

01:07

## **Взаимная синхронизация наногенераторов, связанных с помощью спиновых волн**

© К.Н. Алешин, В.В. Матросов, К.Г. Мишагин

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского,  
Нижний Новгород, Россия  
E-mail: kirill\_al@bk.ru

Поступило в Редакцию 26 июля 2017 г.

Рассмотрены динамические режимы системы двух наногенераторов, связанных через спиновые волны, в зависимости от силы связи и частотной расстройки между ними. Получено разбиение пространства параметров системы на области существования различных динамических режимов: синхронного, квазисинхронного, биений и подавления колебаний генераторов. Выделены области мультистабильного поведения. Исследовано поведение на границах областей захвата и удержания синхронного режима, приведены зависимости ширины полос захвата и удержания от силы связи между наногенераторами.

DOI: 10.21883/PJTF.2018.07.45878.16985

Прохождение постоянного электрического тока через многослойную металлическую структуру, состоящую из чередующихся ферромагнитных и немагнитных слоев, может приводить к генерации СВЧ-колебаний в широком диапазоне частот [1]. На основе подобных структур реализуются спиновые наногенераторы, практическое применение которых в настоящее время проблематично из-за высокого уровня фазовых шумов и малой мощности. Взаимная синхронизация нескольких наногенераторов позволяет устранить указанные недостатки

и приводит к подавлению шумов и когерентному сложению мощностей генерируемых сигналов.

Ранее в [2] рассмотрены вопросы синхронизации колебаний наногенератора внешним сигналом. Настоящая работа продолжает начатые исследования, в ней рассматриваются вопросы взаимной синхронизации двух наногенераторов, каждый из которых представляет собой точечный контакт, расположенный на общем проводящем слое гетерогенной структуры. При пропускании постоянного электрического тока через оба контакта в одном из слоев, называемом свободным, происходит возбуждение стоячей автоволны. Так как частота генерации зависит от плотности электрического тока, геометрии слоев и точечного контакта, спиновая волна будет образована двумя модами с собственными частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ .

Динамика каждой моды описывается уравнением для комплексной амплитуды моды [3]

$$\begin{aligned} \frac{dc_1}{dt} = & -j\omega_1 c_1 - (\eta_1 - \beta_1 J_1) c_1 - jT_1 \alpha_1 n_1 c_1 - \frac{3\beta_1 J_1}{2SN} (u_1^2 + v_1^2) n_1 c_1 \\ & - j \frac{2}{3} T_1 \lambda^2 (\delta_1 n_2 c_1 + \delta c_1^* c_2 c_2) - \frac{\beta_1 J_1}{SN} \lambda^2 [2(u_2^2 + v_2^2) n_2 c_1 + u_2^2 c_1^* c_2 c_2], \end{aligned} \quad (1)$$

где  $c_1$  — комплексная амплитуда моды спиновой волны, возбуждаемой первым наногенератором,  $\omega_1$  — ее собственная частота,  $\eta_1$  — скорость релаксации,  $\beta_1$  — параметр, характеризующий эффект переноса спина,  $J_1$  — плотность электрического тока,  $\lambda$  — параметр связи в интервале  $[0,1]$ ,  $j$  — мнимая единица. Значение и смысл остальных параметров приведены в [3]. Уравнение для второй моды получается взаимной заменой индексов 1 и 2.

Система (1) определена в четырехмерном фазовом пространстве  $U = \{\text{Re } c_1, \text{Im } c_1, \text{Re } c_2, \text{Im } c_2\}$ . Анализ фазовых траекторий в пространстве  $U$  выявил возможность существования аттракторов двух типов: предельные циклы и инвариантные торы. Если компоненты  $c_1$  и  $c_2$  не обращаются в нуль, то предельный цикл является образом синхронного режима, когда мгновенные частоты мод равны; инвариантный тор соответствует режиму биений, когда мгновенные частоты мод не равны. Если действительная и мнимая компоненты комплексной амплитуды  $c_i$  стационарного процесса равны нулю, то такой режим

