03

Метод расчета нестационарного теплового потока по сигналу датчика на основе анизотропных термоэлементов из монокристалла висмута

© *П.А. Попов, С.В. Бобашев, Б.И. Резников, В.А. Сахаров*

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: pavel.popov@mail.ioffe.ru

Поступило в Редакцию 12 сентября 2017 г.

Предложен метод расчета нестационарного теплового потока по электрическому сигналу датчика на основе анизотропных термоэлементов из монокристалла висмута. Он позволяет приближенно вычислить значение теплового потока в диапазоне от $\sim 1\,\mu$s до времени выхода на стационарный режим. Тестирование метода показало, что при регистрации тепловых потоков малой длительности ($t \sim 1-10$ ms) датчиками на основе термоэлементов с соотношением сторон > 25 погрешность не превышает нескольких процентов.

DOI: 10.21883/PJTF.2018.08.45960.17036

В экспериментальной газодинамике наряду с традиционными средствами измерения теплового потока, такими как тонкопленочные датчики сопротивления и коаксиальные термопары [1], в последнее время получил распространение новый тип датчиков на основе поперечного эффекта Зеебека. В частности, датчиками такого типа являются ALTP (atomic layer thermopile) с чувствительным элементом из анизотропной пленки $YBCO/CuO_2$ [2] и ГДТП (градиентный датчик теплового потока) с анизотропными термоэлементами из монокристалла висмута [3]. Они обладают высокой чувствительностью, малым временем отклика на тепловое воздействие и активно применяются в различных теплофизических экспериментах, в том числе в импульсных высокоэнтальпийных установках [4–6].

Метод обработки результатов измерений датчиком на основе эффекта Зеебека зависит от теплового режима, в котором он находился в процессе регистрации. Время установления стационарного теплового режима t в сборке чувствительный элемент–подложка может быть определено с помощью соотношения [7]

$$\mathrm{Fo} = \frac{\eta(1+\chi\eta) + \mathrm{Bi}[\eta + 1/2\chi(1+\eta^2)]}{\mathrm{Bi}\chi},$$

где $\mathrm{Fo} = \frac{at}{h}$, $\mathrm{Bi} = \frac{\alpha s}{\lambda_2}$, $\eta = \frac{s}{h}\sqrt{\frac{a_1}{a_2}}$, $\chi = \sqrt{\frac{\lambda_1 C_1 \rho_1}{\lambda_2 C_2 \rho_2}}$, $a = \frac{\lambda}{C\rho}$; α — коэффициент теплоотдачи от тыльной стороны подложки; h, s — толщины термоэлемента и подложки; λ — теплопроводность; C — теплоемкость; ρ — плотность. Оно определяет границу применимости стационарной калибровки для расчета теплового потока: $q = kU$, где k — калибровочный коэффициент, а U — электрический сигнал датчика. В ALTP с толщиной чувствительного элемента $\sim 1\,\mu$m время установления стационарного режима составляет $\sim 1\,\mu$s [2], что позволяет использовать его для прямого измерения теплового потока в газодинамическом эксперименте. Минимальная толщина термоэлементов в ГДТП составляет $200\,\mu$m, при этом время выхода на стационарный режим достигает ~ 1 s [8,9]. При меньших характерных временах изменения теплового потока применение стационарной калибровки приводит к качественно неверным результатам [10] и необходим иной подход к обработке результатов измерений.

В настоящей работе предлагается метод расчета нестационарного теплового потока по сигналу датчика на основе анизотропных термоэлементов из монокристалла висмута (ГДТП). Он позволяет приближенно рассчитать тепловой поток в диапазоне от $\sim 1\,\mu$s до времени выхода на стационарный тепловой режим.

Рассмотрим модель датчика, состоящую из термоэлемента прямоугольной формы (*1*) длиной l и толщиной h, расположенного на изоляционной подложке из слюды (*2*) толщиной s (рис. 1). Через рабочую поверхность термоэлемента $y = h$ проходит тепловой поток q_h,

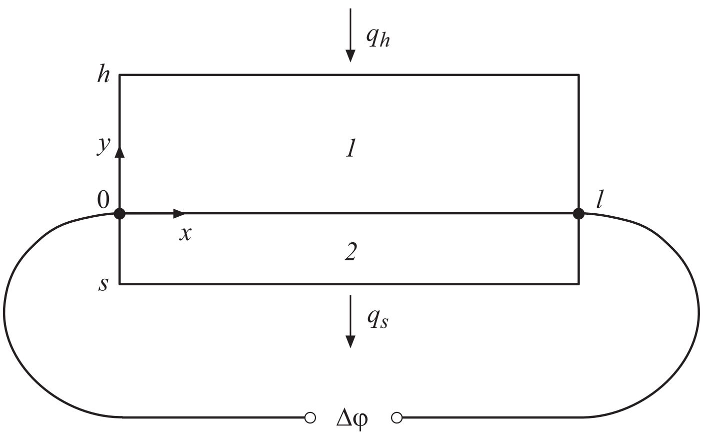

Рис. 1. Модель теплового датчика на основе анизотропного термоэлемента. *1* — анизотропный термоэлемент, *2* — подложка.

