), уравнение неразрывности (2), уравнения электростатики (3) и (4), уравнения Нернста–Планка (5)–(8) — два для инжектированных ионов, два для диссоциированных

ионов:

$$\gamma \frac{\partial v}{\partial t} + \gamma(v, \nabla)v = -\nabla p + \eta \Delta v - p \nabla \varphi, \quad (1)$$

$$\operatorname{div}(v) = 0, \quad (2)$$

$$\operatorname{div}(E) = \frac{\rho}{\varepsilon \varepsilon_0}, \quad (3)$$

$$E = -\nabla \varphi, \quad (4)$$

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} + \operatorname{div}(n_1(z_1 b_1)E - D_1 \nabla n_1 + n_1 v) = g_1, \quad (5)$$

$$\frac{\partial n_2}{\partial t} + \operatorname{div}(n_2(z_2 b_2)E - D_2 \nabla n_2 + n_2 v) = g_2, \quad (6)$$

$$\frac{\partial n_3}{\partial t} + \operatorname{div}(n_3(z_3 b_3)E - D_3 \nabla n_3 + n_3 v) = g_3, \quad (7)$$

$$\frac{\partial n_4}{\partial t} + \operatorname{div}(n_4(z_4 b_4)E - D_4 \nabla n_4 + n_4 v) = g_4, \quad (8)$$

$$\rho = \sum_i z_i e n_i, \quad (9)$$

где  $E$  — напряжённость электрического поля,  $\rho$  — объёмная плотность заряда,  $\varphi$  — электрический потенциал,  $n_1$  — концентрация положительных инжектированных ионов,  $n_2$  — концентрация отрицательных инжектированных ионов,  $n_3$  — концентрация положительных диссоциированных ионов,  $n_4$  — концентрация отрицательных диссоциированных ионов,  $g_i$  — функции источника,  $\varepsilon$  — относительная диэлектрическая проницаемость жидкости,  $b_i$  — подвижность ионов,  $D_i$  — коэффициент диффузии ионов,  $z_i$  — валентности ионов,  $\varepsilon_1$  — диэлектрическая постоянная,  $e$  — элементарный электрический заряд,  $t$  — время, индекс  $i$  указывает на сорт ионов,  $\gamma$  — плотность жидкости,  $v$  — скорость течения,  $p$  — давление,  $\eta$  — вязкость. В общем случае свойства ионов могут отличаться, однако в данной задаче свойства различных сортов ионов считались одинаковыми. Кроме того, необходимо отметить, что ионы были одновалентны, т.е.  $|z_i| = 1$ .

В данной задаче рассматриваются инжекционный и диссоционный механизмы зарядообразования с учетом рекомбинации. Инжектированные ионы рекомбинируют между собой и с диссоциированными ионами противоположного знака. Диссоциированные ионы рождаются в объеме и рекомбинируют между собой и с инжектированными ионами. В правой части уравнений (5)–(8) появляется слагаемое, описывающее рекомбинацию частиц в объеме, а в (7), (8) добавляется слагаемое, описывающее объемный источник рождения ионов  $W$ :

$$g_1 = -\alpha_r n_1(n_2 + n_4), \quad (10)$$

$$g_2 = -\alpha_r n_2(n_1 + n_3), \quad (11)$$

$$g_3 = W - \alpha_r n_3(n_2 + n_4), \quad (12)$$

$$g_4 = W - \alpha_r n_4(n_1 + n_3), \quad (13)$$

где  $W$  — интенсивность диссоциации,  $\alpha_r$  — коэффициент рекомбинации. Коэффициент рекомбинации  $i$ -го и

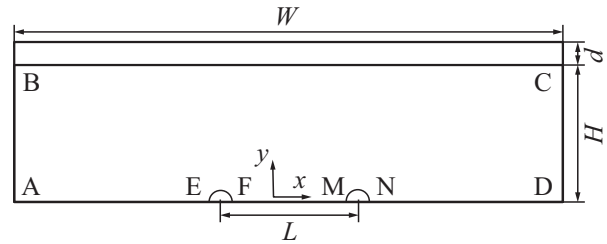


Рис. 1. Геометрия и граничные условия.

