

05

Моделирование работы привода на основе изгибного силового элемента, выполненного из материала с эффектом памяти

© А.И. Прядко, А.В. Чикиряка,[¶] С.А. ПульневФизико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
194021 Санкт-Петербург, Россия[¶] e-mail: chikiryaka@mail.ru

(Поступило в Редакцию 14 сентября 2018 г.)

Рассмотрен линейный привод на основе изгибного силового элемента из материала с эффектом памяти формы, генерирующего полезную силу в одном направлении. Разработана математическая модель такого привода, которая позволяет связать его характеристики с функциональными свойствами материала с эффектом памяти формы. Полученные в безразмерном виде соотношения развиваемой силы и перемещения штока привода описывают поведение силового элемента в форме прутка из любого материала с эффектом памяти формы.

DOI: 10.21883/JTF.2019.04.47310.338-18

Введение

Материалы с эффектом памяти формы находят широкое применение в технике и медицине [1–3]. Технические применения таких материалов основаны на их способности преобразовывать подводимую тепловую энергию в механическую работу восстановления формы в процессе термоупругих мартенситных превращений [4–6]. При этом компоненты устройств, изготовленные из этих материалов, — функциональные силовые элементы — могут проявлять эффект памяти формы после деформации различного типа — кручения, растяжения, сжатия или изгиба. В работе [7] рассмотрены принципы построения линейных и вращательных циклических двигателей на основе силовых элементов, выполненных из материалов с памятью формы и подвергающихся растяжению. Расчет таких характеристик этих двигателей, как генерируемая сила и перемещение, базируется на предположении об однородности напряженно-деформированного состояния как в поперечном сечении, так и вдоль силового элемента. Это предположение позволяет связать свойства используемого материала с расчетными характеристиками двигателей, которые можно получить в виде функциональных зависимостей.

В случае использования в техническом устройстве силового элемента, подвергающегося изгибу, деформация и напряжение распределяются неравномерно по его поперечному сечению. Поэтому в настоящее время не существует расчетных моделей, связывающих характеристики таких устройств с функциональными свойствами материала, обладающего эффектом памяти формы. Вопрос расчета характеристик привода с силовым элементом, работающим на изгиб, и является предметом настоящей работы.

1. Модель линейного привода на основе изгибного элемента, выполненного из материала с эффектом памяти формы

1.1. Схема действия привода

Конструктивная схема линейного привода на основе изгибного силового элемента, генерирующего полезную силу в одном направлении, показана на рис. 1. Привод состоит из корпуса 1, силового элемента 2 и штока 3.

Шток установлен внутри корпуса в линейных направляющих 4. Силовой элемент шарнирно закреплен одним концом на корпусе, а вторым на штоке. В приводе реализуется схема изгиба силового элемента продольной силой δ .

Три последовательных состояния привода — начальное, в котором силовой элемент максимально изогнут и шток находится в начальной точке O_1 , одно из промежуточных и конечное, когда силовой элемент полностью разогнут, а шток находится в точке O_2 , показаны на рис. 1, a , b и c соответственно.

Нагрев силового элемента может осуществляться различными способами, как принудительно, например, путем пропускания тока непосредственно через силовой элемент или с помощью спирального нагревательного элемента, так и за счет изменения температуры окружающей среды.

Привод работает следующим образом: изогнутый силовой элемент 2 при нагревании постепенно разгибается и перемещает шток 3 из его начального положения O_1 в конечное O_2 . При перемещении штока из точки O_1 в точку O_2 на величину хода X_{\max} , линейный привод способен развивать полезную силу $F(X)$, преодолевая сопротивление внешней силы и выполняя при этом механическую работу.

Рассмотренный привод является приводом однократного действия, так как предварительно изогнутый си-

