

# Механизм спиновой релаксации Дьяконова–Переля при частых электрон-электронных столкновениях в квантовой яме конечной ширины

© М.М. Глазов

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,  
194021 Санкт-Петербург, Россия

E-mail: glazov@coherent.ioffe.rssi.ru

(Поступила в Редакцию 15 октября 2002 г.)

Для прецессионного механизма спиновой релаксации электронов проводимости в прямоугольной квантовой яме рассчитана зависимость времени спиновой релаксации от ширины квантовой ямы и высоты ее барьеров в случае когда электрон-электронные столкновения доминируют над другими процессами рассеяния носителей.

Работа частично поддержана грантом Российского фонда фундаментальных исследований и программами Министерства Науки и Президиума РАН.

**1.** Процессы спиновой релаксации привлекают в последние годы большое внимание в связи с их возможными применениями в области спинтроники. Из механизмов спиновой релаксации для электронов проводимости в квантовой яме наиболее эффективным в широком интервале температур оказывается механизм Дьяконова–Переля [1,2] (прецессионный механизм), обусловленный расщеплением спиновых ветвей закона дисперсии электронов в системах без центра инверсии. Это расщепление можно рассматривать как эффективное магнитное поле с частотой ларморовской прецессии  $\Omega_{\mathbf{k}}$ , зависящей от величины и направления волнового вектора электрона  $\mathbf{k}$ . Время релаксации спина определяется как  $\tau_s^{-1} \propto \langle \Omega_{\mathbf{k}}^2 \rangle \tau$ , где угловые скобки означают усреднение по энергетическому распределению электронов,  $\tau$  — микроскопическое время релаксации. В квантовой яме ларморовская частота  $\Omega_{\mathbf{k}}$  является линейной функцией  $\mathbf{k}$ , поэтому обычно время  $\tau$  отождествляется со временем релаксации электронов по импульсу [2–4]. Однако недавно было показано, что в обратное время  $\tau$  аддитивно вносят вклад не только различные механизмы релаксации импульса, но и межэлектронные столкновения [5,6]. Действительно, электрон-электронные столкновения хаотически изменяют  $\mathbf{k}$ , а значит, и  $\Omega_{\mathbf{k}}$ . Таким образом, они контролируют спиновую релаксацию по прецессионному механизму так же, как и другие механизмы рассеяния. В [5] было вычислено время спиновой релаксации для двумерного электронного газа при доминирующих электрон-электронных столкновениях. Представляет интерес (в отличие от [5]) учесть, что в реальной квантовой яме волновая функция электрона имеет квазидвумерный характер из-за размытия в пределах квантовой ямы и проникновения туннельных хвостов этой функции под барьеры. В настоящей работе вычисляется зависимость  $\tau$  от ширины квантовой ямы и высоты ее барьеров.

**2.** Будем рассматривать прямоугольные квантовые ямы, выращенные из материалов с решеткой цинковой обманки в направлении [001]. Эффективный гамиль-

тониан электрона на нижней подзоне проводимости в параболическом приближении записывается в виде

$$\mathcal{H} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \beta_{ln} \sigma_l k_n, \quad (1)$$

где  $m$  — эффективная масса электрона,  $\sigma_l$  — матрицы Паули,  $k_n$  — компоненты волнового вектора электрона в плоскости квантовой ямы. Линейное по  $\mathbf{k}$  слагаемое в яме с симметричными интерфейсами, обусловленное отсутствием центра инверсии в объемном материале, имеет вид [2]

$$\beta_1 (\sigma_y k_y - \sigma_x k_x), \quad (2)$$

где оси  $x$  и  $y$  выбраны по кристаллографическим направлениям [100] и [010] соответственно,  $\beta_1 \propto \langle k_z^2 \rangle$  — некоторая константа, угловые скобки означают квантово-механическое среднее. В асимметричной квантовой яме кроме слагаемого (2) содержится еще один спин-зависимый вклад в линейные по  $\mathbf{k}$  члены в эффективном гамильтониане [7]

$$\beta_2 (\sigma_x k_y - \sigma_y k_x), \quad (3)$$

где  $\beta_2$  — постоянная.

Введем декартовы координаты  $x' \parallel [110]$ ,  $y' \parallel [110]$ ,  $z' \parallel [001]$ , в которых линейная по волновому вектору часть гамильтониана записывается в виде

$$\mathcal{H}_{c1} = \frac{\hbar}{2} (\Omega_{\mathbf{k}} \sigma). \quad (4)$$

Здесь введены эффективная ларморовская частота с компонентами  $\Omega_{kx'} = \beta_- k_{y'}$ ,  $\Omega_{ky'} = \beta_+ k_{x'}$ ,  $\Omega_{kz} = 0$  и коэффициенты  $\beta_{\pm} = 2(\beta_2 \pm \beta_1)$ .

