09

# Об ускорении релятивистской частицы импульсом излучения

© Н.Н. Розанов [1,2,3]

[1] Государственный оптический институт им. С.И. Вавилова,
199053 Санкт-Петербург, Россия
[2] Университет ИТМО,
197101 Санкт-Петербург, Россия
[3] ФТИ им. А.Ф. Иоффе,
194021 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: nnrosanov@mail.ru

Поступила в редакцию 02.10.2018 г.

Применительно к прямому ускорению зарядов импульсами электромагнитного (лазерного) излучения для произвольной формы импульса найдено соотношение между компонентами механического импульса релятивистской (но не ультрарелятивистской) частицы. Передаваемая излучением частице энергия в широком диапазоне условий определяется электрической площадью лазерного импульса, т.е. интегралом от напряженности электрического поля по времени. Это указывает на перспективность разработки схем генерации излучения квазиуниполярных лазерных импульсов, у которых напряженность преобладающей компоненты электрического поля не меняет знак в течение основной продолжительности импульса.

DOI: 10.21883/OS.2019.02.47206.287-18

## Введение

Прямое ускорение заряженных частиц „обычными“ — биполярными — лазерными импульсами считается неэффективным, так как поле излучения на различных оптических периодах то ускоряет, то замедляет заряд. Положение меняется при использовании лазерных пучков с радиальной поляризацией излучения, обладающих заметной продольной составляющей электрической напряженности, см. [1] и многочисленные ссылки в этой работе. В то же время в ряде работ, включая [2–6], отмечена перспективность прямого лазерного ускорения зарядов униполярными или квазиуниполярными импульсами излучения, поскольку для них знак напряженности основных компонент поля не меняется со временем в течение основной длительности импульса. В нерелятивистском — как классическом, так и квантовом вариантах — воздействие такого импульса на одиночный заряд (электрон) полностью определяется электрической площадью импульса — интегралом от электрической напряженности по времени [7]. Задачей настоящего сообщения служит анализ эффективности прямого лазерного ускорения заряженной частицы в классическом релятивистском режиме, когда скорости заряда становятся значительными, но еще не существенны квантово-электродинамические эффекты и силы радиационного торможения (обсуждение этих эффектов приведено в Заключении).

## Исходные уравнения

Для плоских волн с линейной поляризацией, распространяющихся вдоль $z$, напряженности электрического $\mathbf{E}$ и магнитного $\mathbf{H}$ полей имеют вид

$$\mathbf{E} = E(z,t)\mathbf{e}_x, \quad \mathbf{H} = H(z,t)\mathbf{e}_y, \tag{1}$$

где $t$ — время, а $\mathbf{e}_x$ и $\mathbf{e}_e$ — единичные векторы вдоль осей $x$ и $y$ соответственно. Точные решения уравнений Максвелла, отвечающие однонаправленному распространению, записываются в форме [8]

$$E(z,t) = H(z,t) = E(z-ct) \tag{2}$$

при произвольной форме импульса $E(z-ct)$. При этом $c$ — скорость света в вакууме. Далее считаем импульс локализованным, обладающим конечной (на единицу поперечной площади) плотностью энергии.

Релятивистское уравнение движения частицы под действием силы $\mathbf{F}$ совпадает по форме с нерелятивистским вторым законом Ньютона

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}. \tag{3}$$

Здесь $\mathbf{p}$ — механический импульс частицы с массой $m$. Отличие от нерелятивистской механики состоит в форме связи импульса со скоростью частицы $\mathbf{v}$ [8]:

$$\mathbf{p} = \frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \tag{4}$$

При этом (кинетическая) энергия свободной частицы

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \tag{5}$$

При воздействии на заряд $q$ импульса электромагнитного излучения под $\mathbf{F}$ следует понимать силу Лоренца:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = q\mathbf{E} + \frac{q}{c}[\mathbf{v}\times\mathbf{H}]. \tag{6}$$

Опущенным аргументом функций $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ служит комбинация $z(t) - ct$, где $z(t)$ — продольная координата частицы. Будем считать, что до прихода импульса излучения частица неподвижна и расположена в начале координат ($\mathbf{p} = 0$ и $\mathbf{r} = 0$ при $t < 0$; $\mathbf{r} = (x, y, z)$ — радиус-вектор). Этого всегда можно достичь переходом в соответствующую систему отсчета.

Запись (6) по компонентам ведет к следующим уравнениям:

$$\frac{dp_z}{dt} = \frac{q}{c} E v_x, \quad \frac{dp_x}{dt} = qE\left(1 - \frac{v_z}{c}\right), \quad \frac{dp_y}{dt} = 0. \quad (7)$$

С учетом зависимости $E$ от $z$ для замыкания уравнений (7) к ним следует добавить соотношение $\frac{dz}{dt} = v_z$.