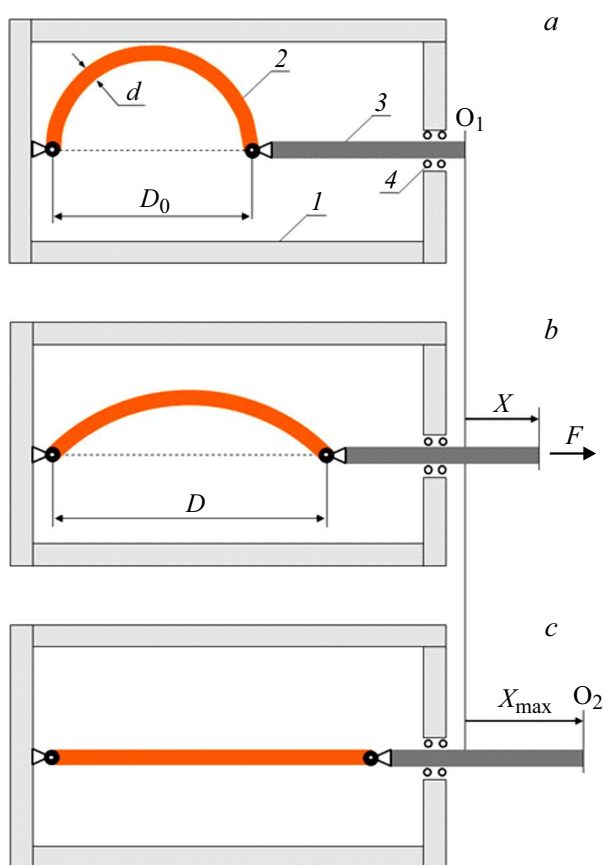


Рис. 1. Схема линейного привода: *a* — начальное, *b* — промежуточное и *c* — конечное состояния привода.

ловой элемент после проявления эффекта памяти формы останется в распрямленном состоянии. Следующее срабатывание привода станет возможным, если заново изогнуть силовой элемент внешней силой после его охлаждения. Такая процедура подготовки силового элемента требуется для каждого последующего срабатывания привода.

1.2. Математическая модель изгибного силового элемента

Основной составной частью рассмотренного выше линейного привода является силовой элемент, выполненный из материала с эффектом памяти формы. Основные характеристики привода: генерируемая сила, перемещение штока и совершаемая приводом полезная работа зависят от функциональных свойств материала силового элемента. Для описания работы силового элемента и исследования взаимосвязи свойств материала с характеристиками привода разработана математическая модель, которая базируется на следующих предположениях:

- силовой изгибный элемент представляет собой цилиндрический пруток диаметром d ;
- пруток изогнут по дуге окружности и сохраняет форму дуги в любом положении;

- деформация распределена по поперечному сечению прутка линейно в соответствии с гипотезой плоских сечений [8] (рис 2, *a*);
 - нормальные напряжения распределяются в поперечном сечении цилиндрического прутка (рис. 2, *b*) согласно схеме „пластического шарнира“ [8];
 - нормальные напряжения при постоянной температуре в процессе восстановления формы прутка сохраняют свою величину;
 - длина силового элемента S такова, что в начальном положении его форма представляет собой половину окружности с диаметром D_0 . В этом положении деформация прутка равна максимально возможной деформации эффекта памяти формы ε_{\max} материала прутка.
- В начальном положении пруток изогнут до максимальной деформации эффекта памяти формы ε_{\max} и

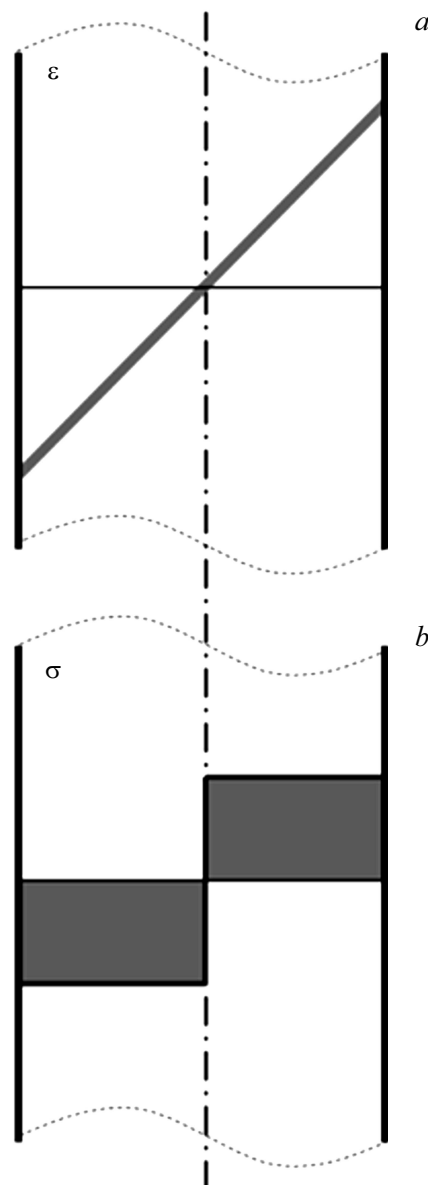


Рис. 2. Схема распределения деформаций (*a*) и нормальных напряжений (*b*) в поперечном сечении прутка.