$k$ -го сорта частиц определяется по формуле Ланжевена  $\alpha_{rik} = e(b_i + b_k)/(\varepsilon \varepsilon_0)$ .

В жидкости, обладающей собственной проводимостью, при отсутствии внешнего электрического поля образование ионов происходит за счет теплового движения молекул. Равновесная концентрация ионов, которые образуются за счет теплового движения молекул (диссоциации), определяется условием равенства скорости диссоциации и рекомбинации и в отсутствии инжекции зависит от низковольтной проводимости:  $n_0 = \sigma_0/(2eb)$ . Равновесная концентрация ионов в данной задаче задается в качестве начального равновесного значения концентрации диссоциированных ионов.

В данной задаче интенсивность диссоциации для положительных и отрицательных частиц одинакова. Интенсивность диссоциации при отсутствии внешнего электрического поля определяется через равновесную концентрацию и записывается следующим образом:  $W_0 = \sigma_0^2/(2eb\varepsilon\varepsilon_0)$ . Эффект Вина в данной задаче не учитывается, т.е. считается, что в изотермическом случае интенсивность диссоциации постоянна по объему и равна интенсивности диссоциации в отсутствии внешнего электрического поля  $W = W_0$ . Таким образом, функции источника ионов в уравнениях (7), (8) можно записать следующим образом:

$$g_3 = W_0 - \alpha_r n_3(n_2 + n_4), \quad (14)$$

$$g_4 = W_0 - \alpha_r n_4(n_1 + n_3). \quad (15)$$

Коэффициент диффузии определяется соотношением Эйнштейна  $D_i = k_B T_0 b_i / e$ , где  $k_B$  — постоянная Больцмана,  $T_0$  — температура в системе. Свойства жидкости соответствуют свойствам очищенного трансформаторного масла:  $b_i = 10^{-8} \text{ m}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$ ,  $D_i = 2.59 \cdot 10^{-9}$ ,  $|z_i| = 1$ ,  $\gamma = 950 \text{ kg/m}^3$ ,  $\eta = 4.75 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ ,  $\sigma_0 = 3 \cdot 10^{-11} \text{ S/m}$ .

Рассматривалась симметричная система электродов провод-провод в замкнутом щелевом канале (рис. 1). Поскольку модель симметрична относительно горизонтальной плоскости, проходящей через электроды, рассматривалась только половина модели. Длина щелевого канала значительно больше его ширины, поэтому рассматривалось двумерное приближение. Геометрические размеры канала были следующие:  $W = 6 \text{ cm}$ ,  $H = 0.75 \text{ cm}$ ,  $L = 1 \text{ cm}$ ,  $d = 0.1 \text{ cm}$ ,  $r = 0.025 \text{ cm}$  — радиус электродов.

В реальных условиях замкнутый канал имеет кольцевую форму. Однако для упрощения расчетов замкнутость канала осуществлялась при помощи оригинального граничного условия, позволяющего переносить значения искомых функций с правой границы канала на левую. Выбор границ определяется направлением сквозного течения. Плотность тока инжекции на левом (активном) электроде задавалась выше, чем на правом (пассивном). В этом случае направление сквозного течения в канале слева направо. В качестве условия замыкания канала используется условие переноса плотности тока, равной плотности тока конвекции  $\rho v$  с границы CD на границу BA.

Для уравнения Пуассона на границах электродов EF и MN задавалась разность потенциалов (напряжение), которая сначала линейно возрастает до 30 kV со скоростью 100 V/s, а затем уменьшается до нуля. На диэлектрической стенке BC задается условие равенства нулю нормальной компоненты напряженности электрического поля  $N \cdot D = 0$ . В этом случае считается, что заряд на стенках экранирует поле и нормальная компонента поля равна нулю.