Распределение электронов по волновому вектору и спину будем описывать спиновой матрицей плотности, которую можно разложить по базисным матрицам  $2 \times 2$ ,

$$\hat{\rho}_{\mathbf{k}} = f_{\mathbf{k}} + \mathbf{s}_{\mathbf{k}} \sigma,$$

где  $f_{\mathbf{k}} = \text{Sp}(\hat{\rho}_{\mathbf{k}}/2)$  — функция распределения электронов, усредненная по спину,  $\mathbf{s}_{\mathbf{k}} = \text{Sp}[\hat{\rho}_{\mathbf{k}}(\sigma/2)]$  — средний спин

электрона в точке  $\mathbf{k}$ , единичную матрицу опускаем. Если пренебречь расщеплением спиновых состояний, то поляризованный по спину, равновесно распределенный по энергии, невырожденный электронный газ описывается матрицей плотности  $\hat{\rho}_{\mathbf{k}}^0 = f_{\mathbf{k}}^0(1 + 2\mathbf{S}_0\boldsymbol{\sigma})$ , где  $f_{\mathbf{k}}^0 = \exp[(\mu - E_{\mathbf{k}})/k_{\text{B}}T]$  — бoльцмановская функция распределения,  $E_{\mathbf{k}} = \hbar^2 k^2/2m$ ,  $\mu$  — химический потенциал,  $\mathbf{S}_0$  — спин, приходящийся на один электрон. При наличии спинового расщепления, малого по сравнению с  $\hbar/\tau$ , функция распределения не меняется, в то время как вектор спина приобретает поправку  $\delta\mathbf{s}_{\mathbf{k}} = \mathbf{s}_{\mathbf{k}} - 2f_{\mathbf{k}}^0\mathbf{S}_0$ , пропорциональную величине спинового расщепления. Поэтому матрицу плотности можно искать в виде

$$\hat{\rho}_{\mathbf{k}} = \hat{\rho}_{\mathbf{k}}^0 + \delta\mathbf{s}_{\mathbf{k}}\boldsymbol{\sigma} \quad (5)$$

Пренебрегая переворотом спинов электронов при межэлектронных столкновениях, запишем кинетическое уравнение для  $\mathbf{s}_{\mathbf{k}}$  в стандартной форме

$$\frac{d\mathbf{s}_{\mathbf{k}}}{dt} + \boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{k}} \times \mathbf{s}_{\mathbf{k}} + \mathbf{Q}_{\mathbf{k}}\{\mathbf{s}, f^0\} = 0. \quad (6)$$

Здесь  $\mathbf{Q}_{\mathbf{k}}\{\mathbf{s}, f^0\}$  — интеграл электрон-электронных столкновений, перемешивающий спины в  $\mathbf{k}$ -пространстве; другими процессами рассеяния электронов пренебрегаем, функцию распределения электронов  $f_{\mathbf{k}}$  считаем равновесной. Интеграл электрон-электронных столкновений в пренебрежении обменным взаимодействием записывается в виде [5]

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{\mathbf{k}}\{\mathbf{s}, f^0\} &= \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\mathbf{k}'\mathbf{p}\mathbf{p}'} \delta_{\mathbf{k}+\mathbf{k}',\mathbf{p}+\mathbf{p}'} \delta(E_{\mathbf{k}} + E_{\mathbf{k}'} - E_{\mathbf{p}} - E_{\mathbf{p}'}) \\ &\times 2V_{\mathbf{k}-\mathbf{p}}^2 (\mathbf{s}_{\mathbf{k}} f_{\mathbf{k}}^0 - \mathbf{s}_{\mathbf{p}} f_{\mathbf{p}}^0). \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь  $V_{\mathbf{q}}$  — фурье-образ эффективного потенциала взаимодействия электронов в квантовой яме, получаемого усреднением трехмерной кулоновской потенциальной энергии

$$V(\rho) = \frac{e^2}{\kappa} \iint \frac{\varphi_{e1}^2(z)\varphi_{e1}^2(z')}{\sqrt{\rho^2 + (z-z')^2}} dz dz',$$

