

Аномальная дисперсия собственных электромагнитных волн в сэндвич-структуре с зазором

© В.И. Альшиц, В.Н. Любимов

Институт кристаллографии им. А.В. Шубникова Российской академии наук, 119333 Москва, Россия

E-mail: alshits@ns.crys.ras.ru

(Поступила в Редакцию 14 ноября 2002 г.)

Рассмотрена система из двух различных изотропных диэлектрических пластин, параллельных друг другу и разделенных зазором. При достаточно большой величине зазора собственные электромагнитные волны в пластинах оказываются практически независимыми, а дисперсионные кривые исследуемой системы имеют множественные пересечения. При уменьшении величины зазора возникает взаимосвязь волновых полей, точки пересечения исчезают: кривые расталкиваются. Дисперсионные зависимости измененного спектра складываются из множества сопряженных участков изначально независимых ветвей, отвечающих разным пластинам. При плавном изменении частоты движению текущей точки вдоль отдельной дисперсионной кривой отвечает периодическое перемещение зон интенсивного волнового поля от пластины к пластине.

Цель данной работы состоит в том, чтобы показать, как достаточно слабая взаимосвязь между электромагнитными волнами в двух изотропных пластинах, разделенных щелью, приводит к радикальной перестройке всей системы дисперсионных кривых собственных волн невзаимодействующих пластин. Как следствие возникает специфическая зависимость локализации основных зон волнового поля от частоты: при плавном изменении частоты эти зоны с определенной периодичностью переходят от одной пластины к другой. Обрисуем эту картину более детально.

Рассмотрим систему из двух изотропных пластин, параллельных друг другу (рис. 1). Пластины имеют диэлектрические проницаемости ϵ и $\tilde{\epsilon}$, толщины $2d$ и $2\tilde{d}$, находятся в среде с диэлектрической проницаемостью ϵ_0 и разделены зазором величиной h . Когда величина зазора много больше длины волны, пластины практически не взаимодействуют. При этом, базируясь на общих положениях электродинамики (уравнения Максвелла, стандартные граничные условия для электрических и магнитных полей [1,2]), невозмущенные волновые поля для уединенной „нижней“ пластины можно представить в следующей форме:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}(x, y, t) \\ \mathbf{H}(x, y, t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}(y) \\ \mathbf{H}(y) \end{bmatrix} \exp \left[i\omega \left(\frac{1}{c} n_{\parallel} x - t \right) \right]. \quad (1)$$

Здесь \mathbf{E} и \mathbf{H} — векторы электрического и магнитного полей, x, y — координаты текущей точки, t — время, ω — частота, c — скорость света в вакууме, $n_{\parallel} = kc/\omega$, k — волновое число, отвечающее общей проекции волновых векторов всех парциальных волн на ось x , параллельную поверхностям. При этом y -проекции волновых векторов парциальных волн в пластине и в прилегающих средах равны соответственно $k_y^+ = \pm\omega n_{\perp}/c$ и $k_{0y}^+ = \pm i\omega p/c$, где

$$n_{\perp} = \sqrt{\epsilon - n_{\parallel}^2}, \quad p = \sqrt{n_{\parallel}^2 - \epsilon_0}. \quad (2)$$

Эти параметры — компоненты безразмерных волновых векторов соответствующих парциальных волн,

$$\mathbf{n}^{\pm} = (n_{\parallel}, \pm n_{\perp}, 0), \quad \mathbf{n}_0^{\pm} = (n_{\parallel}, \pm ip, 0). \quad (3)$$

Будем далее предполагать, что материальные параметры сред и величина k выбраны так, что

$$\epsilon_0 \leq n_{\parallel}^2 \leq \epsilon. \quad (4)$$

Вещественность параметров (2), имеющая место при условии (4), обеспечивает существование объемных волн в пластине и экспоненциально затухающего по мере удаления от поверхностей пластины волнового поля вне ее. Это затухание описывается следующими соотношениями:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}(y) \\ \mathbf{H}(y) \end{bmatrix} \sim \begin{cases} \exp\left(-\omega \frac{1}{c} p y\right), & y \geq d, \\ \exp\left(\omega \frac{1}{c} p y\right), & y \leq -d. \end{cases} \quad (5)$$

Данное поле обеспечивает слабую связь со второй пластиной.

