

03

Применимость приближенного уравнения Ланжевена для описания движения наносфер в поле стоячей световой волны

© А.А. Афанасьев¹, Д.В. Новицкий^{1,2†}

¹ Институт физики им. Б.И. Степанова НАН Беларуси, 220072 Минск, Беларусь

² Университет ИТМО, 197101 Санкт-Петербург, Россия

†e-mail: dvnovitsky@gmail.com

Поступила в редакцию 24.05.2018 г.

На основе уравнения Ланжевена исследован процесс движения прозрачной наносферы в поле стоячей световой волны непрерывного лазерного излучения, а также определены условия ее локализации (оптической ловушки) в максимуме интерференционной картины поля двух встречных волн. Найдены границы применимости пренебрежения второй производной в уравнении Ланжевена — так называемого „укороченного уравнения“, использование которого позволяет получить решение в аналитическом виде. Определены условия устойчивости локализации наносферы в максимуме интерференционной картины поля в зависимости от кинетической энергии ее теплового (броуновского) движения.

DOI: 10.21883/OS.2018.12.46937.146-18

Введение

Впервые перемещение и локализацию прозрачных частиц малых размеров силами светового давления излучения аргонового лазера реализовал А. Эшкин [1,2], продемонстрировав эффект их левитации в воздухе. Им также наблюдалось горизонтальное перемещение частиц в воде вдоль направления распространения лазерного пучка. После его пионерских работ на стыке оптики, механики и лазерной физики сформировалось и стало успешно развиваться новое направление, изучающее процессы перемещения, манипуляции и локализации (оптические ловушки) частиц малых размеров силами светового давления, возникающими в поле лазерного излучения. Актуальность данного направления обусловлена прежде всего возможностью практического применения результатов в медико-биологических исследованиях (см. специальный выпуск [3]). Помимо медико-биологических применений силы светового давления могут быть использованы в качестве механизма концентрационной нелинейности в искусственно созданной гетерогенной среде — суспензии взвешенных прозрачных частицы в жидкости [4]. Такая суспензия, в которой каждая из компонент не проявляет нелинейно-оптических свойств, является высокоэффективной широкополосной нелинейной средой для непрерывного лазерного излучения сравнительно небольшой мощности [4,5]. Например, при исследовании четырехволнового смещения излучения аргонового лазера ($\lambda_0 = 5145 \text{ \AA}$) в водной суспензии латексных сферических частиц радиуса $R = 1.17 \text{ \mu m}$ с концентрацией $N_0 = 6.5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ авторы работы [4] измерили оптический коэффициент Керра, который ока-

зался равным $n_2 = 3.6 \cdot 10^{-9} \text{ cm}^2/\text{W}$, что в 10^5 раз больше, чем в сероуглероде CS_2 .

В работах [6,7] интерференционным полем излучения непрерывных лазеров осуществлена запись концентрационных решеток в водной суспензии полистирольных частиц с радиусами $R \approx 0.7\text{--}3 \text{ \mu m}$. Авторами работы [8] в сфокусированном гауссовом пучке He–Ne-лазера экспериментально реализована кристаллоподобная структура (двумерная сборка) вокруг центра пучка из сферических прозрачных частиц с $R \approx 3 \text{ \mu m}$. Интересный эксперимент по формированию двумерной матрицы полистирольных частиц с $R \approx 150\text{--}300 \text{ nm}$ в воде под воздействием интерференционных пучков излучения двух непрерывных лазеров выполнен в [9] (рис. 1). Полученная двумерная матрица демонстрирует все характеристики обычных молекулярных кристаллов. При наличии слабого электрического поля авторы заметили увеличение размеров частиц, собираемых в матрицу. Эти результаты открывают перспективу синтеза трехмерных матриц из прозрачных частиц малых размеров, оптическую сборку кристаллов-матриц, представляющих интерес для научных и практических приложений. Позже авторами работы [10] на основе решения уравнения Смолуховского теоретически предсказано формирование концентрационных паттернов из прозрачных наносфер (аналог двумерной сборки) в поле излучения встречных волн со случайной модуляцией их амплитуд (рис. 2). Все описанные выше результаты обусловлены действием градиентной составляющей силы светового давления.