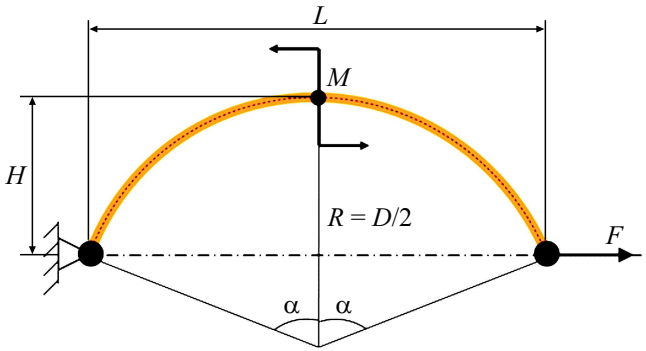


Рис. 3. Расчетная схема модели изгибного силового элемента.

представляет собой половину окружности с диаметром D_0 , который равен

$$D_0 = \frac{d}{\epsilon_{\max}}.$$

Длина прутка S равна половине окружности с диаметром D_0 :

$$S = \frac{\pi}{2} D_0 = \frac{\pi}{2} \frac{d}{\epsilon_{\max}}.$$

Расстояние между шарнирами, в которых закреплен изогнутый пруток, является функциональным размером L силового элемента привода и изменяется от его начального значения L_0 , равного диаметру D_0 , до конечного положения L_1 , в котором силовой элемент полностью распрямлен. Тогда

$$\begin{aligned} L_0 &= D_0, \\ L_1 &= S. \end{aligned}$$

Промежуточное значение размера L представлено на рис. 3 и определяется следующим образом:

$$L = 2R \sin \alpha,$$

где $2R = D$ — диаметр окружности, по которой изогнут пруток с деформацией ϵ :

$$D = \frac{d}{\epsilon},$$

ϵ — текущее значение деформации изогнутого прутка,

$$0 \leq \epsilon \leq \epsilon_{\max},$$

α — угол, равный половине центрального угла, опирающегося на дугу окружности с диаметром D , которая равна длине стержня S :

$$\alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{S}{R} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\epsilon}{\epsilon_{\max}}.$$

Тогда функциональный размер изгибного элемента L (рис. 3) можно выразить через текущую деформацию прутка и его диаметр

$$L(\epsilon) = \frac{d}{\epsilon} \sin \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\epsilon}{\epsilon_{\max}} \right).$$

Соответственно текущее значение перемещения штока привода X равно разности промежуточного L и начального L_0 функциональных размеров силового элемента:

$$\begin{aligned} X(\epsilon) &= L(\epsilon) - L_0 = \frac{d}{\epsilon} \cdot \sin \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\epsilon}{\epsilon_{\max}} \right) \\ &- d \cdot \frac{1}{\epsilon_{\max}} = \frac{d}{\epsilon_{\max}} \cdot \left\{ \frac{\epsilon_{\max}}{\epsilon} \sin \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\epsilon}{\epsilon_{\max}} \right) - 1 \right\}. \end{aligned} \quad (1)$$

Максимальное значение перемещения штока

$$X_{\max} = X(\epsilon \rightarrow 0) = L_1 - L_0 = \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right) \cdot \frac{d}{\epsilon_{\max}} = 0.57 \cdot L_0.$$

Максимальное перемещение штока привода можно выразить также через его диаметр

$$X_{\max} = L_1 - L_0 = \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right) \cdot \frac{d}{\epsilon_{\max}} = \frac{\pi - 2}{2} \cdot \frac{1}{\epsilon_{\max}} \cdot d. \quad (2)$$

Таким образом, максимальное изменение функционального размера для изгибного силового элемента составляет 57% от его начального значения.