будем называть режимом подавления моды  $i$ -го генератора. Изучение предельных циклов и инвариантных торов в фазовом пространстве  $U$  является довольно сложной задачей. Исследование динамики спиновых волн можно существенно упростить, если для описания спиновых волн использовать фазовые уравнения, которые получаются из уравнений (1) с помощью замены  $c_i = \rho_i \exp(j\varphi_i)$ , где  $\rho_i$  — действительная амплитуда, а  $\varphi_i$  — фаза первой моды спиновой волны. Переходя к разности фаз  $\theta = \varphi_2 - \varphi_1$ , получаем систему фазовых уравнений, эквивалентную системе (1):

$$\begin{cases} \frac{d\rho_1}{d\tau} = -(a_2 + a_3\rho_1^2)\rho_1 - \lambda^2\rho_2^2\rho_1(a_{21} - a_{12}\sin\theta + a_{22}\cos\theta), \\ \frac{d\rho_2}{d\tau} = -(b_2 + b_3\rho_2^2)\rho_2 - \lambda^2\rho_1^2\rho_2(b_{21} + b_{12}\sin\theta + b_{22}\cos\theta), \\ \frac{1}{2}\frac{d\theta}{d\tau} = (-\gamma - b_1\rho_2^2 + a_1\rho_1^2) - \lambda^2\rho_1^2(b_{11} + b_{12}\cos\theta - b_{22}\sin\theta) \\ \quad + \lambda^2\rho_2^2(a_{11} + a_{12}\cos\theta - a_{22}\sin\theta). \end{cases} \quad (2)$$

Здесь  $\tau = t\omega_1$  — безразмерное время,  $\theta = \varphi_2 - \varphi_1$  — мгновенная разность фаз колебаний двух мод,  $\gamma = (\omega_2/\omega_1 - 1)$  — относительная частотная расстройка, параметры  $a_1 = -1.0147$ ,  $a_2 = -0.0372$ ,  $a_3 = 0.4751$ ,  $a_{11} = -1.3570$ ,  $a_{12} = -0.6777$ ,  $a_{21} = 0.6119$ ,  $a_{22} = 0.2087$ ,  $b_1 = -1.022$ ,  $b_2 = -0.0447$ ,  $b_3 = 0.4983$ ,  $b_{11} = -1.5636$ ,  $b_{12} = 0.4347$ ,  $b_{21} = 0.6757$ ,  $b_{22} = 0.2285$  вычислены на основе физических параметров натурального эксперимента [3].

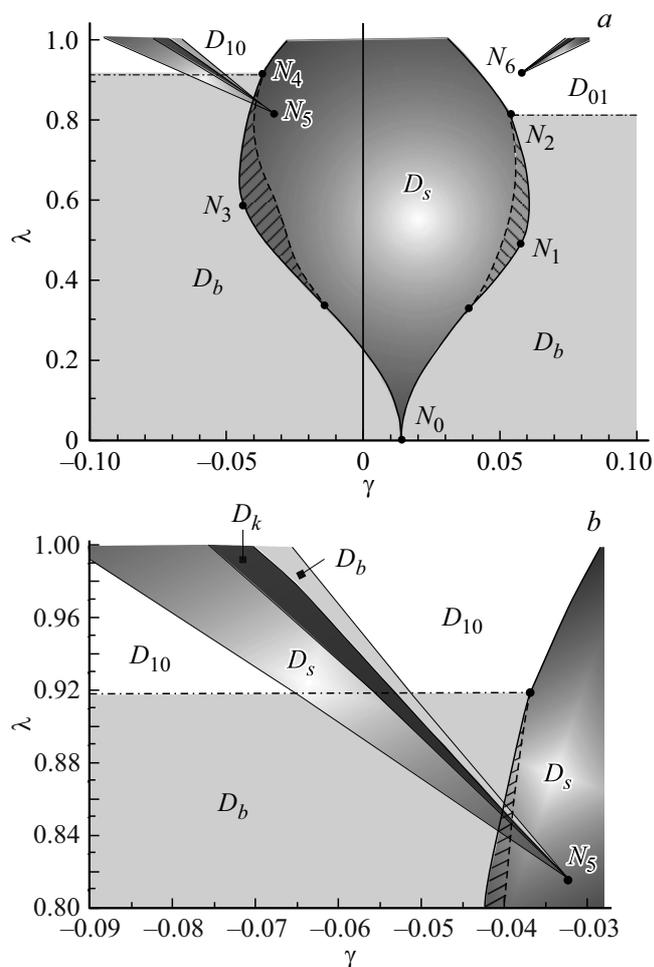
Модель (2) определена в цилиндрическом фазовом пространстве  $U_1 = \{\theta(\bmod 2\pi), \rho_1, \rho_2\}$ , где режиму синхронизации соответствует состояние равновесия, режиму биений — вращательный предельный цикл (цикл, охватывающий фазовый цилиндр  $U_1$ ). Кроме того, в фазовом пространстве  $U_1$  могут существовать колебательные предельные циклы, которые являются образом квазисинхронного режима, в котором частоты мод равны в среднем за период колебаний. Заметим, что в фазовом пространстве  $U_1$  квазисинхронному режиму, как и режиму биений, отвечает инвариантный тор. Разделение инвариантных торов на образы квазисинхронного режима и режима биений — крайне затратная вычислительная процедура, связанная с анализом периодов квазипериодических решений на торе.