Плотность тока для инжектированных ионов одноименного с электродом знака на поверхности электродов EF и MN задавалась в виде:  $j_i = f_i(E)$ . Гибель ионов противоположного знака задавалась в виде равенства плотности тока ионов, приходящего на электрод из объема, плотности тока на поверхности электрода:  $j_i \cdot N = -(n_i(z_i b_i)E - D_i \nabla n_i + n_i v) \cdot N$ . На границе EF задавалась гибель отрицательных ионов, на границе MN — положительных ионов. На границе канала AB задавались плотности токов каждого сорта ионов, равные соответствующим плотностям токов на правой границе CD, которые определялись следующим равенством:  $-j_i \cdot N = (n_i(z_i b_i)E - D_i \nabla n_i + n_i v) \cdot N$ . На верхней границе BC и нижних границах AE, FM и ND задавалось непроникновение ионов (условие изоляции)  $-j_i \cdot N = 0$ . Ток инжекции на электродах задается в виде квадратичного полинома от локальной напряженности электрического поля по формуле:

$$j = (A \cdot |E| + B|E|^2) \cdot N, \quad (16)$$

где  $A$  и  $B$  зависят от материала рассматриваемых электродов и примесных добавок к жидкости. Коэффициенты  $A$  и  $B$  подбирались таким образом, чтобы начальные плотности тока инжекции на левом электроде были в два раза выше, чем на правом.

Для уравнения Навье–Стокса на верхней и нижней границах, а также на электродах EF и MN задавалось условие прилипания  $v = 0$ . На границе AB задавался входящий поток жидкости, скорость которого была равна скорости потока на границе CD ( $v = v_{\text{right}}$ ). На границе CD задавался выходящий поток с давлением, равным давлению на границе AB, без вязкого сопротивления следующим равенством:  $[\eta(\nabla v + (\nabla)^T)] \cdot N = 0$ .

Решалась нестационарная задача. Начальные условия: включение линейно возрастающего напряжения в неподвижной жидкости с однородной проводимостью, равной равновесному значению.