где  $e$  — заряд электрона,  $\kappa$  — диэлектрическая постоянная,  $\rho$  — расстояние между электронами в плоскости интерфейса,  $\varphi_{e1}$  — огибающая волновой функции, описывающая размерное квантование в направлении оси роста. Выполняя преобразование Фурье, получаем [8]

$$V_{\mathbf{q}} = \frac{2\pi e^2}{\sum \kappa q} H(q), \quad (8)$$

где  $\sum$  — площадь образца в плоскости интерфейсов, формфактор  $H(q) = \iint \exp(-q|z-z'|) \times \varphi_{e1}^2(z)\varphi_{e1}^2(z') dz dz' \leq 1$  описывает размытие волновой функции электрона в квантовой яме. Его учет при расчете времени спиновой релаксации и

составляет цель данной работы. Наличие формфактора  $H(q)$  ослабляет межэлектронное взаимодействие по сравнению с предельным случаем двумерного электронного газа, когда  $H(q) \equiv 1$ . В частном случае бесконечно высоких потенциальных барьеров огибающая электронная волновая функция для квантовой ямы ширины  $a$  имеет простой вид  $\varphi_{e1}(z) = \sqrt{2/a} \cos(\pi z/a)$  и формфактор оказывается равным

$$H(q) = \frac{-32\pi^4 + 32\pi^4 e^{-qa} + 3(qa)^5 + 20(qa)^3 \pi^2 + 32\pi^4 qa}{((qa)^2 + 4\pi^2)^2 (qa)^2}.$$

В случае  $qa \ll 1$  (предел больших расстояний между электронами)  $H(q) \cong 1$ , и взаимодействие между электронами является в точности двумерным. В противоположном предельном случае  $H(q)$  обратно пропорционален  $q$ ; следовательно,  $V_{\mathbf{q}} \propto q^{-2}$ , как для трехмерного электронного газа.

Состояние электрона в квантовой яме с барьерами конечной высоты  $V$  описывается огибающей

$$\varphi(z) = C \begin{cases} \cos kz, & |z| \leq a/2, \\ \cos(ka/2) \exp(-\kappa(|z| - a/2)), & |z| > a/2, \end{cases} \quad (9)$$

где  $C$  — нормировочная постоянная,  $k = (2mE/\hbar^2)^{1/2}$ ,  $\kappa = (2m(V-E)/\hbar^2)^{1/2}$ ; различие эффективных масс электрона в материалах ямы и барьеров пренебрегаем. Граничные условия непрерывности  $\varphi$  и  $d\varphi/dz$  сводятся к условию сшивки  $\cos \xi = \gamma \xi$ , где  $\xi = ka/2$ ,  $\gamma = \hbar/a(2/mV)^{1/2}$  — безразмерный параметр, характеризующий глубину ямы. Формфактор  $H(q)$  зависит в рассматриваемом случае прямоугольной квантовой ямы от двух параметров: ее ширины  $a$  и высоты барьеров  $V$ .

Просуммировав (6) по волновому вектору, получаем уравнение, описывающее медленную релаксацию среднего спина,

$$dS_{0\alpha}/dt + \tau_{s,\alpha\beta}^{-1} S_{0\beta} = 0,$$

где тензор обратных времен спиновой релаксации определяется из уравнения

$$\tau_{s,\alpha\beta}^{-1} S_{0\beta} = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}} [\boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{k}} \times \delta\mathbf{s}_{\mathbf{k}}]_{\alpha}, \quad (10)$$

$N$  — концентрация электронов в квантовой яме.

Пусть  $\Phi_{\mathbf{k}}$  — угол между волновым вектором электрона  $\mathbf{k}$  и осью  $x' \parallel [110]$ . Для того чтобы получить уравнение для поправки  $\delta\mathbf{s}$  к функции распределения спина, сохраним в кинетическом уравнении слагаемые, пропорциональные  $\cos \Phi_{\mathbf{k}}$  и  $\sin \Phi_{\mathbf{k}}$ :

$$\boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{k}} \times (2f_{\mathbf{k}}^0 \mathbf{S}_0) + \mathbf{Q}_{\mathbf{k}}\{\delta\mathbf{s}, f^0\} = 0. \quad (11)$$

3. Для решения уравнений (10), (11) представим проекции векторного произведения  $\boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{k}} \times \mathbf{S}_0$  в виде  $\Lambda_{\alpha\beta\gamma} k_{\beta} S_{0\gamma}$ , где введен тензор третьего ранга  $\Lambda$

