

# Вычисление из первых принципов сверхтонких полей на лигандах во фторидах

© О.А. Аникеев

Казанский государственный университет,

420008 Казань, Россия

E-mail: falin@kfti.knc.ru

(Поступила в Редакцию 12 августа 2002 г.)

Представление решетки системой взаимодействующих ионов широко используется в физике твердого тела. При этом предполагается, что волновые функции отдельных ионов являются достаточно хорошим нулевым приближением для расчета из первых принципов матричных элементов гамильтониана взаимодействия электронов и ядер решетки. Для проведения подобных расчетов в базисе таких функций предлагается использовать метод вторичного квантования. В качестве примера оценивается амплитуда перехода электрона с лиганда на центральный ион. Полученные значения хорошо согласуются с экспериментом.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 02-02-16648).

Лигандные сверхтонкие взаимодействия в ионных кристаллах интенсивно исследуются методами ЯМР и ДЭЯР, так как локальные поля на ядрах ионов значительно отличаются от диполь-дипольных и могут дать обширную информацию об электронной структуре кристалла (см., например, [1,2]). Для ионов группы железа природа возникновения этих полей в основном была достаточно хорошо понята [3]. Однако простой перенос механизмов их возникновения на редкоземельные ионы приводит к противоречию с экспериментальными данными [4,5].

Несколько позднее накопившийся экспериментальный материал позволил предложить модель примесного редкоземельного центра [6]. В ней наряду с эффектами перекрытия и ковалентности  $4f$ -оболочки учитывались процессы виртуального переноса заряда с лиганда на  $5d$ -оболочку, процессы раскомпенсации  $5s$ - и  $5p$ -оболочек. Учет ковалентной связи, проводимый обычно методом молекулярных орбиталей [3], эквивалентен в методе конфигурационного взаимодействия учету во втором порядке теории возмущений процессов переноса заряда с лиганда на центральный ион [7,8]. Однако появляющиеся в этих подходах так называемые параметры ковалентности [3,6] остаются подгоночными параметрами [1,2,9], порядок которых определяется величиной соответствующего интеграла перекрытия. Получение для них микроскопических выражений исходя из первых принципов наталкивается на трудности, связанные с вычислением матричных элементов операторов на слэтеровских детерминантах, составленных из частично неортогональных орбиталей.

В [10,11] был найден вторично-квантованный вид операторов, позволяющий вычислять матричные элементы на таких детерминантах с точностью до квадратов интегралов перекрытия. Именно эта техника с использованием приложений метода вторичного

квантования к атомной спектроскопии [12] позволила учесть виртуальные процессы переноса заряда выше второго порядка теории возмущений [6,8]. Однако каких-либо микроскопических выражений для оценки величины параметров ковалентности в этих работах получено не было. Кроме того, в ряде важных задач в рамках развиваемого подхода отличные от нуля вклады возникают только в четвертом порядке теории возмущений, и для корректной количественной оценки необходимо вычислять матричные элементы как минимум с точностью до четвертой степени интегралов перекрытия. Такая ситуация возникает, например, при вычислении сверхтонких полей на ядрах ионов второй координационной сферы от выделенного иона [13,14] или параметров суперобменной связи [15,16].

В данной работе на основе результатов [17] построен базис многоэлектронных ортонормированных функций и в этом базисе найден вторично-квантованный вид одночастичного и двухчастичного операторов с произвольной степенью точности по интегралам перекрытия. В качестве примера оценивается амплитуда перехода электрона с  $2s$ -оболочки фтора на  $4f$ -оболочку примесного редкоземельного иона  $\text{Yb}^{3+}$  в  $\text{KMgF}_3$ .

## 1. Теория

Рассмотрим систему, состоящую из произвольного числа ионов. Индексами  $\xi, \xi', \eta, \eta', \dots$  обозначим положение ионов и квантовые числа орбиталей ионов, т.е.  $\xi = (\bar{\mathbf{R}}_i, nlm_i)$ . Тогда некоторому распределению электронов в системе можно сопоставить детерминант  $\Phi_{\{\xi\}}$ , где  $\{\xi\} = \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$  — набор квантовых чисел, определяющих это распределение. Матричный элемент произвольного оператора на функциях  $\Phi_{\{\xi\}}$