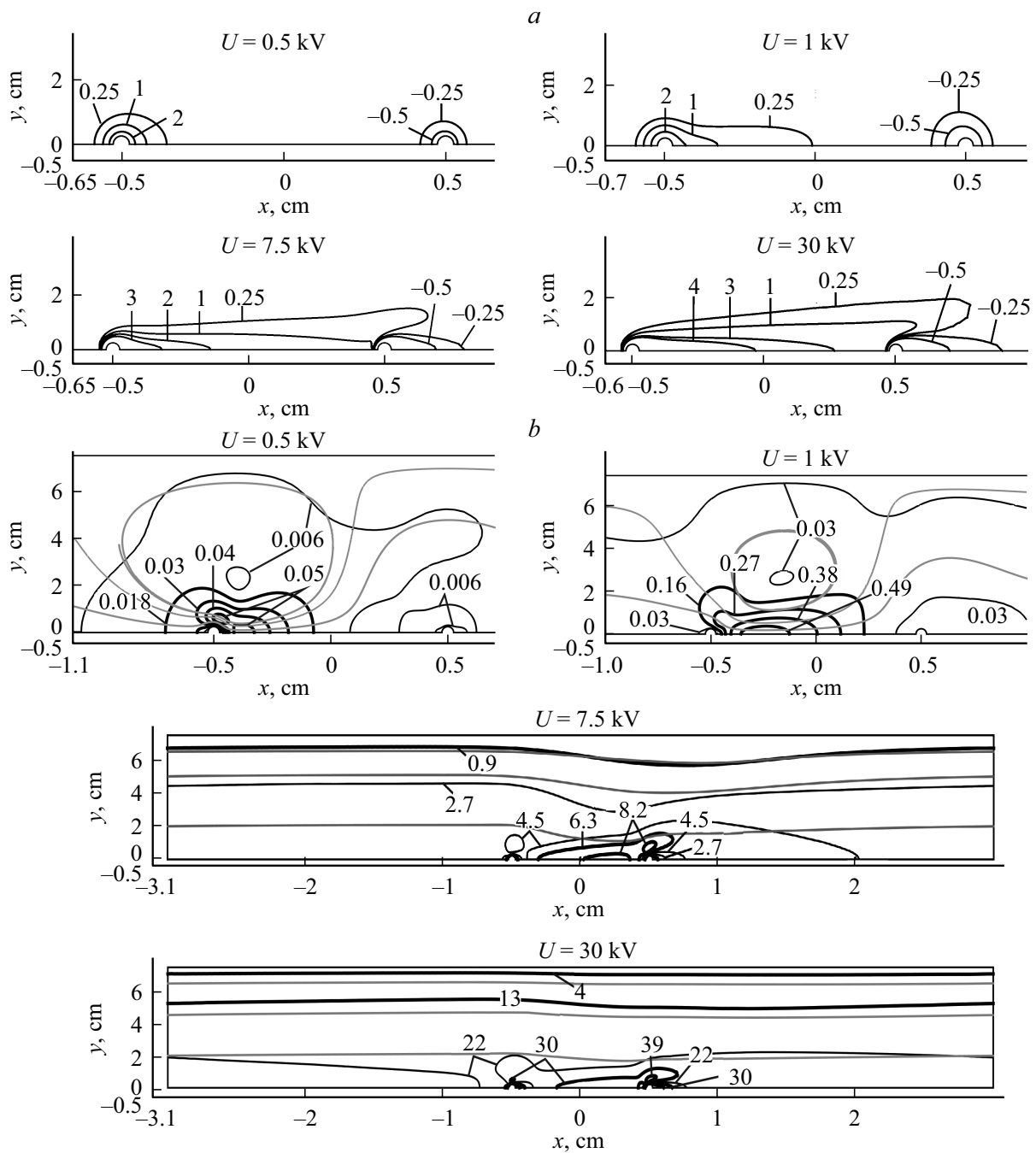
## 2. Анализ результатов решения

Рассмотрим результаты компьютерного моделирования процесса формирования ЭГД-течения в замкнутом канале.

Скорость роста напряжения очень мала, при каждом значении напряжения процессы в межэлектродном промежутке и канале можно считать установившимися. На рис. 2 приводятся распределения объемного заряда и скорости течения в последовательные моменты времени, что соответствует различным напряжениям на электродах. До начала инжекции у каждого электрода возникают рекомбинационные слои противоположного с электродом знака. После начала инжекции ( $\sim 0.5$  kV) с активного и пассивного электродов в жидкость проникает объемный заряд одноименного с электродом знака, и у электродов возникают кольцевые слои заряда, заряженные одноименно с каждым электродом. При напряжении  $\sim 1$  kV из кольцевого слоя у активного электрода формируется струйка жидкости, заряженная одноименно с электродом. Далее при напряжении  $\sim 7.5$  kV положительно заряженная струя от положительного электрода распространяется к противоэлектроду. Поскольку она более интенсивная, она сносит отрицательный заряд в заэлектродную область. В результате чего за отрицательным электродом формируется биполярная зарядовая структура. При дальнейшем росте напряжения от 7.5 до 30 kV зарядовая структура практически не изменяется, в канале формируется сквозное ЭГД-течение.

На рис. 3 приведены продольные распределения парциального заряда инжектированных ионов, плотность объемного заряда и профильные графики распределения заряда при напряжении 30 kV. У активного электрода наблюдается скачок плотности инжектированного положительного заряда, в пределах МЭП плотность инжектированного положительного заряда падает в 3 раза. За пассивным электродом наблюдается скачок плотности инжектированного отрицательного заряда, затем в заэлектродной области — быстрый спад плотности отрицательного заряда на порядок на расстоянии в  $\sim 1$  см, в остальной части канала заряд практически отсутствует (рис. 3, *a*). Судя по профилю заряда (рис. 3, *b*), инжектированные ионы сосредоточены в пределах центральной струйки с поперечными размерами порядка 2 мм. Далее по каналу плотность заряда существенно меньше, чем в МЭП, инжектированный заряд практически не возвращается к активному электроду. Эти процессы обусловлены рекомбинацией инжектированных ионов с диссоциированными ионами.

Под действием кулоновских сил в канале формируется ЭГД течение инжекционного типа (рис. 2, *b*). При низ-



**Рис. 2.** Распределение плотности объемного заряда (а), распределение скорости течения (б). Единицы измерения плотности объемного заряда —  $\text{mC}/\text{m}^3$ , единицы измерения скорости —  $\text{cm}/\text{s}$ .