боковые поверхности термоэлемента и подложки $x = 0$ и $x = l$ теплоизолированы. На тыльной поверхности подложки $y = s$ осуществляется конвективный теплообмен $q_s = \alpha_s(T_s - T_e)$, где α_s — коэффициент теплоотдачи, T_s и T_e — температуры подложки и окружающей среды. На всех поверхностях термоэлемента задается условие электроизоляции $j_n = 0$. Создаваемое напряжение $\Delta\varphi$ снимается в точках, расположенных на тыльной поверхности термоэлемента $y = 0$.

Далее используются два варианта математической модели датчика. В первой модели (полной) распределение температуры $T(t, x, y)$ и потенциала $\varphi(t, x, y)$ находится из численного решения системы уравнений [11]

$$C\rho \frac{\partial T}{\partial t} + \mathrm{div}\mathbf{w} = 0,$$

$$\mathrm{div}\mathbf{j} = 0,$$

где $\mathbf{w} = \mathbf{q} + \varphi\mathbf{j}$ — плотность потока энергии, $\mathbf{q} = -\lambda\nabla T + \alpha T\mathbf{j}$, $\mathbf{j} = -\sigma\nabla\varphi - \sigma\alpha\nabla T$ — плотности потока тепла и электрического тока, T — температура, φ — электрический потенциал, λ, σ, α — тензоры теплопроводности, электропроводности и термоэдс. Данная модель используется для решения прямой задачи — точного расчета напряжения $\Delta\varphi$ при нагреве датчика тепловым потоком q_h.

Вторая модель (упрощенная) используется для решения обратной задачи — приближенного расчета перепада температуры $(T_h - T_0)$ между рабочей $y = h$ и тыльной $y = 0$ поверхностями термоэлемента по известному напряжению $\Delta\varphi$. В модели предполагается, что термоэлементы достаточно длинные, а распределение температуры одномерно: $T = T(t, y)$. Учитываются только компонента α_{xy} тензора термоэдс и компонента λ_{yy} тензора теплопроводности висмута. Теплоемкость и плотность термоэлемента и подложки в обеих моделях одинаковы. При данных предположениях справедлива формула Томсона $\Delta\varphi = \alpha_{xy}\frac{l}{h}(T_h - T_0)$ [11]. При $l/h > 10$ она обладает приемлемой точностью [9]. В настоящей работе формула Томсона используется для определения температуры рабочей поверхности термоэлемента T_h по известному из эксперимента электрическому сигналу датчика $\Delta\varphi$. Далее, искомый тепловой поток q_h может быть определен из решения уравнения теплопроводности $C\rho\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{d}{dy}\left(\lambda_{yy}\frac{dT}{dy}\right)$ с граничным условием $T_h = \frac{\Delta\varphi h}{\alpha_{xy} l} + T_0$ для двухслойной структуры термоэлемент–подложка. Особенностью данного выражения является наличие неизвестной температуры тыльной поверхности термоэлемента T_0. Для расчета T_h можно воспользоваться итерационной процедурой решения уравнения теплопроводности с граничным условием $T_h^{i+1} = \frac{\Delta\varphi h}{\alpha_{xy} l} + T_0^i$, где i — номер итерации. В качестве нулевого приближения T_h^0 принимается известная величина $(T_h - T_0) = \frac{\Delta\varphi h}{\alpha_{xy} l}$, а T_0^0 задается равной нулю. Условием окончания итераций можно считать достижение необходимой точности расчета температуры рабочей поверхности $(T_h^{i+1} - T_h^i) < \varepsilon$.