В данной работе исследовано перемещение и локализация прозрачной наносферы градиентной компонентой силы светового давления в поле стоячей волны лазер-

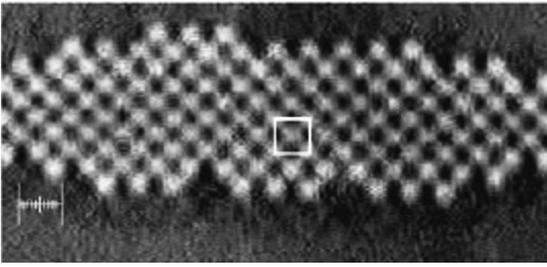


Рис. 1. Двумерная матрица полистирольных частиц, собранная градиентными силами в интерференционном поле двух лазеров [9].

ного излучения. Движение и локализация частиц малых размеров лазерным излучением является элементарным процессом формирования различных конфигураций из таких частиц, в частности решеток, кристаллоподобных структур, двумерных матриц и т. п.

Основные уравнения и результаты

В поле стоячей лазерной волны с интенсивностью $I(z) = I_0(1 + \cos 2kz)$ на прозрачную наносферу радиуса R действует градиентная компонента силы светового давления, равная [11]

$$F_{\nabla} = -z4\pi k \frac{n}{c} \alpha I_0 \sin 2kz, \tag{1}$$

где $\alpha = \frac{\bar{m}^2 - 1}{\bar{m}^2 + 2} R^3 = \alpha_0 R^3$ — поляризуемость наночастицы, $\bar{m} = n_0/n$ — отношение показателей преломления материала наносферы n_0 и окружающей ее жидкости n , k — волновое число, $I_0 = \text{const}$. Движение наносферы под действием силы F_{∇} описывается уравнением Ланжевена [12]

$$m \frac{d^2z}{dt^2} + 6\pi R\eta \frac{dz}{dt} = -F_0 \sin 2kz, \tag{2}$$

где z — координата центра наносферы с массой $m = 4\pi R^3 \rho/3$ и плотностью ее материала ρ , $6\pi R\eta$ — коэффициент трения в жидкости с вязкостью η , $F_0 = 4\pi k n \alpha I_0/c$. При $\alpha_0 > 0$ уравнение (2) в безразмерной координате $x = 2kz$ удобно записать в виде

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \delta \frac{dx}{dt} + \Omega^2 \sin x = 0, \tag{3}$$

где $\delta = 9\eta/2\rho R^2$, $\Omega^2 = 6k^2 n \alpha_0 I_0/c$. В общем случае начальные условия уравнения (3) определяются соотношениями $x(t=0) = x$ и $(dx/dt)_0 = 2kV_0$, где V_0 — начальная скорость наносферы.

При достаточно больших значениях коэффициента δ (например, для латексных наносфер с $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$ в воде при комнатной температуре $\eta = 10^{-2} \text{ P}$ и $R \sim 10^2 \text{ nm}$, $\delta \approx 4.5 \cdot 10^8 \text{ s}^{-1}$) вторая производная в (3) пренебрежимо мала, и можно использовать так называемое „укороченное уравнение“ (уравнение (3) при $d^2x/dt^2 = 0$) [13].

Для оценки применимости данного приближения используем среднее значение градиентной силы, заменив в (3) функцию $\sin x$ на ее среднее значение

$$\langle \sin x \rangle = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \sin x dx = \frac{2}{\pi}.$$

При этом решение уравнения (3) при $V_0 = 0$ можно записать в виде

$$x(t) = x_0 - 2k \langle V_{\nabla} \rangle t + \frac{2k}{\delta} \langle V \rangle (1 - e^{-\delta t}), \tag{4}$$