Отметим, что переход к фазовым уравнениям для изучения синхронизации связанных наногенераторов с помощью спиновых волн применялся, например, в [4], однако в этой работе использована модель линейной связи мод в отличие от модели, рассматриваемой здесь, в которой взаимодействие мод учитывается нелинейным образом как результат четырехволнового взаимодействия магнонов.

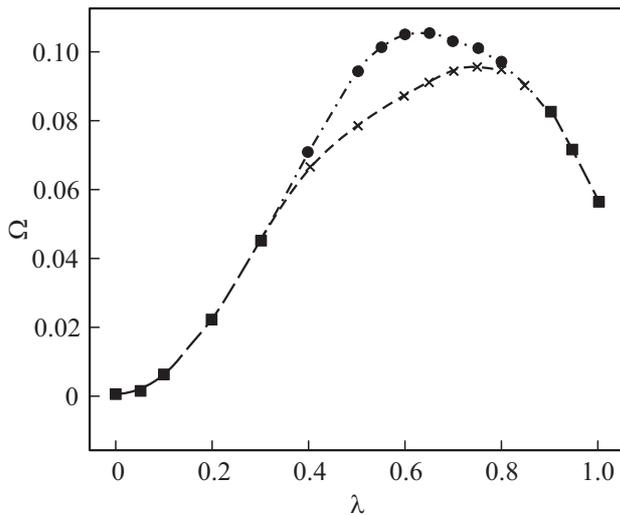
На рис. 1, *a* представлено разбиение плоскости параметров модели (2) на области существования режимов:  $D_s$  — синхронизации,  $D_k$  — квазисинхронизации,  $D_b$  — биений,  $D_{10}$  и  $D_{01}$  — подавления мод первого и второго генераторов. Существует три области синхронизации: левая, правая и центральная.

Центральная область  $D_s$  примыкает к точке  $N_0$  (0.0138763, 0) и является наиболее крупной. С увеличением  $\lambda$  полоса синхронизации сначала расширяется, достигает максимума на уровне  $\lambda = 0.6$ , далее сужается. Эту область ограничивают сплошные линии бифуркационных кривых: двукратного равновесия (расположенные ниже точек  $N_1$  и  $N_3$ ), Андронова–Хопфа (между точками  $N_1, N_2$  и  $N_3, N_4$ ), трехкратного равновесия (участки кривых выше точек  $N_2$  и  $N_4$ ) [5]. Отметим, что бифуркация Андронова–Хопфа является жесткой; следовательно, соответствующие ей участки границ области синхронизации являются опасными [6]. При выходе из области  $D_s$  через правую границу ниже точки  $N_2$  и через левую границу ниже точки  $N_4$  устанавливается режим биений. Границы области захвата в синхронный режим показаны штриховыми линиями, области совместного существования синхронного режима и режима биений отмечены штриховкой. Выход из области синхронизации вправо выше точки  $N_2$  и влево выше  $N_4$  связан с подавлением мод второго и первого генераторов соответственно. Области биений и подавления колебаний разделяют штрихпунктирные бифуркационные прямые, проходящие через точки  $N_2$  (0.0539385, 0.815932) и  $N_4$  (−0.0369919, 0.919174), соответствующие касательной бифуркации вращательных предельных циклов.