Тестирование предлагаемого метода проводилось на модельной задаче нагрева рабочей поверхности датчика импульсным тепловым потоком q_h. По заданному тепловому потоку с помощью первой модели рассчитывалось напряжение $\Delta\varphi$, рассматриваемое в качестве сигнала датчика, по которому восстанавливался тепловой поток. Поскольку метод является приближенным, необходимо оценить погрешности расчета теплового потока для термоэлементов, используемых в реальных датчиках (ГДТП). Рассмотрим два варианта типичных термоэлементов из монокристалла висмута длиной $l = 2$ и 5 mm, толщиной $h = 0.2$ mm $(l/h = 10,\ 25)$, расположенных на подложке из слюды такой же толщины. Представляет интерес нагрев датчика тепловым потоком q_h с различными характерными временами. В качестве масштаба выберем время, в течение которого температура тыльной поверхности термоэлемента остается неизменной, а распределение температуры остается близким к одномерному. Для термоэлементов толщиной $h = 200\,\mu$m оно составляет ~ 0.5 ms [12]. Рассмотрим импульсный нагрев с характерным временем $t_0 = 50\,\mu$s и 5 ms.

На рис. 2 показаны заданный тепловой поток q_h и рассчитанный с помощью предлагаемого метода для термоэлементов с соотношением сторон $l/h = 10$ и 25. При малом характерном времени импульса (фрагмент a) распределение температуры практически одномерно, и даже в случае короткого термоэлемента погрешность расчета теплового потока не превышает 10%. Наибольшее расхождение наблюдается в период максимальной интенсивности нагрева, далее кривые практически совпадают. При увеличении характерного времени импульса и продолжительности нагрева термоэлемента кривые ведут себя иначе. На начальном этапе они совпадают. Начиная с некоторого момента времени, когда отклонение от одномерного распределения температуры становится существенным, различие между кривыми увеличивается, достигая максимального значения при выходе на стационарный режим. Так же как и в предыдущем случае, увеличение длины термоэлементов повышает точность расчета теплового потока.

На рис. 3 показана зависимость максимальной погрешности расчета теплового потока с помощью предлагаемого метода от соотношения сторон термоэлемента l/h. Она соответствует стационарному тепловому режиму, когда распределение температуры в наибольшей степени отличается от одномерного.

Как показали проведенные тестовые расчеты, при небольших временах ($t \sim 10$ ms) для достижения сходимости процедуры достаточно нескольких итераций. При существенном увеличении времени количество итераций возрастает, при этом накапливаются ошибки численного расчета, что может привести к расхождению процедуры или повышению погрешности величины теплового потока.

В работе предложен метод расчета нестационарного теплового потока по электрическому сигналу датчика на основе анизотропных термоэлементов из монокристалла висмута. Проведенное тестирование показало, что при регистрации тепловых потоков малой длительности ($t \sim 1-10$ ms) датчиками с достаточно длинными термоэлементами

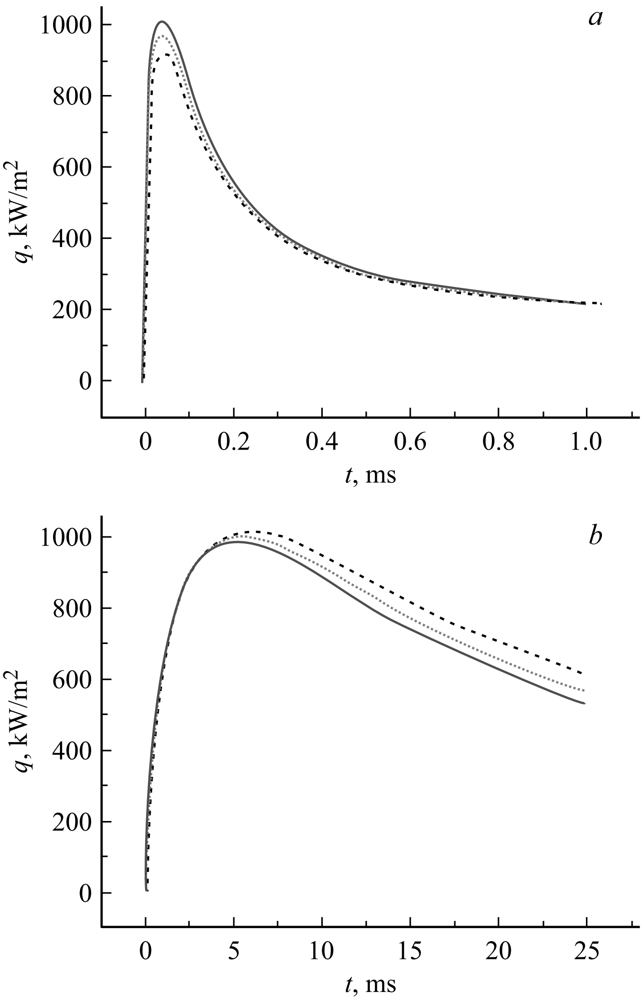

Рис. 2. Заданный тепловой поток q_h (сплошная линия) и рассчитанный с помощью предлагаемой методики для термоэлементов длиной $l = 2\,\mathrm{mm}$ (штриховая линия) и 5 mm (пунктирная линия). Характерное время импульса $t_0 = 50\,\mu\mathrm{s}$ (*a*) и 5 ms (*b*).