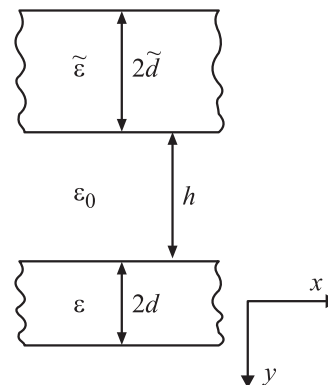


Рис. 1. Исследуемая система из двух взаимодействующих пластин.

Более подробно остановимся на особенностях волновых полей в пластине. Как всегда, когда сагиттальная плоскость (xy) является плоскостью симметрии, собственные волны должны распадаться на пару независимых семейств (I и II). В семействе I электрическое поле \mathbf{E} перпендикулярно сагиттальной плоскости, а связанное с ним магнитное поле \mathbf{H} параллельно этой плоскости. В семействе II, наоборот, магнитное поле \mathbf{H} перпендикулярно сагиттальной плоскости, а электрическое поле \mathbf{E} параллельно ей. Еще одно упрощение возникает благодаря симметрии задачи относительно центральной плоскости пластины ($y = 0$). Эта симметрия приводит к дополнительному распаду семейств I и II на симметричные и антисимметричные волны относительно плоскости $y = 0$. Если волна электрического поля симметрична (S_E), то волна сопутствующего ему магнитного поля антисимметрична (A_H), и наоборот. Иными словами, в пластине должны распространяться четыре независимых семейства собственных волн, которые будем условно обозначать $(S_E A_H)_I$, $(A_E S_H)_I$, $(S_E A_H)_{II}$ и $(A_E S_H)_{II}$ (рис. 2). Соответствующие им амплитудные множители в формуле (1) определяются выражениями

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{E}(y) \\ \mathbf{H}(y) \end{bmatrix}_I^\pm &= A_I^\pm \left\{ \begin{bmatrix} (0, 0, 1) \\ (n_\perp, -n_\parallel, 0) \end{bmatrix} \exp\left(i\omega \frac{1}{c} n_\perp y\right) \right. \\ &\quad \left. \pm \begin{bmatrix} (0, 0, 1) \\ (-n_\perp, -n_\parallel, 0) \end{bmatrix} \exp\left(-i\omega \frac{1}{c} n_\perp y\right) \right\}, \quad (7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{E}(y) \\ \mathbf{H}(y) \end{bmatrix}_{II}^\mp &= A_{II}^\mp \left\{ \begin{bmatrix} (-n_\perp, n_\parallel, 0) \\ (0, 0, 1) \end{bmatrix} \exp\left(i\omega \frac{1}{c} n_\perp y\right) \right. \\ &\quad \left. \mp \begin{bmatrix} (n_\perp, n_\parallel, 0)/\varepsilon \\ (0, 0, 1) \end{bmatrix} \exp\left(-i\omega \frac{1}{c} n_\perp y\right) \right\}. \quad (8) \end{aligned}$$

Здесь $-d \leq y \leq d$ и введены амплитудные коэффициенты A_I , A_{II} . Верхние знаки в (7), (8) отвечают конфигурациям $S_E A_H$, а нижние — конфигурациям $A_E S_H$.