ких напряжениях (до  $0.5\text{ kV}$ ) течение отсутствует. При напряжениях  $U = 0.5\text{--}1\text{ kV}$  наблюдаются два встречных течения от каждого из электродов. При малых напряжениях скорость течения мала и оно сосредоточено в окрестности электродов. Когда заряженная струя от положительного электрода распространяется к противоположному электроду, максимум скорости смещается в межэлектродный промежуток. Далее жидкость во всем канале приходит в движение, формируется сквозное течение. По мере увеличения напряжения максимальная скорость

течения увеличивается, при уменьшении напряжения — уменьшается.

Далее приводятся продольное и профильные распределения скорости течения (рис. 4). Ускорение жидкости происходит в межэлектродном промежутке, и максимум скорости находится примерно в середине межэлектродного промежутка. Также локальный максимум скорости наблюдается за отрицательным электродом. При напряжениях  $5\text{--}30\text{ kV}$  в канале формируется устойчивое сквозное течение, жидкость ускоряется в межэлектрод-

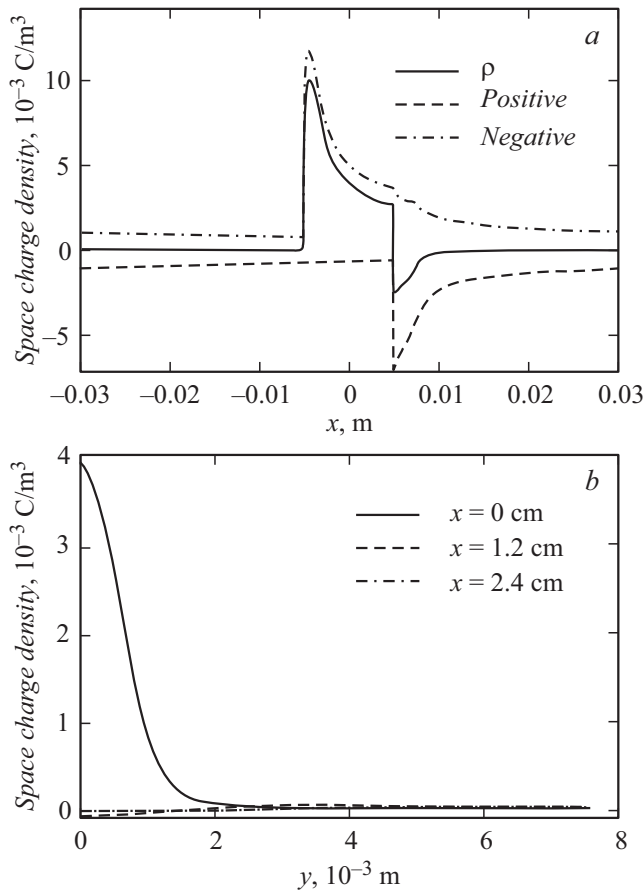


Рис. 3. Продольные (а) и профильные (b) графики распределения объемного заряда.

ном промежутке, максимум скорости смещается к отрицательному электроду, также имеется небольшая область ускорения за отрицательным электродом. Профиль течения в межэлектродном промежутке имеет гауссов вид, характерный для силового течения, имеется небольшая переходная область за отрицательным электродом, в остальной части канала профиль имеет параболический характер, характерный для пассивного вязкого течения.

Далее приводятся интегральные характеристики ЭГД-течения в канале — зависимость расхода жидкости через правую границу от времени при разных токах инжекции. Коэффициенты при квадратичном слагаемом в выражении для тока инжекции равны  $B = 6 \cdot 10^{-23}$  и  $B = 1.2 \cdot 10^{-22}$  (рис. 5, а). Видно, что с ростом напряжения расход жидкости линейно увеличивается, а при уменьшении напряжения — уменьшается. Зависимости, соответствующие росту и спаду напряжения, совпадают. Это свидетельствует об отсутствии остаточных процессов в канале при использованной скорости изменения напряжения 100 V/s. Поэтому можно считать, что при каждом напряжении процессы в межэлектродном промежутке и канале квазиустановившимися. При увеличении коэффициента при квадратичном слагаемом в выражении для тока инжекции на каждом из электродов в