может быть вычислен по формулам [17]

$$\begin{aligned} \langle \Phi_{\{\xi'\}} | H | \Phi_{\{\xi\}} \rangle &= \left\langle 0 \left| \prod_{\xi'} a_{\xi'} \times H_{\Phi} \times \prod_{\xi} a_{\xi}^+ \right| 0 \right\rangle \\ &\equiv \langle \{\xi'\} | H_{\Phi} | \{\xi\} \rangle, \end{aligned} \quad (1)$$

$$H_{\Phi} = N \left\{ \exp \left[ \sum_{\eta \neq \eta'} a_{\eta}^+ a_{\eta'} \langle \eta | \eta' \rangle \right] H \right\}, \quad (2)$$

$$H = \sum a_{\xi}^+ a_{\xi'} \langle \xi | h | \xi' \rangle + \frac{1}{2} \sum a_{\xi}^+ a_{\eta}^+ a_{\eta'} a_{\xi'} \langle \xi \eta | g | \xi' \eta' \rangle, \quad (3)$$

$$|\{\xi\}\rangle = \prod_{\xi} a_{\xi}^+ |0\rangle, \quad (4)$$

где  $h$  и  $g$  — одночастичный и двухчастичный операторы соответственно,  $a_{\xi}^+$  ( $a_{\xi'}$ ) — оператор рождения (уничтожения) электронов, удовлетворяющий фермионным коммутационным соотношениям

$$\begin{aligned} a_{\xi} a_{\xi'} + a_{\xi'} a_{\xi} &= a_{\xi}^+ a_{\xi'}^+ + a_{\xi'}^+ a_{\xi}^+ = 0, \\ a_{\xi'} a_{\xi}^+ + a_{\xi}^+ a_{\xi'} &= \delta_{\xi\xi'}, \end{aligned} \quad (5)$$

$N$  — знак нормального произведения,  $\langle \eta | \eta' \rangle$  — интеграл перекрывания орбиталей. Отметим, что разложение выражения (2) в ряд с точностью до квадратов интегралов перекрывания дает все операторы, полученные в [10,11]. Если положить в (1)  $H = I$  (где  $I$  — единичный оператор), получим интеграл перекрывания между детерминантами  $\Phi_{\{\xi\}}$ ; тогда выражение (2) может быть представлено в виде [17]

$$I_{\Phi} = N \left\{ \exp \left[ \sum_{\eta \neq \eta'} a_{\eta}^+ a_{\eta'} \langle \eta | \eta' \rangle \right] \right\} = \exp(Q), \quad (6)$$

$$Q = \sum a_{\eta}^+ a_{\eta'} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \langle \eta | S^n | \eta' \rangle, \quad (7)$$

где  $\langle \xi | S | \xi' \rangle \equiv \langle \xi | \xi' \rangle$  — матричные элементы матрицы перекрывания  $S$  одноэлектронных орбиталей. Систему ортонормированных многоэлектронных функций  $\Psi_{\{\eta\}}$  построим следующим образом:

$$\Psi_{\{\eta\}} = \sum_{\{\xi\}} \Phi_{\{\xi\}} \left\langle \{\xi\} \left| \exp \left( -\frac{1}{2} Q \right) \right| \{\eta\} \right\rangle, \quad (8)$$

или в матричном виде

$$\Psi = \Phi \times \exp \left( -\frac{1}{2} Q \right), \quad (9)$$

где  $\Psi$  и  $\Phi$  — однострочные матрицы.

Тогда, согласно (1) и (8), матричный элемент произвольного оператора на функциях  $\Psi_{\{\eta\}}$  может быть вычислен по формулам

$$\begin{aligned} \langle \Psi_{\{\eta\}} | H | \Psi_{\{\eta'\}} \rangle &= \left\langle \{\eta\} \left| \exp \left( -\frac{1}{2} Q \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times H_{\Phi} \times \exp \left( -\frac{1}{2} Q \right) \right| \{\eta'\} \right\rangle. \end{aligned} \quad (10)$$