Каждому из семейств соответствует своя дисперсионная зависимость $\omega(n_\parallel^2)$,

$$\omega(n_\parallel^2) = \frac{c}{d} \begin{cases} [\operatorname{arctg}(p/n_\perp) + m_1 \pi]/n_\perp, & (S_E A_H)_I, \quad (9) \\ -[\operatorname{arctg}(n_\perp/p) + l_1 \pi]/n_\perp, & (A_E S_H)_I, \quad (10) \\ -[\operatorname{arctg}(\varepsilon_0 n_\perp/\varepsilon p) + m_{II} \pi]/n_\perp, & (S_E A_H)_{II}, \quad (11) \\ [\operatorname{arctg}(\varepsilon p/\varepsilon_0 n_\perp) + l_{II} \pi]/n_\perp, & (A_E S_H)_{II}. \quad (12) \end{cases}$$

Здесь $m_{I,II}$ и $l_{I,II}$ — числа натурального ряда, удовлетворяющие условию $\omega(n_\parallel^2) > 0$. Дисперсионные кривые, отвечающие волновым полям (7) моды I и описываемые уравнениями (9), (10), показаны на рис. 3. Дисперсионные кривые для моды II (8), задаваемые уравнениями (11), (12), качественно аналогичны зависимостям, показанным на рис. 3. Кривые мод I и II начинаются в одних и тех же точках на линии $n_\parallel^2 = \varepsilon$ и имеют общую асимптоту $n_\parallel^2 = \varepsilon_0$. Однако ветви, соответствующие

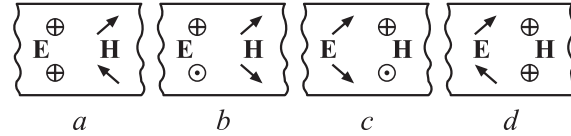


Рис. 2. Четыре типа конфигураций электрических и магнитных полей в собственных волнах уединенной пластины. a — $(S_E A_H)_I$, b — $(A_E S_H)_I$, c — $(S_E A_H)_{II}$, d — $(A_E S_H)_{II}$.

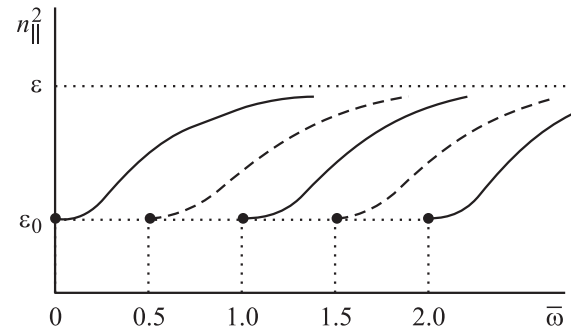


Рис. 3. Дисперсионные кривые собственных электромагнитных волн в уединенной пластине. Сплошные кривые отвечают конфигурации $(S_E A_H)_I$, штриховые — $(A_E S_H)_I$. Введено обозначение $\tilde{\omega} = \omega d \sqrt{\varepsilon - \varepsilon_0} / \pi c$.

симметричным и антисимметричным полям, должны для моды II поменяться местами. Ход дисперсионных кривых моды II отличается от хода дисперсионных кривых моды I за счет деформирующего влияния входящего в формулы (11), (12) отношения $\varepsilon/\varepsilon_0$. Можно убедиться в том, что дисперсионные кривые всех четырех семейств не имеют пересечений при $n_\parallel^2 \neq \varepsilon_0$. Впрочем точки общего начала дисперсионных ветвей семейств I и II на линии $n_\parallel^2 = \varepsilon_0$ (когда $p = 0$) так и остаются общими началами при любой величине зазора h .

Для „верхней“ пластины ($-h - d - 2d \leq y \leq -h - d$), если и ее считать уединенной, все соотношения аналогичны. В то же время, поскольку $\varepsilon \neq \tilde{\varepsilon}$, $d \neq \tilde{d}$, конфигурация дисперсионных кривых верхней пластины существенно отличается от соответствующей конфигурации дисперсионных кривых нижней пластины: меняются расстояния между кривыми и верхнее предельное значение величины n_\parallel^2 .