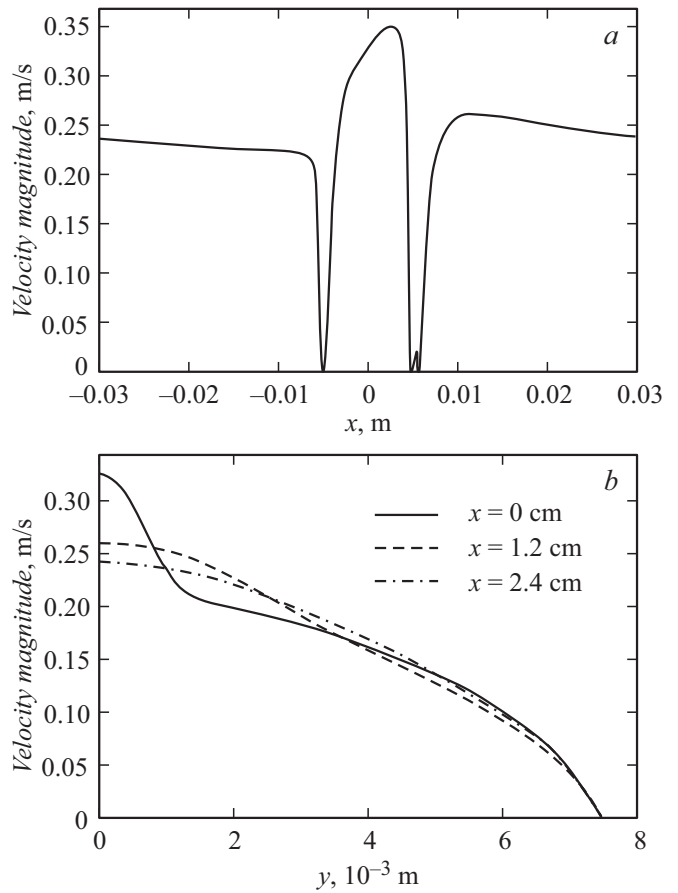
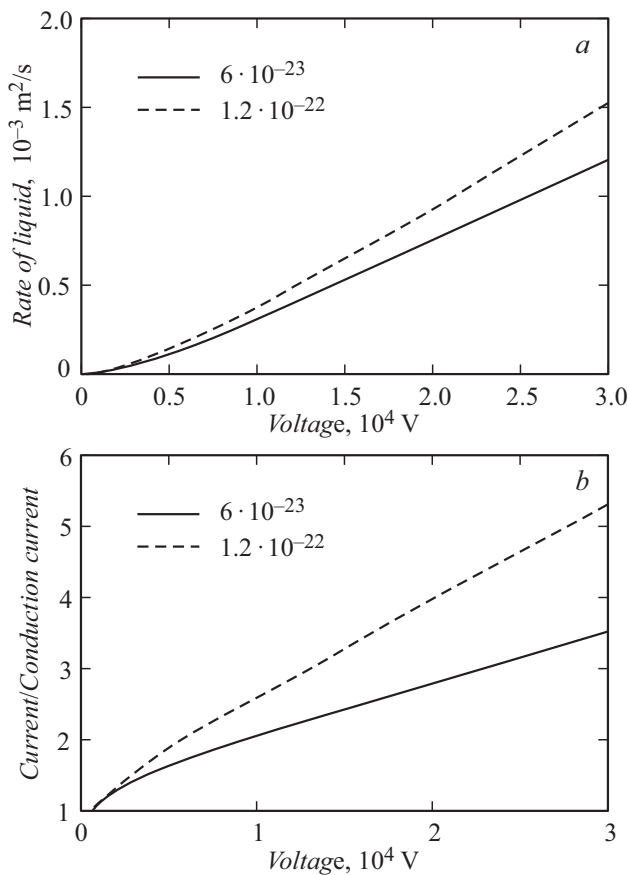


Рис. 4. Продольные (а) и профильные (b) графики распределения скорости течения.

два раза зависимости расхода жидкости от напряжения становятся более крутыми, однако расход увеличивается непропорционально росту интенсивности инжекции.