Структуры левой и правой областей синхронизации, примыкающих к ним областей квазисинхронизации и областей биений аналогичны. Фрагмент плоскости параметров с левой областью синхронизации приведен на рис. 1, *b*. Здесь области расходятся из точки  $N_5$  (−0.0322808, 0.815932), при этом крайняя левая область — область синхронизации, средняя — квазисинхронизации, правая — биений.левой границей области  $D_s$  синхронизации служит бифуркационная



**Рис. 1.** Структура (a) и фрагмент (b) плоскости параметров модели (2).  $D_s$  — область синхронизации,  $D_k$  — область квазисинхронизации,  $D_b$  — область биений,  $D_{10}$  и  $D_{01}$  — подавления мод первого и второго генераторов.



**Рис. 2.** Зависимость ширины полос захвата и удержания от величины параметра связи  $\lambda$ , рассчитанная по центральной области  $D_s$ . Штриховая линия — ширина полосы захвата, штрихпунктирная — ширина полосы удержания.

кривая трехкратного состояния равновесия, области  $D_s$  и  $D_k$  разделяет кривая мягкой бифуркации Андронова–Хопфа, области  $D_k$  и  $D_b$  — кривая гомоклинических траекторий. Примечательно, что точка  $N_5$  принадлежит центральной области синхронизации, поэтому области  $D_s$ ,  $D_k$  и  $D_b$  пересекаются с центральной областью синхронизации, порождая большое разнообразие картин мультистабильного поведения, в частности одновременное существование двух синхронных режимов, синхронного и квазисинхронного режимов, двух режимов биений и синхронного режимов.

Области  $D_s$ ,  $D_k$  и  $D_b$  правой структуры расходятся из точки  $N_6$  (0.0576322, 0.919174), при этом область  $D_s$  расположена справа,  $D_b$  — слева,  $D_k$  — в центре. Точка  $N_6$  не принадлежит центральной области, поэтому зоны мультистабильного поведения правой структурой не порождаются.

Используя данные о расположении границ областей бистабильности и синхронизации, можно оценить зависимость ширины полос захва-

та и удержания от величины параметра связи  $\lambda$ . Эта зависимость представлена на рис. 2. Ширина полосы  $\Omega$  вычисляется как разность максимальных и минимальных значений частотной расстройки  $\gamma$  на соответствующих границах областей при фиксированном значении параметра связи. На основании зависимости  $\Omega(\lambda)$  можно вычислить значение параметра связи, при котором ширина полосы захвата будет максимальной:  $\lambda_{\max} = 0.75$ .

В работе рассмотрены вопросы взаимной синхронизации двух спиновых наногенераторов, связанных через спиновые волны. Исследование проведено путем качественно-численного анализа динамической модели, определенной в цилиндрическом фазовом пространстве. Установлено соответствие между фазовыми траекториями модели и динамическими режимами связанных генераторов: синхронным, квазисинхронным, биений и подавления колебаний генераторов. Получено разбиение пространства параметров модели на области существования, различающиеся динамическим поведением, выделены области мультистабильного поведения. Исследовано поведение на границах областей захвата и удержания синхронного режима, приведены зависимости ширины полос захвата и удержания от силы связи между наногенераторами. В отличие от модели синхронизации внешним источником спиновых волн [2] обнаружены области существования квазисинхронного режима. Кроме того, появление взаимной связи приводит к возникновению побочных областей синхронизации внутри области биений.

## Список литературы

- [1] *Slonczewski J.C.* // J. Magn. Magn. Mater. 1996. V. 159. N 1. P. L1–L7.
- [2] *Алешин К.Н., Матросов В.В., Мишагин К.Г.* // Письма в ЖТФ. 2017. Т. 43. В. 6. С. 8–14.
- [3] *Rezende S.M., de Aguiar F.M., Rodriguez-Suarez R.L., Azevedo A.* // Phys. Rev. Lett. 2007. V. 98. N 8. P. 087202.
- [4] *Safin A.R., Udalov N.N., Kapranov M.V.* // Eur. Phys. J. Appl. Phys. 2014. V. 67. N 2. P. 20601.
- [5] *Анищенко В.С.* Сложные колебания в простых системах. М.: Наука, 1990. 312 с.
- [6] *Баутин Н.Н.* Поведение динамических систем вблизи границ области устойчивости. М.: Наука, 1984. 176 с.