С учетом коммутационных соотношений (5) выражение (2) может быть представлено в виде

$$H_{\Phi} = N \left\{ \exp \left[ \sum_{\eta \neq \eta'} a_{\eta}^+ a_{\eta'} \langle \eta | \eta' \rangle \right] H \right\} = \exp(Q) \times \tilde{H}, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \tilde{H} &= \sum a_{\xi}^+ a_{\xi'} \langle \xi | \tilde{h} | \xi' \rangle \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum a_{\xi}^+ a_{\eta}^+ a_{\eta'} a_{\xi'} \langle \xi \eta | \tilde{g} | \xi' \eta' \rangle, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\langle \xi | \tilde{h} | \xi' \rangle = \sum \langle \xi | (I + S)^{-1} | \theta \rangle \langle \theta | h | \xi' \rangle, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \langle \xi \eta | \tilde{g} | \xi' \eta' \rangle &= \sum \langle \xi | (I + S)^{-1} | \theta \rangle \\ &\quad \times \langle \eta | (I + S)^{-1} | \xi \rangle \langle \theta \xi | g | \xi' \eta' \rangle, \end{aligned} \quad (14)$$

где  $\langle \xi | (I + S)^{-1} | \theta \rangle$  — матричный элемент матрицы, обратной матрице  $(I + S)$ .

Подставляя (11) в (10), получим

$$\langle \Psi_{\{\eta\}} | H | \Psi_{\{\eta'\}} \rangle = \langle \{\eta\} | H_{\Psi} | \{\eta'\} \rangle, \quad (15)$$

$$H_{\Psi} = \exp \left( \frac{1}{2} Q \right) \times \tilde{H} \times \exp \left( -\frac{1}{2} Q \right). \quad (16)$$

Поскольку, согласно (10), оператор  $H_{\Psi}$  эрмитов, (16) можно записать как

$$H_{\Psi} = H_{\Psi}^+ = \exp \left( -\frac{1}{2} Q \right) \times \tilde{H} \times \exp \left( \frac{1}{2} Q \right). \quad (17)$$

Разлагая (16) и (17) в ряд по коммутаторам и объединяя их, для произвольного оператора  $H$  в базисе  $\Psi_{\{\eta\}}$  можно получить выражение в виде ряда

$$H_{\Psi} = \sum_{n=0}^{\infty} c_n [Q, \tilde{H} + \tilde{H}^+]^{(2n)}, \quad (18)$$

где

$$[Q, \tilde{H} + \tilde{H}^+]^{(0)} = \tilde{H} + \tilde{H}^+, \quad [Q, \tilde{H} + \tilde{H}^+]^{(1)} = [Q, \tilde{H} + \tilde{H}^+],$$

$$[Q, \tilde{H} + \tilde{H}^+]^{(2)} = [Q, [Q, \tilde{H} + \tilde{H}^+]], \dots,$$

и первые пять членов, которые дают разложение с точностью до восьмой степени интегралов перекрыва-

ния одноэлектронных орбиталей, имеют коэффициенты, равные

$$c_0 = \frac{1}{2}, \quad c_1 = -\frac{1}{2^3 \cdot 2!} \approx -0.0625,$$

$$c_2 = \frac{5}{2^5 \cdot 4!} \approx 0.00651, \quad c_3 = -\frac{61}{2^7 \cdot 6!} \approx -0.000661,$$

$$c_4 = \frac{5 \cdot 277}{2^9 \cdot 8!} \approx 0.0000671.$$

Система ортонормированных многоэлектронных функций, которую практически всегда используют при решении спектроскопических задач в твердом теле методом конфигурационного взаимодействия, имеет вид [18]

$$\Psi = \Phi \times (I + P)^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \Phi \times \left( I - \frac{1}{2}P + \frac{3}{8}P^2 - \frac{5}{16}P^3 + \dots \right), \quad (19)$$

где матричные элементы матрицы  $P$  в обозначениях данной работы имеют вид  $P_{\{\xi\}, \{\xi'\}} = \langle \Phi_{\{\xi\}} | \Phi_{\{\xi'\}} \rangle$ , т.е. интегралов перекрывания многоэлектронных функций  $\Phi_{\{\xi\}}$ . Вычисление таких интегралов, как упоминалось выше, всегда проводится с точностью до квадратов интегралов перекрывания одноэлектронных орбиталей. В выражении (18) для решения проблемы неортогональности необходимо вычисление матричных элементов от функций, аргументом которых является матрица перекрывания одноэлектронных орбиталей. Вычисление таких функций в настоящее время представляет собой вполне разрешимую задачу, после решения которой сходимость ряда (18) в терминах матричных элементов от этих функций значительно лучше сходимости рядов, вычисленных на функциях (19).