Из последнего уравнения в (7) с учетом нулевых начальных условий следует, что траектория частицы расположена в плоскости $(x, z)$:

$$p_y = 0, \quad y = 0. \quad (8)$$

Теперь, привлекая (4), можно представить (7) в виде системы двух уравнений

$$\frac{dp_x}{dt} = qE - qE \frac{p_z}{\sqrt{m^2c^2 + p_x^2 + p_z^2}},$$

$$\frac{dp_z}{dt} = qE \frac{p_x}{\sqrt{m^2c^2 + p_x^2 + p_z^2}}. \quad (9)$$

Поделив друг на друга первое и второе уравнения системы (9), найдем

$$\frac{1}{2} \frac{dp_x^2}{dp_z} = \sqrt{m^2c^2 + p_x^2 + p_z^2} - p_z. \quad (10)$$

Решением (10), удовлетворяющим нулевым начальным условиям, служит соотношение между ненулевыми компонентами импульса частицы

$$p_x^2 = 2mcp_z. \quad (11)$$

Важно, что в (10) и (11) не фигурирует профиль импульса излучения. Ввиду этого соотношение (11) служит обобщением на случай произвольных импульсов излучения соотношения, известного для однородного стационарного поля с ортогональными и равными по модулю электрической и магнитной напряженностями [8].

Соотношение (11) позволяет упростить вид динамических уравнений. В частности, связь продольных компонент скорости и импульса записывается в форме

$$\frac{v_z}{c} = \frac{1}{c} \frac{dz}{dt} = \frac{p_z}{mc + p_z}, \quad (12)$$

а второе из уравнений движения (9) сводится к следующему:

$$\frac{dp_z}{dt} = \sqrt{2mc}\, qE(z - ct) \frac{\sqrt{p_z}}{mc + p_z}. \quad (13)$$

Отсюда следует соотношение для продольной компоненты импульса частицы

$$\left(\frac{p_z}{mc}\right)^{1/2} + \frac{1}{3}\left(\frac{p_z}{mc}\right)^{3/2} = \frac{q}{\sqrt{2}mc} \int_0^t E\left(-c \int_0^{t'} \frac{dt''}{1 + [p_z(t'')/mc]}\right) dt'. \quad (14)$$

В частности, после окончания импульса излучения

$$\left(\frac{p_{z\infty}}{mc}\right)^{1/2} + \frac{1}{3}\left(\frac{p_{z\infty}}{mc}\right)^{3/2} = \frac{q}{\sqrt{2}mc} \int_0^\infty E\left(-c \int_0^t \frac{dt'}{1 + [p_z(t')/mc]}\right) dt. \quad (15)$$

Для медленного, заведомо нерелятивистского движения ($p = |\mathbf{p}| \ll mc$) найдем, что конечное состояние частицы полностью определяется электрической площадью импульса $S$:

$$S = \int_{-\infty}^{+\infty} E dt. \quad (16)$$

В этом случае знание электрической площади импульса позволяет определить по (15) конечный продольный импульс частицы, по (11) поперечный импульс и соответственно конечную энергию ускоренной заряженной частицы. Заметим, что условие $p = mc$ выполняется при $v = c/\sqrt{2}$, т.е. ниже порога проявления квантово-электродинамических эффектов. Однако для релятивистского движения результат зависит в общем случае и от формы импульса излучения, что требует его конкретизации. Здесь следует указать на возможности управлять формой даже предельно коротких импульсов излучения [3,5,9,10].

## Импульс излучения прямоугольной формы

Рассмотрим импульс излучения, для которого на интервале длительности $T$ амплитуда равна постоянной величине $E_m$, а вне этого интервала обращается в нуль:

$$E(z - ct) = \begin{cases} E_m, & -cT < z - ct < 0, \\ 0, & z - ct < cT, \quad z - ct > 0. \end{cases} \quad (17)$$

На протяжении времени воздействия импульса на частицу поле можно считать постоянным и однородным. При этом сравнительно простое движение частицы описывается указанным в [8] образом. Согласно (17), на первоначально неподвижную частицу, расположенную в начале координат, импульс излучения начинает воздействовать при $t = 0$. Момент окончания воздействия $t^*$ определяется условием

$$z(t^*) = c(t^* - T). \quad (18)$$

Опуская выкладки, которые отличаются от приведенных в [8], главным образом, обозначениями и упрощением за счет задания нулевой начальной скорости частицы, приведем простое соотношение для энергии частицы в момент времени $t^*$:

$$E^* = mc^2 + \frac{(qS)^2}{2m}. \tag{19}$$

Здесь электрическая площадь импульса $S = E_m T$. Естественно, что энергия частицы (как и ее импульс) не меняется в дальнейшие моменты времени.

## Заключение

Таким образом, представлено справедливое для произвольной формы импульса излучения соотношение (11) между компонентами импульса заряженной частицы, ускоряемой импульсом излучения. Оно записано в системе координат, в которой исходная частица (до взаимодействия с импульсом излучения) покоится, что достаточно, так как более общий случай сводится просто к переходу в другую инерциальную систему координат.