Для расчета вольт-амперных характеристик (ВАХ) и зависимости токов инжекции на электродах использовалось два способа. Первый способ заключается в интегрировании нормальной компоненты плотности тока вдоль поверхности электродов с учетом производной по времени от суммарного поляризационного заряда на выбранном электроде:  $I = \int_S j_n ds - \frac{d}{dt} \int_S \lambda ds$ . Второй способ — вычисление полного тока по теореме Рамо–Шокли. Согласно теореме Рамо–Шокли, этот ток равен интегралу от скалярного произведения плотности тока на взвешенное (нормированное) значение невозмущенного (электростатического) электрического поля, т.е. на так называемый геометрический фактор:  $I = \int_V (j, f_E) dx$ . Вычисление показало, что разные методы дают одинаковый результат.

На рис. 5, b ВАХ для двух уровней интенсивности инжекции построены в приведенном виде, т.е. за единицу измерения тока выбран ток низковольтной проводимости. Вид приведенной ВАХ имеет типовой характер: при малых напряжениях (< 1 kV) приведенный ток равен единице. Далее наблюдается высоковольтный участок

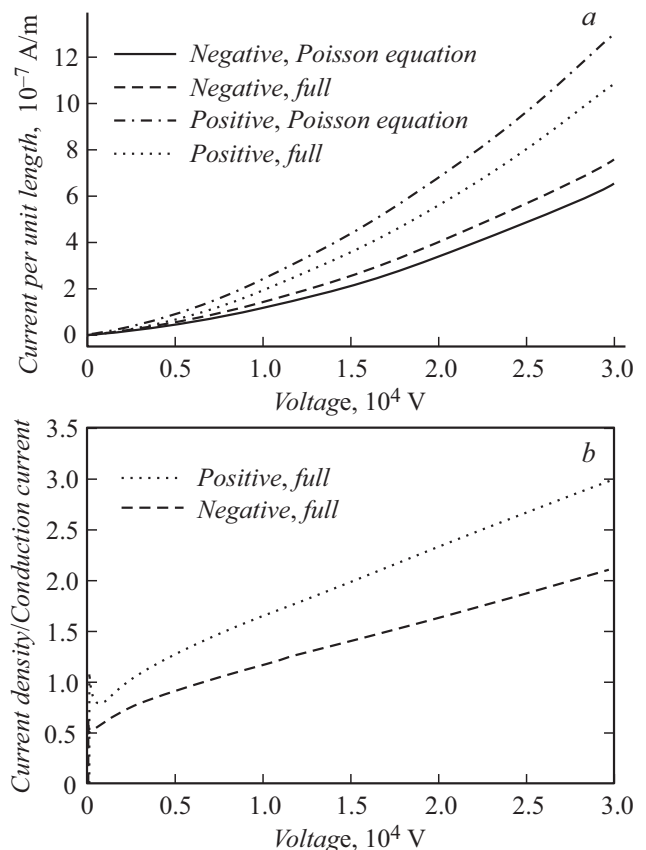


**Рис. 5.** Зависимость расхода от времени (a) и ВАХ в приведенном виде (b) при разных коэффициентах при квадратичном слагаемом в токе инжекции.

быстрого роста приведенного тока, начиная с 3 kV, приведенный ток линейно возрастет с напряжением. Это значит, что полный ток с каждого электрода квадратично растет с напряжением. Вероятно, на промежуточном нелинейном участке 1–3 kV происходит балансировка токов инжекции с положительного и отрицательного электродов за счет объемного заряда. При увеличении токов инжекции (коэффициента при квадратичном слагаемом в два раза) полный ток, протекающий в системе, также увеличивается. Однако увеличение наклона линейной зависимости тока от напряжения несколько ниже: всего 1.8 раза.