Прогиб изогнутого прутка в середине его длины равен (рис. 3):

$$H(\epsilon) = R \cdot (1 - \cos \alpha) = \frac{d}{2 \cdot \epsilon} \cdot \left(1 - \cos \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\epsilon}{\epsilon_{\max}} \right). \quad (3)$$

В начальном положении при $\epsilon = \epsilon_{\max}$ прогиб максимален и равен половине диаметра исходной окружности

$$H_0 = H(\epsilon_{\max}) = \frac{d}{2 \cdot \epsilon_{\max}} \cdot \left(1 - \cos \frac{\pi}{2} \right) = \frac{d}{2 \cdot \epsilon_{\max}} = \frac{D_0}{2}.$$

В рассматриваемой схеме изгиба величина развиваемой силы при восстановлении формы прутка определяется как отношение изгибающего момента M в сечении прутка с максимальным прогибом к его величине H (рис. 3):

$$F = \frac{M}{H}, \quad (4)$$

где M — изгибающий момент в сечении, который определяется как

$$M = \sigma \cdot W_{pl} = \sigma \cdot \frac{d^3}{6},$$

где W_{pl} — пластический момент сопротивления круглого сечения [8]. Таким образом, продольная изгибающая сила будет равна

$$F(\epsilon) = \frac{M}{H(\epsilon)} = \sigma \cdot \frac{d^2}{3} \cdot \frac{\epsilon}{1 - \cos \left(\frac{\pi \epsilon}{2 \cdot \epsilon_{\max}} \right)}. \quad (5)$$

Стартовая сила в начальном положении штока

$$F_0 = \frac{M}{H_0} = \sigma \cdot \frac{d^2}{3} \cdot \epsilon_{\max}. \quad (6)$$

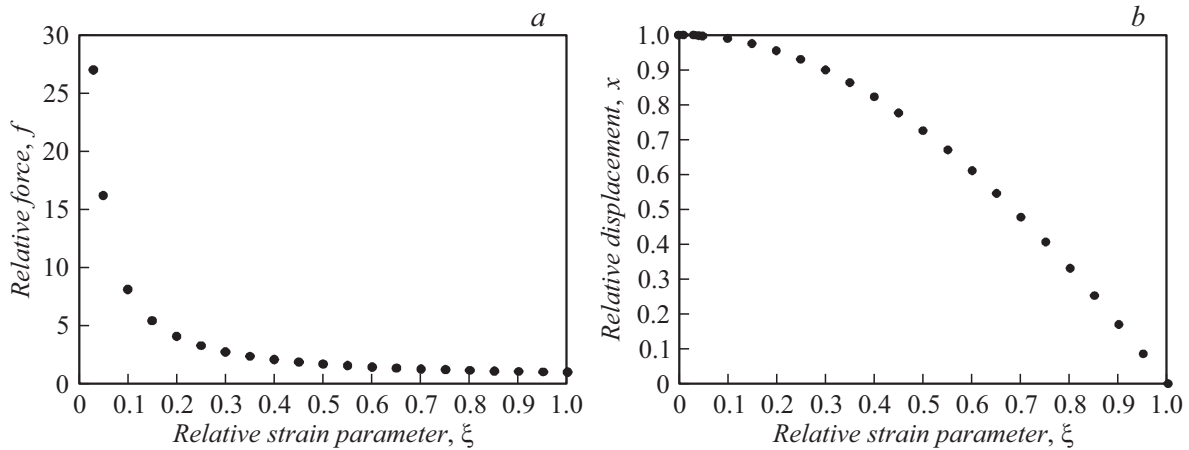


Рис. 4. Зависимости приведенных сил и перемещений от параметра относительной деформации ξ .

Полученные уравнения (1) и (5) описывают функциональные характеристики силового элемента — перемещение и генерируемую силу в зависимости от свойств материала прутка — максимальной деформации эффекта памяти формы ε_{max} , диаметра прутка d и генерируемых напряжений σ при нагреве силового элемента.

Функциональным параметром модели является текущее значение деформации ε , характеризующий процесс изменения формы изгибного силового элемента от максимально изогнутого с деформацией $\varepsilon = \varepsilon_{max}$ до распрямленного, когда $\varepsilon = 0$. Необходимо заметить, что генерируемые в материале напряжения σ зависят от температуры силового элемента, монотонно возрастая вплоть до некоторого критического значения температуры, после которого происходит деградация свойств памяти формы [9]. Это обстоятельство необходимо учитывать для конкретного технического применения с точки зрения температурных условий работы.

Для технических применений представляет интерес зависимость развиваемой приводом силы от перемещения штока. Для получения и исследования этой зависимости целесообразно преобразовать уравнения (1) и (5) к безразмерному виду. Для этого выразим перемещение штока и силу с учетом (2) и (6) следующим образом:

$$X(\varepsilon) = X_{max} \cdot \frac{2}{\pi - 2} \cdot \left\{ \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}\xi\right)}{\xi} - 1 \right\},$$

$$F(\varepsilon) = F_0 \cdot \xi \cdot \frac{1}{1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \xi\right)},$$

$$\xi = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{max}},$$

где ξ — параметр относительной деформации.