где $\langle V_{\nabla} \rangle = \Omega^2/\pi k \delta$ — скорость наносферы под действием усредненной силы. В этом случае решение „укороченного уравнения“ (при $d^2x/dt^2 = 0$) определяется соотношением

$$x(t) = x_0 - 2k \langle V_{\nabla} \rangle t. \tag{5}$$

Легко видеть, что решения (4) и (5) будут практически совпадать при $\delta t \gg 1$. Время движения наносферы в точку $x = 0$ (максимум интенсивности излучения) оценивается величиной $t \approx \pi/2k \langle V_{\nabla} \rangle$, и соответственно из условия $\delta t \gg 1$ находим

$$\frac{1}{2} \frac{(\pi\delta)^2}{\Omega^2} = A \gg 1. \tag{6}$$

Таким образом, неравенство (6) является необходимым условием применимости „укороченного уравнения“ Ланжевена, решение которого имеет вид

$$\text{tg} \frac{x}{2} = \text{tg} \frac{x_0}{2} e^{-V_{\nabla} t}, \tag{7}$$

где $V_{\nabla} = \Omega^2/\delta$.

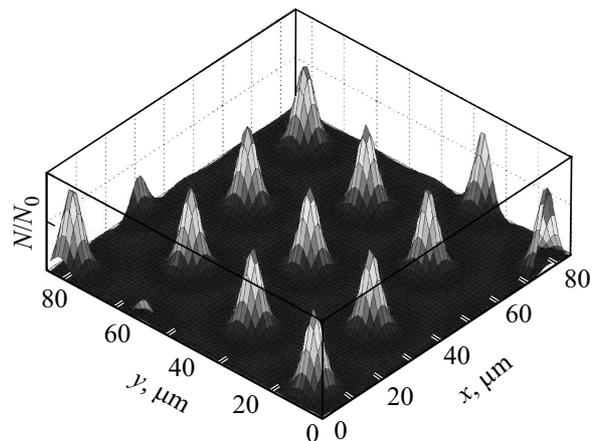


Рис. 2. Концентрационные паттерны прозрачных наносфер в поле стоячей лазерной волны со случайной модуляцией амплитуды. Результат численного моделирования уравнения Смолуховского [10], где N_0 — начальная концентрация наносфер, (x, y) — плоскость, ортогональная оси распространения встречных волн.

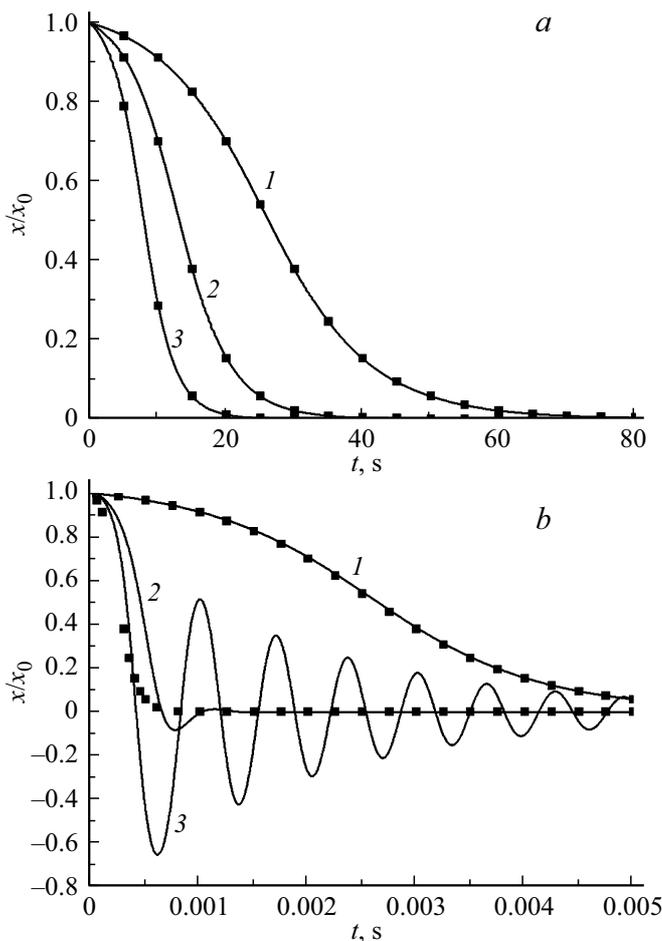


Рис. 3. Зависимость нормированной координаты центра наночастицы от времени при: (а) $\Omega^2 = 10^9$; $\delta = 10^{10}$ (1), $0.5 \cdot 10^{10}$ (2), $0.3 \cdot 10^{10}$ (3); (б) $\Omega^2 = 10^8$; $\delta = 10^5$ (1), 10^4 (2), 10^3 (3). Точками показаны результаты решения укороченного уравнения.