с четырьмя ненулевыми компонентами:  $\Lambda_{xxz} = -\Lambda_{zxx} = \beta_+/\hbar$ ,  $\Lambda_{yyz} = -\Lambda_{zyy} = -\beta_-/\hbar$ . Поскольку оператор  $Q_{\mathbf{k}}\{\delta s_{\alpha}, f^0\}$  сохраняет угловое распределение спина в  $\mathbf{k}$ -пространстве, функция  $(1/k_{\beta})Q_{\mathbf{k}}\{k_{\beta}F_k, f^0\}$  не зависит от азимутального угла  $\Phi_{\mathbf{k}}$ , если произвольная функция  $F_k$  зависит только от модуля волнового вектора  $\mathbf{k}$ . Уравнение (11) удобно переписать в безразмерных единицах, представив решение в виде

$$\delta s_{\alpha}(\mathbf{k}) = -\Lambda_{\alpha\beta\gamma} \frac{k_{\beta}}{k} S_{0\gamma} k_T \tau_{ee}^* e^{i\mu/k_B T} v(K), \quad (12)$$

где  $v(K)$  удовлетворяет интегральному уравнению

$$K e^{-K^2} = \int d^2K' \int d^2P W_{\mathbf{P}\mathbf{P}', \mathbf{K}\mathbf{K}'} \times (v(K) e^{-K'^2} - \cos \Theta v(P) e^{-P'^2}). \quad (13)$$

Здесь использованы следующие обозначения:  $\mathbf{K} = \mathbf{k}/k_T$ ,  $k_T = (2mk_B T/\hbar^2)^{1/2}$ ,  $\Theta$  — угол между  $\mathbf{K}$  и  $\mathbf{P}$ ;  $\mathbf{P}' = \mathbf{K} + \mathbf{K}' - \mathbf{P}$ ,

$$\tau_{ee}^* = \frac{\hbar k_B T \chi^2}{e^4 N},$$

$$W_{\mathbf{P}\mathbf{P}', \mathbf{K}\mathbf{K}'} = \frac{1}{|\mathbf{K} - \mathbf{P}|^2} H(k_T |\mathbf{K} - \mathbf{P}|) \delta(K^2 + K'^2 - P^2 - P'^2).$$

Подставляя  $\delta s_{\mathbf{k}}$  в виде (12) в уравнение (10) и суммируя по  $\mathbf{k}$ , получаем главные значения тензора обратных времен спиновой релаксации

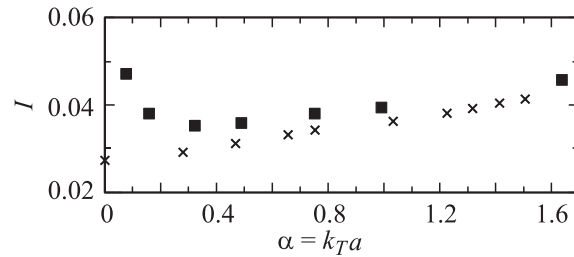
$$\frac{1}{\tau_{x'x'}^s} = \left(\frac{\beta_+ k_T}{\hbar}\right)^2 \tau, \quad \frac{1}{\tau_{y'y'}^s} = \left(\frac{\beta_- k_T}{\hbar}\right)^2 \tau, \\ \frac{1}{\tau_{zz}^s} = \frac{1}{\tau_{x'x'}^s} + \frac{1}{\tau_{y'y'}^s}, \quad (14)$$

где параметр  $\tau$ , контролирующий спиновую релаксацию по механизму Дьяконова–Переля, равен

$$\tau = \tau_{ee}^* I, \quad I = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} v(K) K^2 dK. \quad (15)$$

Неоднородное слагаемое в (13) и неизвестная функция  $v(K)$  раскладывались по базисным функциям  $l_n(\varepsilon) = \sqrt{2} \exp(-\varepsilon) L_n(2\varepsilon)$ , где  $L_n(x)$  — полиномы Лагерра,  $\varepsilon = K^2$ . Подставляя эти разложения в уравнение (13) и суммируя по безразмерным волновым векторам методом Монте-Карло, получаем систему линейных неоднородных уравнений для коэффициентов разложения функции  $v(K)$ . Таким образом вычислялись значения  $I$  (15) в зависимости от безразмерных параметров  $\alpha$  и  $\gamma$ .