Тогда безразмерная система уравнений, моделирующая поведение силового элемента с учетом выражений для начальной силы (6) и максимального перемещения штока (2), примет вид

$$f(\xi) = \frac{F(\varepsilon)}{F_0} = \xi \cdot \frac{1}{1 - \cos\left(\frac{\pi}{2}\xi\right)}, \quad (7)$$

$$x(\xi) = \frac{X(\varepsilon)}{X_{max}} = \frac{2}{\pi - 2} \cdot \left\{ \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}\xi\right)}{\xi} - 1 \right\} \quad (8)$$

Полученные соотношения в безразмерном виде описывают характер, присущий изгибному силовому элементу и могут применяться для описания поведения силового элемента в виде прутка произвольного диаметра из любого материала с эффектом памяти формы.

2. Результаты и их обсуждение

Значения приведенных силы $f_i(\xi_i)$ и перемещения штока $x_i(\xi_i)$, рассчитанные по (7) и (8) при одинаковых значениях относительной деформации силового элемента ξ_i , показаны на рис. 4.

Получение зависимости приведенной развиваемой силы от приведенного перемещения штока, выраженной в аналитическом виде с помощью алгебраических выражений и элементарных функций, не представляется возможным, так как исходные выражения являются трансцендентными. Поэтому искомая зависимость может быть получена на основе рассчитанных выше дискретных значений $f_i(\xi_i)$ и $x_i(\xi_i)$ путем построения массива $f_i(x_i)$ для одних и тех же значений ξ_i . Эта зависимость представлена на рис. 5 в виде последовательности парных значений F_i и x_i . Промежуточные значения могут быть получены с помощью любого метода интерполяции по имеющемуся набору дискретных значений.

Полученную зависимость можно разделить на три характерных участка (рис. 5). На первом (I) из них при перемещениях от 0 до $0.8 \cdot X_{max}$ развиваемая сила практически линейно возрастает в два раза от начальной силы F_0 . На втором участке (II) от $0.8 \cdot X_{max}$ до $0.95 \cdot X_{max}$ при ходе $\Delta X = 0.15 \cdot X_{max}$ сила возрастает еще в два раза до $4 \cdot F_0$. И, наконец, на третьем завершающем участке (III), при еще меньшем перемещении $\Delta X = 0.05 \cdot X_{max}$, прутки распрямляются, а его прогиб H

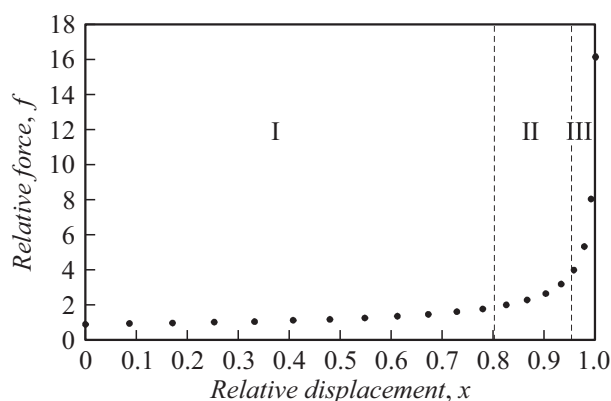


Рис. 5. Зависимость приведенной силы f от приведенного перемещения x .

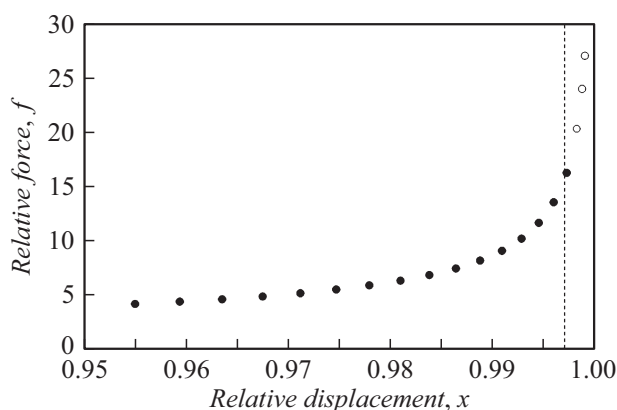


Рис. 6. Зависимость приведенной силы f от приведенного перемещения x на участке от $0.95 \cdot X_{\max}$ до X_{\max} .