В рис. 3 приведены временные зависимости координаты центра наносферы для различных значений коэффициентов Ω^2 и δ при $x_0 = 0.95\lambda$. Сплошные кривые получены численным моделированием уравнения (3), а точки соответствуют аналитическому решению укороченного уравнения. Для всех кривых рис. 3, а выполняется условие применимости укороченного уравнения $A \gg 1$, и соответственно решения уравнения (3) при $d^2x/dt^2 \neq 0$ и $d^2x/dt^2 = 0$ полностью совпадают. На рис. 3, б условие $A \gg 1$ выполняется только для кривой 1. Для кривой 2 условие применимости выполняется не строго ($A \approx 5$), и соответственно решение укороченного уравнения значительно отличается от решения уравнения (3). Это различие проявляется в основном в области малых t и вблизи точки максимума интенсивности $x = 0$, возле которой решение уравнения (3) проявляет тенденцию к колебательному движению. Для кривой 3 $A \ll 1$, и соответственно укороченное уравнение не применимо. В этом случае наносфера совершает затухающие колебания около точки $x = 0$.

Проведем оценку устойчивости локализации (двухпучковой ловушки) наносферы в максимуме интенсивности излучения. Как известно [14,15], критерием устойчивости локализации является значительное превышение потенциала градиентной силы F_0 кинетической энергии теплового (броуновского) движения наносферы. В нашем случае этот критерий определяется соотношением

$$2\pi \frac{n}{c} \alpha_0 R^3 \frac{2P}{\pi w_0^2} \geq 10k_B T, \quad (8)$$

где k_B — постоянная Больцмана, T — температура окружающей жидкости, P и w_0 — соответственно мощность и радиус лазерных пучков, $I_0 = 2P \cdot \pi w_0^2$.

Из (8) оценим минимальное значение радиуса R_{\min} :

$$R_{\min} = \left(\frac{2.5k_B T c w_0^2}{n \alpha_0 P} \right)^{1/3}, \quad (9)$$

при превышении которого наносфера устойчиво локализуется градиентной силой в максимуме интенсивности излучения. Например, для латексных наносфер в воде ($\bar{n} = 1.65/1.33 = 1.24$) при комнатной температуре ($k_B T = 4.14 \cdot 10^{-21}$ J) с использованием сфокусированных пучков аргонового лазера ($\lambda_0 = 5145 \text{ \AA}$) мощностью $P = 100 \text{ mW}$ диаметром $2w_0 = 1.5\lambda = 0.58 \mu\text{m}$ ($\lambda = \lambda_0/n$) [14] из (9) находим $R_{\min} \approx 23.5 \text{ nm}$. Поскольку $R_{\min} \sim 1/\sqrt{3}I_0$, то увеличением интенсивности излучения открывается возможность реализации двухволновой ловушки и для наносфер меньших размеров.

Заключение

На основании численного моделирования уравнения Ланжевена исследована динамика движения прозрачной наносферы в жидкости в поле стоячей лазерной волны под действием градиентной компоненты силы светового давления. Показано, что в определенной области параметров (Ω^2 и δ) в используемом уравнении Ланжевена второй производной можно пренебречь, что позволяет получать результаты в аналитическом виде. Условием пренебрежения второй производной в (3) является неравенство $A = (\pi\delta)^2/2\Omega^2 \gg 1$. Для случая $A \gg 1$ получены аналитические решения укороченного уравнения, полностью совпадающие с результатами численного моделирования исходного уравнения Ланжевена. Определен критерий устойчивости локализации наносферы (двухволновой оптической ловушки) в максимуме интерференционной картины излучения. Получена численная оценка минимального радиуса R_{\min} наносферы, при превышении которого реализуется ее устойчивая локализация в максимуме интерференционной картины излучения. Для оценки значения R_{\min} использованы экспериментальные значения параметров из работы [14].