## 2. Оценка амплитуды перехода

Виртуальные процессы переноса заряда обычно об-суждаются в терминах параметров ковалентности  $\gamma$ , которые, согласно [3], определяются как

$$\gamma = -\frac{\langle \varphi | h | \chi \rangle - \langle \varphi | \chi \rangle \langle \chi | h | \chi \rangle}{|\Delta_{\varphi\chi}|}, \quad (20)$$

где  $|\varphi\rangle$  — орбиталь центрального иона,  $|\chi\rangle$  — лигандная орбиталь,  $|\Delta_{\varphi\chi}|$  — разность энергий возбужденного и основного состояний, которая может быть оценена из энергий ионизаций (см., например, [19]). В то же время стоящая в числителе (20) величина во всех работах является параметром. Определим величину  $\tilde{\gamma}$  как

$$\tilde{\gamma} = -\frac{\langle \Psi_{\{\xi\}} | H | \Psi_{\{\xi'\}} \rangle}{|\Delta_{\{\xi\}, \{\xi'\}}|}, \quad (21)$$

где  $|\Psi_{\{\xi'\}}\rangle$  — основное состояние системы,  $|\Psi_{\{\xi\}}\rangle$  — возбужденное состояние, которое получается из основ-

ного переходом электрона с лиганда на центральный ион. Если в операторе  $H$ , входящем в (21), ограничиться только одночастичными членами, пропорциональными перекрыванию центральный ион–лиганд, то между (21) и (20) можно установить приближенное соотношение

$$\tilde{\gamma} \approx \gamma + \frac{1}{2}s, \quad (22)$$

где  $s$  — интеграл перекрывания одноэлектронных орбиталей, соответствующих переходу электрона.

Вычислим далее амплитуду перехода электрона с  $|2s\rangle$ -орбитали лиганда на  $|4f0\rangle$ -орбиталь иона  $\text{Yb}^{3+}$  в  $\text{KMgF}_3$  с точностью, линейной по перекрыванию металл–лиганд. Подход, развитый в предыдущем разделе, согласно (18), сводит эту задачу к вычислению матричных элементов одночастичных и двухчастичных операторов в представлении вторичного квантования между состояниями, отличающимися квантовыми числами одной орбитали. Отсюда сразу получим, что амплитуда перехода  $\langle \Psi_{\{\xi\}} | H | \Psi_{\{\xi'\}} \rangle$  с указанной выше точностью равна

$$\langle \Psi_{\{\xi\}} | H | \Psi_{\{\xi'\}} \rangle = \frac{1}{2} \left\{ \langle 4f0 | (I + S)^{-1} | 2s \rangle \left[ \varepsilon_{\text{HF}}^{\text{Yb}^{2+}} + \varepsilon_{\text{HF}}^- \right. \right.$$

$$+ \langle 4f0 | h_{\text{M}} | 4f0 \rangle + \langle 2s | h_{\text{M}} | 2s \rangle - \left. \left\langle 2s \left| \frac{1}{|\bar{\mathbf{R}}_a - \bar{\mathbf{r}}|} \right| 2s \right\rangle \right]$$

$$+ \left[ \langle 4f0 | (I + S)^{-1} | 4f0 \rangle + \langle 2s | (I + S)^{-1} | 2s \rangle \right]$$

$$\times \left[ \langle 4f0 | h_k | 2s \rangle + \langle 4f0 | h_{\text{M}} | 2s \rangle - \left\langle 4f0 \left| \frac{Z'_a + 1}{|\bar{\mathbf{R}}_a - \bar{\mathbf{r}}|} \right| 2s \right\rangle \right.$$

$$+ \sum_{\xi \in \{a\}} \langle 4f0, \xi | g | 2s, \xi \rangle - \left\langle 4f0 \left| \frac{Z'_b}{|\bar{\mathbf{R}}_b - \bar{\mathbf{r}}|} \right| 2s \right\rangle$$

$$\left. + \sum_{\xi \in \{b\}} \langle 4f0, \xi | g | 2s, \xi \rangle - \sum_{\xi \in \{a, b\}} \langle 4f0, \xi | g | \xi, 2s \rangle \right] \Big\}, \quad (23)$$

где  $\varepsilon_{\text{HF}}^{\text{Yb}^{2+}}$  — энергия Хартри–Фока орбитали редкоземельного иона  $|4f0\rangle$ , а  $\varepsilon_{\text{HF}}^-$  — орбитали лиганда  $|2s\rangle$ ,  $h_k$  — оператор кинетической энергии,  $h_{\text{M}}$  — энергия Маделунга,  $Z'_a, Z'_b$  — числа электронов редкоземельного иона и лиганда в основном состоянии соответственно,  $g$  — оператор кулоновского взаимодействия электронов,  $\{a\}, \{b\}$  — множества орбиталей редкоземельного иона и лиганда,  $\bar{\mathbf{R}}_a, \bar{\mathbf{R}}_b$  — радиус-векторы ядер центрального иона и лиганда.