На электродах токи инжекции задавались в виде квадратичного полинома от локальной напряженности электрического поля. Изначально ток инжекции на левом активном электроде был в два раза больше тока инжекции на правом пассивном электроде. Зависимость тока инжекции от напряжения также квадратичная (рис. 6). На графике приводятся зависимости токов инжекции от напряжения с учетом влияния объемного заряда и течения на процесс инжекции ионов с электродов и без учета этого влияния. Когда нет объемного заряда, образованного за счет инжекции и диссоциации в объеме, и нет течения, соотношение токов инжекции

при достижении максимального значения напряжения равно 2:1. В процессе формирования течения происходит изменение начальных зависимостей за счет объемного заряда, инжектируемого с электродов. У положительного активного электрода формируется избыток концентрации положительных инжектированных ионов. У отрицательного пассивного электрода концентрация положительных ионов растет, повышая приэлектродную напряженность поля, поэтому ток инжекции с активного электрода уменьшается, а ток инжекции с пассивного электрода — увеличивается. В связи с этим результирующие зависимости токов инжекции с положительного и отрицательного электродов изменяются (рис. 6, пунктирные кривые), а соотношение токов инжекции понижается до 1.5:1. На рис. 6, b приведены зависимости приведенных токов инжекции на положительном и отрицательном электродах в установившемся режиме от напряжения. В допороговой области приведенные токи инжекции меньше единицы, пороговое напряжение у положительного электрода ниже, чем у отрицательного. В послепороговой области зависимости токов инжекции, так же как и зависимости полного тока, линейны. Это значит, что объемный заряд и ЭГД-течение не изменяют характера зависимости токов инжекции от напряжения.



**Рис. 6.** Зависимости токов инжекции на электродах от напряжения с учетом влияния объемного заряда и течения (штрихпунктир) и в электростатическом приближении (сплошные линии).

## Заключение

• Исследованы процесс формирования и структура сквозного ЭГД-течения от электродов провод–провод, расположенных в замкнутом канале в режиме линейного роста напряжения в диапазоне 0–30 кВ при соотношении начальных токов инжекции на положительном и отрицательном электродах 2:1.

• Четырехионная модель позволяет напрямую анализировать процессы рекомбинации инжектированных ионов, а также анализировать наличие остаточного заряда в канале и его влияние на электрофизические и скоростные характеристики сквозного течения.

• Инжекционные токи на электродах под влиянием объемного заряда ведут себя по-разному: ток инжекции с активного электрода спадает, ток инжекции с пассивного электрода возрастает. Поэтому соотношение токов инжекции в установившемся режиме снижается до 1.5:1.

• В установившемся режиме структура сквозного течения в межэлектродном промежутке соответствует силовому течению, а на большей остальной части канала соответствует вязко-диссипативному течению с профилем, близким к пуазейлевскому.

• ВАХ системы носит квадратичный характер, а зависимость расхода от напряжения линейна.

## Список литературы

- [1] Traorè P., Daaboul M., Louste C. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2010. N 43. P. 1–8.
- [2] Стишков Ю.К., Чирков В.А. // ЖТФ. 2012. Т. 82. Вып. 1. С. 3–13.
- [3] Буянов А.В., Стишков Ю.К. // ЖТФ. 2004. Т. 74. Вып. 8. С. 120–123.
- [4] Ашихмин И.А., Стишков Ю.К. // Электронная обработка материалов. 2009. Т. 45. Вып. 6. С. 42–51.
- [5] Полянский В.А., Панкратьева И.Л. // Ученые записки Казанского ун-та. 2015. Т. 157. Вып. 3.
- [6] Seyed-Yagoobi J., Brayan J.E., Castaneda J.A. // IEEE Transactions on Industry Applications. 1995. Vol. 31. N 3.
- [7] Dolfred V.F., Lee H.-D., Park S., Suh Y.K. // J. Mechn. Sci. Technol. 2013. Vol. 27. N 2. P. 461–467.
- [8] Feng Y., Seyed-Yagoobi J. // Phys. Fluid. 2007. N 19.
- [9] Fernandes D.V., Suh Y.K. // Intern. J. Heat and Fluid Flow. 2016. N 57. P 1–10.
- [10] Gogosov V.V., Polyansky K., Polyansky G.A., Shaposhnikova G.A. // J. Electrostat. 1995. N 34. P. 245–262.
- [11] Pontiga F., Castellanos A. // IEEE Transactions on Industry Applications. 1996. Vol. 32. N 4.