Авторы благодарны академику А.Н. Рубинову за полезные обсуждения полученных результатов. Д.В.Н. признателен Российскому научному фонду (грант 17-72-10098) за поддержку в проведении численных расчетов.

Список литературы

- [1] *Ashkin A.* // Scientific American. 1972. V. 226. N 2. P. 63.
- [2] *Эшкин А.* // УФН. 1973. Т. 110. Вып. 1. С. 101.
- [3] Спецвыпуск, посвященный использованию лазерных технологий в биофотонике и биомедицинских исследованиях // Квант. электрон. 2008. Т. 38. № 6; Special issue devoted to application of laser technologies in biophotonics and biomedical studies // Quantum Electron. 2008. V. 38. N 6.
- [4] *Smith P.W., Ashkin A., Tomlinson W.J.* // Opt. Lett. 1981. V. 6. P. 284.
- [5] *Афанасьев А.А., Рубинов А.Н., Михневич С.Ю., Ермолаев И.Е.* // ЖЭТФ. 2005. Т. 128. Вып. 3. С. 451; *Afanas'ev A.A., Rubinov A.N., Mikhnevich S.Yu., Ermolaev I.E.* // J. Exp. Theor. Phys. 2005. V. 101. N 3. P. 389.
- [6] *Burns M.M., Fournier J.M., Golovchenko J.A.* // Phys. Rev. Lett. 1989. V. 63. N 12. P. 1233.
- [7] *Афанасьев А.А., Катаркевич В.М., Рубинов А.Н., Эфендиев Т.Ш.* // ЖПС. 2002. Т. 69. № 5. С. 675; *Afanas'ev A.A., Katarkevich V.M., Rubinov A.N., Efendiev T.Sh.* // J. Appl. Spectr. 2002. V. 69. N 5. P. 782.
- [8] *Rubinov A.N., Katarkevich V.M., Afanas'ev A.A., Efendiev T.Sh.* // Opt. Commun. 2003. V. 224. P. 97.
- [9] *Mellor C.D., Bain C.D.* // Chem. Phys. Chem. 2006. V. 7. N 2. P. 329.
- [10] *Afanas'ev A.A., Rubinov A.N., Volkov V.M., Izobov N.A., Mikhnevich S.Yu.* // Nonl. Phen. Compl. Syst. 2008. V. 11. N 4. P. 465.
- [11] *Афанасьев А.А., Гайда Л.С., Гузатов Д.В., Рубинов А.Н., Свистун А.Ч.* // Квант. электрон. 2015. Т. 45. № 10. С. 904; *Afanas'ev A.A., Gaida L.S., Guzatov D.V., Rubinov A.N., Svistun A.Ch.* // Quantum Electron. 2015. V. 45. N 10. P. 904.
- [12] *Афанасьев А.А., Гайда Л.С., Гузатов Д.В., Новицкий Д.В., Матук Е.В.* // Опт. спектр. 2016. Т. 120. № 1. С. 153; *Afanas'ev A.A., Gaida L.S., Guzatov D.V., Novitski D.V., Matuk E.V.* // Opt. Spectrosc. 2016. V. 120. N 1. P. 138.
- [13] *Афанасьев А.А., Новицкий Д.В.* // Квант. электрон. 2017. Т. 47. № 7. С. 651; *Afanas'ev A.A., Novitskiy D.V.* // Quantum Electron. 2017. V. 47. N 7. P. 651.
- [14] *Ashkin A., Dziedzic J.M., Bjorkholm J.E., Chu S.* // Opt. Lett. 1986. V. 11. P. 288.
- [15] *Harada Y., Asakura T.* // Opt. Commun. 1996. V. 124. P. 529.