Приведем далее численные значения входящих в (23) величин (в а. у.)

$$\begin{aligned}
 \langle 4f0|(I+S)^{-1}|2s\rangle &= -0.007891, & \epsilon_{\text{HF}}^{\text{Yb}^{2+}} &= -1.203 [20], \\
 \epsilon_{\text{HF}}^{\text{F}^-} &= -1.074 [21], & \langle 4f0|h_{\text{M}}|4f0\rangle &= 0.7442, \\
 \langle 2s|h_{\text{M}}|2s\rangle &= -0.3887, & \langle 2s|\frac{1}{|\mathbf{R}_a-\bar{\mathbf{r}}|}|2s\rangle &= 0.2405, \\
 \langle 4f0|\frac{1}{|\mathbf{R}_b-\bar{\mathbf{r}}|}|2s\rangle &= 0.006175, & \langle 4f0, 2s|g|2s, 2s\rangle &= 0.005696, \\
 \langle 4f0|h_k|2s\rangle &= -0.001151, & \langle 4f0|h_{\text{M}}|2s\rangle &= 0.00052, \\
 \langle 4f0, 2p0|g|2s, 2p0\rangle &= 0.0054398, & \langle 4f0, 2p1|g|2s, 2p1\rangle &= 0.005182, \\
 \langle 4f0|\frac{1}{|\mathbf{R}_a-\bar{\mathbf{r}}|}|2s\rangle &= 0.0037184, & \langle 4f0, 5s|g|2s, 5s\rangle &= 0.003581, \\
 \langle 4f0, 5p0|g|2s, 5p0\rangle &= 0.0042672, & \langle 4f0, 5p1|g|2s, 5p1\rangle &= 0.0031746, \\
 \langle 4f0, 4f0|g|2s, 4f0\rangle &= 0.004031, & \langle 4f0, 4f1|g|2s, 4f1\rangle &= 0.0038957, \\
 \langle 4f0, 4f2|g|2s, 4f2\rangle &= 0.0036116, & \langle 4f0, 4f3|g|2s, 4f3\rangle &= 0.0033773, \\
 \langle 4f0, 4d0|g|2s, 4d0\rangle &= 0.0039504, & \langle 4f0, 4d1|g|2s, 4d1\rangle &= 0.0037733, \\
 \langle 4f0, 4d2|g|2s, 4d2\rangle &= 0.0034723, & \langle 4f0, 4p0|g|2s, 4p0\rangle &= 0.0040373, \\
 \langle 4f0, 4p1|g|2s, 4p1\rangle &= 0.0035423, & \langle 4f0, 4s|g|2s, 4s\rangle &= 0.0037081.
 \end{aligned}$$

Вычисления проводились на волновых функциях [21]. Как видно из приведенных численных значений, все суммы имеют вид

$$\sum_{m_l m_s} \left[ \langle 4f0, nlm_l m_s | g | 2s, nlm_l m_s \rangle - \langle 4f0 | \frac{1}{|\mathbf{R}_{nlm_l m_s} - \bar{\mathbf{r}}|} | 2s \rangle \right] \leq 0. \quad (24)$$

Здесь  $\bar{\mathbf{R}}_{nlm_l m_s}$  — радиус-вектор ядра иона, которому соответствует орбиталь  $|nlm_l m_s\rangle$ . Уже для  $4s$ -оболочки происходит почти полная компенсация в выражении (24), и поэтому более глубокие оболочки можно не рассматривать. Взаимодействие перекрывание–ядро всегда больше, чем взаимодействие перекрывание–оболочка. Подставляя приведенные численные значения в (23), получим для амплитуды перехода значение, равное (в а. у.)

$$\langle \{ \dots, 4f0, \dots \} | H_{\Psi} | \{ \dots, 2s, \dots \} \rangle = -0.01056. \quad (25)$$