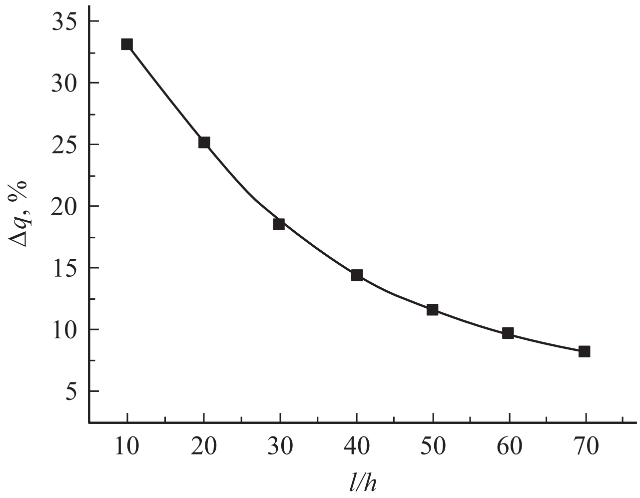

Рис. 3. Зависимость максимальной погрешности расчета теплового потока от соотношения сторон термоэлемента l/h.

$(l/h > 25)$ погрешность не превышает нескольких процентов. Для повышения точности измерения тепловых потоков с большими характерными временами необходимо применять датчики с максимально возможным соотношением сторон термоэлемента.

Список литературы

[1] *Hollis B.R., Prabhu D.K., MacLean M., Dufrene A.* // J. Thermophys. Heat Transfer. 2017. V. 31. N 3. P. 712–731.

[2] *Roediger T., Knauss H., Bountin D., Smorodsky B., Maslov A., Srulijes J.* // J. Spacecraft Rockets. 2009. V. 46. N 2. P. 255–265.

[3] *Mityakov A.V., Sapozhnikov S.Z., Mityakov V.Y, Snarskii A.A., Zhenirovsky M.I., Pyrhonen J.J.* // Sensors Actuators A: Physical. 2012. V. 176. P. 1–9.

[4] *Bobashev S., Golovachov Y., Chernyshev A., Kurbatov G., Mende N., Sakharov V., Schmidt A., Van Wie D.* // 46th AIAA Aerospace Sciences Meeting. Reno, Nevada, 2008. P. 2008–1094.

[5] *Bobashev S., Mende N., Ponjaev S., Popov P., Sakharov V., Sapozhnikov S., Mityakov V., Mityakov A., Van Wie D.* // 47th AIAA Aerospace Sciences Meeting. Orlando, Florida. 2009. P. 2009-1041.
[6] *Marineau E., Lewis D., Smith M., Lafferty J., White M., Amar A.* // 51st AIAA Aerospace Sciences Meeting. Grapevine, Texas, 2013. V. 6. P. 4691–4716.
[7] *Геращенко О.А.* Основы теплометрии. Киев: Наук. думка, 1971. 188 с.
[8] *Сапожников С.З., Митяков В.Ю., Митяков А.В.* Основы градиентной теплометрии. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2012. 203 с.
[9] *Попов П.А., Бобашев С.В., Резников Б.И., Сахаров В.А.* // Письма в ЖТФ. 2017. Т. 43. В. 7. С. 24–31.
[10] *Бобашев С.В., Менде Н.П., Попов П.А., Резников Б.И., Сахаров В.А., Сапожников С.З., Митяков В.Ю., Митяков А.В., Бунтин Д.А., Маслов А.А., Кнаусс Х., Редигер Т.* // Письма в ЖТФ. 2009. Т. 35. В. 5. С. 36–42.
[11] *Rowe D.M.* CRC Handbook of thermoelectrics: macro to nano. CRC Press / Taylor & Francis, 2006. 1014 p.
[12] *Резников Б.И., Сахаров В.А., Штейнберг А.С.* // Письма в ЖТФ. 2008. Т. 34. В. 5. С. 28–33.