Показано, что электрическая площадь импульса позволяет полностью определить конечные характеристики ускоряемой заряженной частицы в нерелятивистском случае при произвольной форме импульса излучения (для нерелятивистских объектов аналогичный вывод содержится в [7]), а для (классических) релятивистских объектов — при форме импульса излучения, близкой к прямоугольной. В общем случае результат зависит и от самой формы импульса излучения. Это вызвано тем, что во время взаимодействия с частицей непрямоугольного импульса излучения поле в месте нахождения частицы меняется. Воздействие серии лазерных импульсов на заряд описывается последовательным применением полученных результатов с пересчетом напряженности поля при переходе к системе координат, в которой заряд неподвижен после предыдущего импульса.

Область применимости представленного рассмотрения ограничено пренебрежением, во-первых, квантово-электродинамическими эффектами и, во-вторых, торможением излучением (лоренцевыми силами трения) [8]. Эти эффекты становятся существенными в ультрарелятивистском режиме, если исходно неподвижный заряд под действием излучения с интенсивностью, превышающей пороговую $I = 1.37 \cdot 10^{18}\,\mathrm{W/cm^2}$, достигает скоростей, близких к скорости света; соотношение между классическими и квантово-электродинамическими эффектами в таком режиме анализировалось, например, в [11].

Результаты показывают, что эффективность воздействия предельно коротких импульсов на различные микрообъекты в широком диапазоне условий определяется не столько энергией импульса излучения, сколько электрической площадью этого импульса. Поэтому перспективной представляется разработка методов генерации квазиуниполярных импульсов. Такой вывод существен применительно к проектированию сверхмощных лазерных систем „экстремального света“ [12]. Примечательна здесь роль электрической площади, как и в ряде проблем электродинамики сплошных сред [13].

Эта работа поддержана и входит в план исследований по грантам РФФИ 16-02-00762 и 19-02-00312, также по Программе Президиума РАН по нелинейной динамике.

## Список литературы

[1] *Carbajo S., Nanni E.A., Liang Jie Wong, Moriena G., Keathley P.D., Laurent G., Dwayne Miller R.J., Kärtner F.X.* // Phys. Rev. Accel. Beams. 2016. V. 19. P. 021303. doi 10.1103/PhysRevAccelBeams.19.021303

[2] *Song X., Yang W., Zeng Z., Li R., Xu Z.* // Phys. Rev. A. 2010. V. 82. P. 053821. https://journals.aps.org/pra/abstract/10.1103/PhysRevA.82.053821

[3] *Arkhipov R.M., Pakhomov A.V., Babushkin I.V., Arkhipov M.V., Tolmachev Yu.A., Rosanov N.N.* // JOSA B. 2016. V. 33. N 12. P. 2518–2524. https://www.osapublishing.org/josab/abstract.cfm?uri=josab-33-12-2518

[4] *Архипов Р.М., Пахомов А.В., Архипов М.В., Бабушкин И., Толмачев Ю.А., Розанов Н.Н.* // Письма в ЖЭТФ. 2017. Т. 105. № 6. С. 388–400. http://www.jetpletters.ac.ru/ps/2151/article_32278.shtml

[5] *Pakhomov A.V., Arkhipov R.M., Babushkin I.V., Arkhipov M.V., Tolmachev Yu.A., Rosanov N.N.* // Phys. Rev. A. 2017. V. 95. N 1. P. 013804. https://journals.aps.org/pra/abstract/10.1103/PhysRevA.95.013804

[6] *Ziguleva D.O., Arkhipov R.M., Arkhipov M.V., Pakhomov A.V., Babushkin I., Rosanov N.N.* // Opt. Commun. 2018. V. 424. P. 170–176. https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0030401818303195

[7] *Розанов Н.Н.* // Опт. и спектр. 2018. Т. 125. № 6. С. 818.

[8] *Ландау Л.Л., Лифшиц Е.М.* Теория поля. М.: Наука, 1988. 512 с.

[9] *Weiner A.M.* // Opt. Commun. 2011. V. 284. N 15. P. 3669–3692.

[10] *Arkhipov R.M., Pakhomov A.V., Arkhipov M.V., Babushkin I., Tolmachev Yu.A., Rosanov N.N.* // Laser Physics. 2017. V. 27. N 5. P. 053001-10. Электронный ресурс. Режим доступа: http://iopscience.iop.org/article/10.1088/1555-6611/aa64b6/meta

[11] *Esirkepov T.Zh., Bulanov S.S., Koga J.K., Kando M., Kondo K., Rosanov N.N., Korn G., Bulanov S.V.* // Phys. Lett. A. 2015. V. 379. N 36. P. 2044–2054. doi 10.1016/j.physleta.2015.06.017

[12] Электронный ресурс. Режим доступа: https://eli-laser.eu/

[13] *Розанов Н.Н., Архипов М.В., Архипов Р.М.* // УФН. 2018. doi 10.3367/UFNr.2018.07.038386; *Rosanov N.N., Arkhipov M.V., Arkhipov R.M.* // Phys. Usp. 2018. doi 10.3367/UFNe.2018.07.038386