Если использовать связь между величинами  $\tilde{\gamma}$  и  $\gamma$ , определяемую выражением (22) и значением энергии переноса  $|\Delta_{4f0,2s}| = 1$  а. у. [6], получим величину  $\gamma_s = 0.007$ . Величина  $\gamma_s$ , используемая при интерпретации экспериментальных данных как подгоночный параметр, обычно имеет значение  $\gamma_s \approx 0.01$ , т. е. достаточно хорошо согласуется с вычисленным в первом приближении значением, определяемым выражением (23). В данной работе все вычисления, связанные с

неортогональностью орбиталей, относились к паре центральный ион–лиганд. Поэтому естественно в дальнейшем рассмотреть кластер, состоящий из парамагнитного иона и его ближайшего окружения, так как влияние перекрывания лиганд–лиганд может быть заметным [22] и, следовательно, матрица  $\langle \xi | (I+S)^{-1} | \xi \rangle$  должна быть определена на орбиталях всего кластера. Кроме того, очевидно, что для подтверждения модели, предложенной в [6], необходимо оценить значения параметров ковалентности  $\gamma_{4f\sigma}$ ,  $\gamma_{4f\pi}$ ,  $\gamma_{5ds}$ ,  $\gamma_{5d\sigma}$ ,  $\gamma_{5d\pi}$  из первых принципов, что будет сделано в дальнейшем.

## Список литературы

- [1] R.E. Walstedt, S.W. Cheong. Phys. Rev. B **64**, 014404 (2001).
- [2] M.L. Falin, V.A. Latypov, B.N. Kazakov, A.M. Leushin, A. Bill, D. Lovy. Phys. Rev. B **61**, 14, 9441 (2000).
- [3] А. Абрагам, Б. Блини. Электронный парамагнитный резонанс переходных ионов. М. (1972). 651 с.
- [4] J.D. Axe, G. Burns. Phys. Rev. **152**, 1, 331 (1966).
- [5] J.M. Baker. J. Phys. C **1**, 6, 1670 (1968).
- [6] O.A. Anikeenok, M.V. Eremin, M.L. Falin, A.L. Konkin, V.P. Meiklyar. J. Phys. C **17**, 15, 2813 (1984).
- [7] J. Hubbard, D.E. Rimmer, F.R.A. Hopgood. Proc. Phys. Soc. **88**, 1, 13 (1966).
- [8] O.A. Аникеенок, М.В. Еремин. ФТТ **23**, 3, 706 (1981).
- [9] B.Z. Malkin, A.M. Leushin, A.I. Iskhakova, J. Heber, A. Altwein, K. Moller, I.I. Faslihanov, V.A. Ulanov. Phys. Rev. B **62**, 11, 7063 (2000).

- [10] М.В. Еремин, А.М. Леушин. ФТТ **16**, 7, 1917 (1974).
- [11] М.В. Еремин, А.А. Корниенко. ФТТ **19**, 10, 3024 (1977).
- [12] B.R. Judd. *Second Quantization and Atomic Spectroscopy*. The Johns Hopkins Press, Baltimore (1967).
- [13] D. Monien, D. Pines, M. Takigawa. *Phys. Rev. B* **43**, 1, 258 (1991).
- [14] J.M. Baker, L.M. Bluck. *J. Phys. C* **18**, 32, 6051 (1985).
- [15] P.W. Anderson. *Solid State Phys.* **14**, 145 (1963).
- [16] М.В. Еремин. *Спектроскопия кристаллов*. Наука, Л. (1985). С. 150.
- [17] О.А. Аникеев. Деп. в ВИНТИ от 06.04.1987, рег. № 2442-B87.
- [18] P.O. Lowdin. *Adv. Quant. Chem.* **5**, 1, 185 (1970).
- [19] D.S. McClure. *NATO Adv. Study Inst. Chem. Lab. and St. Johns College. Oxford* (1974). P. 113.
- [20] K.M.S. Saxena, C. Malli. *Numerical Hartree-Fock results for some Triply and Doubly Ionized Rare-Earts*. Technical Report TR-1970-01. Department of Chemistry. Simon Fraser University.
- [21] E. Clementi, L. Roetti. *Atom. Data Nucl. Data Tabl.* **14**, 177 (1974).
- [22] А.П. Вала, Р.С. Дагис. *Литов. физ. сб.* **XII**, 2, 265 (1972).