Рассмотрим теперь систему из двух пластин. При достаточно большой величине зазора h волновые поля пластин практически независимы, а их дисперсионные кривые, определяемые различными параметрами, накладываясь друг на друга, имеют множественные пересечения. При уменьшении величины зазора, когда возникает взаимосвязь между пластинами, нарушается симметрия полей относительно центральных плоскостей пластин, но разбиение волновых полей на два семейства сохраняется, поскольку сагиттальная плоскость по-прежнему остается плоскостью симметрии. В результате точки пересечения ветвей, отвечающих одному и тому же семейству (либо I, либо II), исчезают, кривые растал-

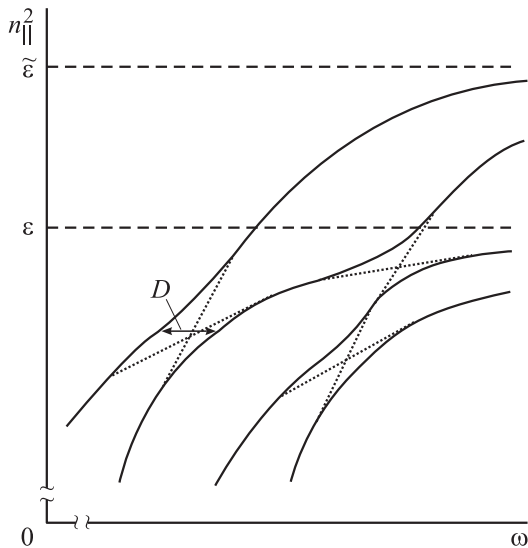


Рис. 4. Схема возникновения смешанных мод. Пунктиром показан ход дисперсионных кривых при отсутствии взаимосвязи пластин.

квиваются (рис. 4). Как показывают вычисления, мерой такого расталкивания служит величина

$$D(n_{\parallel}^2) = 2|\Delta\omega| \\ = 4(c/\sqrt{d\tilde{d}})[\exp(-H)]\sqrt{\frac{n_{\parallel}^2 - \varepsilon_0}{(\varepsilon - \varepsilon_0)(\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_0)}}. \quad (13)$$

Здесь предполагается, что $\exp(-H) \ll 1$, где $H = h\omega\sqrt{n_{\parallel}^2 - \varepsilon_0}/c$ — безразмерная величина зазора, причем величина n_{\parallel}^2 должна отвечать соответствующей координате точки пересечения. При этом точки пересечения ветвей разных семейств сохраняются.

Мы рассмотрели здесь особенности спектра изотропных пластин, образующих сандвич-структуру. В недавней работе [3] нами были описаны аналогичные особенности спектра одиночной анизотропной пластины из оптически одноосного или двуосного кристалла. Аномальная перестройка спектра собственных электромагнитных волн, описанная в [3], возникала при небольшом отклонении направления распространения волнового поля от симметричной ориентации. Фактором, обусловившим взаимосвязь волновых полей, в этом случае была диэлектрическая анизотропия. Было показано, что при плавном изменении частоты движению вдоль возмущенной дисперсионной кривой отвечает происходящее с определенной периодичностью резкое изменение поляризации волнового поля.

Ситуация, описываемая в настоящей работе, существенно отличается от той, которая рассматривалась в [3]. В исследованном здесь случае пластины вообще изотропные, а движению текущей вдоль отдельной дисперсионной кривой отвечает периодическое перемещение зон интенсивного волнового поля от одной пластины к другой.

Список литературы

- [1] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. Наука, М. (1992). 661 с.
- [2] Ф.И. Федоров, В.В. Филиппов. Отражение и преломление света прозрачными кристаллами. Наука и техника, Минск (1976). 224 с.
- [3] В.И. Альшиц, В.Н. Любимов. ФТТ **45**, 2, 222 (2003).