Вычисленная зависимость коэффициента  $I$  от высоты барьера  $V$  при фиксированной ширине квантовой ямы  $a = 42 \text{ \AA}$  может быть при  $V > 200 \text{ meV}$  приближенно описана следующей формулой:  $I \approx 0.032 + 1.2 \text{ meV}/V$ . При уменьшении высоты барьеров значения  $I$  и времени  $\tau$ , контролирующего спиновую релаксацию, убывают,



Зависимость от ширины квантовой ямы коэффициента  $I$ , определяющего время спиновой релаксации согласно (14) и (15). Квадраты — зависимость  $I$  от безразмерного параметра  $\alpha = k_T a$ , рассчитанная для высоты барьера  $V = 300 \text{ meV}$ . Для сравнения крестиками показаны значения  $I$  для квантовой ямы с бесконечно высокими барьерами.

так как волновая функция электрона распределяется на большем масштабе и электрон-электронное взаимодействие ослабевает.

Результаты расчета зависимости  $I$  от ширины квантовой ямы представлены на рисунке. Для квантовой ямы с бесконечно высокими барьерами  $I$  монотонно возрастает с увеличением ширины ямы. В квантовой яме нулевой ширины  $I \approx 0.027$ , как и в двумерном электронном газе при отсутствии обменного взаимодействия [5]. Зависимость  $I(\alpha)$  может быть аппроксимирована линейной функцией  $I(\alpha) \approx 0.027 + 0.009\alpha$ , при увеличении ширины квантовой ямы до  $a \sim \pi/k_T$  относительное изменение  $I$  становится порядка единицы, так как энергия размерного квантования сравнивается с энергией теплового движения электрона.

В квантовой яме с барьерами конечной высоты характерное время электрон-электронных столкновений  $\tau$  зависит от ширины ямы немонотонно, его минимум при  $a = a_m \sim 2\hbar(2mV)^{1/2}$  отвечает наименьшему размытию волновой функции электрона в яме. С увеличением или уменьшением ширины квантовой ямы относительно  $a_m$  интеграл  $I$ , а значит, и время  $\tau = \tau_{ee}^* I$  монотонно возрастают.

Таким образом, в настоящей работе проведено теоретическое исследование прецессионного механизма спиновой релаксации в квантовой яме с барьерами конечной высоты. Проанализирована зависимость параметра времени  $\tau$ , контролирующего спиновую релаксацию, от ширины квантовой ямы и высоты ее барьеров. Зависимость  $\tau$  от ширины ямы оказывается немонотонной, положение минимума определяется наибольшей локализацией электронной плотности в квантовой яме. Как видно из рисунка, в области значений  $k_T a$  от 0.2 до 1.8 время  $\tau$  отличается от его значения для двумерных электронов не более чем на 50%.

Отметим в заключение, что  $\tau$  входит в выражения для тензора обратных времен спиновой релаксации (14) с множителями  $\beta_{\pm}^2$ , которые могут очень сильно зависеть от ширины ямы. В частности, в квантовой яме с симметричными интерфейсами, когда  $\beta_2 = 0$ , в предельном случае бесконечно высоких барьеров  $\beta_1^2$  убывает с ростом ширины ямы по закону  $a^{-4}$ .

Автор благодарен Е.Л. Ивченко за постановку и полезное обсуждение задачи.

## Список литературы

- [1] М.И. Дьяконов, В.И. Перель. ФТТ **13**, 12, 3581 (1971).
- [2] М.И. Дьяконов, В.Ю. Качоровский. ФТП **20**, 1, 178 (1986).
- [3] Е.Л. Ивченко, П.С. Копьев, В.П. Кочерешко, И.Н. Уральцев, Д.Р. Яковлев. Письма в ЖЭТФ. **47**, 8, 407 (1988).
- [4] Y. Ohno, R. Terauchi, T. Adachi, F. Matsukura, H. Ohno. Phys. Rev. Lett. **83**, 20, 4196 (1999).
- [5] М.М. Глазов, Е.Л. Ивченко. Письма в ЖЭТФ **75**, 8, 476 (2002).
- [6] R.T. Harley, M.A. Brand, A. Malinowski, O.Z. Karimov, P.A. Marsden, A.J. Shields, D. Sanvitto, D.A. Ritchie, M.Y. Simmons. Proc. Int. Conf. on Superlattices Nano-structures and Nano-devices. Toulouse, France (2002).
- [7] Ю.Л. Бычков, Э.И. Рашба. Письма в ЖЭТФ. **39**, 7–8, 66 (1984).
- [8] V.V. Afonin, V.L. Gurevich, R. Laiho. Phys. Rev. B **62**, 23, 15913 (2000).