стремится к нулю. Тогда рассчитываемая сила, согласно (4), должна стремиться к бесконечности. Очевидно, что модель в данном случае не описывает правильно поведение силового элемента.

Рассмотрим более подробно напряженно-деформированное состояние прутка на третьем участке, когда прогиб и изгибная деформация стремятся к нулю (рис. 6).

При прогибах H , меньших половины диаметра прутка d :

$$H \leq \frac{d}{2}, \quad (9)$$

напряженно-деформированное состояние в большей степени соответствует схеме внецентренного сжатия [8], так как происходит постепенная смена положения нейтральной оси, вследствие чего увеличивается область сечения, где действуют сжимающие напряжения. По этой причине перестают выполняться третье и четвертое базовые положения модели.

При условии (9) пограничное значение относительной деформации можно определить из (3) как

$$\xi^* = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{\max}} \leq \frac{8}{\pi^2} \cdot \varepsilon_{\max}.$$

Для наиболее распространенных сплавов с эффектом памяти формы на основе Ni–Ti максимальная деформация памяти формы составляет около 6% [10]. Принимая $\varepsilon_{\max} = 0.06$, получаем значение относительной деформации 0.05. Тогда относительные перемещение штока и сила составят:

$$x(\xi^*) = \frac{X(\xi^*)}{X_{\max}} \approx 0.997,$$

$$f(\xi^*) = \frac{F(\xi^*)}{F_0} \approx 16.$$

Граница применимости предложенной модели показана на рис. 6 штриховой линией.

Таким образом, предложенная модель связывает свойства материала с характеристиками привода и работает в диапазоне изменений функционального размера изгибного силового элемента $[0 - 0.997] \cdot X_{\max}$.

Заключение

Рассмотрен линейный привод с изгибным силовым элементом из материала с эффектом памяти формы, в котором реализована схема изгиба продольной силой. Максимальное перемещение штока привода достигает 57% от начального функционального размера изгибного силового элемента.

Предложена математическая модель, описывающая поведение такого силового элемента, которая устанавливает взаимосвязь между свойствами материала — максимальной деформации эффекта памяти формы, диаметра прутка и генерируемых напряжений и техническими характеристиками привода — перемещением штока и развиваемой при этом силы. Модель адекватно описывает поведение привода практически во всем диапазоне перемещений штока. Такая модель позволяет выполнять инженерные проекторочные расчеты основных характеристик привода.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ (проект № 16-19-00129).

Список литературы

- [1] Jani J., Leary M., Subic A. // J. Intellig. Mater. System. Structures. 2017. Vol. 28. N 13. P. 1699–1718.
- [2] Jani J., Leary M., Subic A., Gibson M. // Mater. Design. 2014. Vol. 56. P. 1078–1113.
- [3] Nespoli A., Besseghini S., Pittaccio S., Villa E., Viscuso S. // Sensors and Actuators A: Physical. 2010. A. Vol. 158. P. 149–160.
- [4] Малыгин Г.А., Николаев В.И., Пульнев С.А., Чикиряка А.В. // Письма ЖТФ. 2017. Т. 43. Вып. 24. С. 39–45. [Malygin G., Nikolaev V., Pulnev S., Chikiryaka A. // Tech. Phys. Lett. 2017. Vol. 43. N 12. P. 1109–1111.]
- [5] Николаев В.И., Егоров В.М., Малыгин Г.А., Пульнев С.А. // ФТТ. 2010. Т. 52. Вып. 11. С. 2263–2268. [Nikolaev V.I., Egorov V.M., Malygin G.A., Pulnev S.A. // Phys. Solid State. 2010. Vol. 52. N 11. P. 2419–2425.]

- [6] Николаев В.И., Пульнев С.А., Малыгин Г.А., Шнейзман В.В., Никаноров С.П. // ФТТ. 2008. Т. 50. Вып. 11. С. 2079–2083. [Nikolaev V.I., Pulnev S.A., Malygin G.A., Shpeizman V.V., Nikanorov S.P. // Phys. Solid State. 2008. Vol. 50. N 11. P. 2170–2174.]
- [7] Пульнев С.А., Прядко А.И., Ястребов С.Г., Николаев В.И. // ЖТФ. 2018. Т. 88. Вып. 6. С. 843–849. [Pulnev S.A., Priadko A.I., Yastrebov S.G., Nikolaev V.I. // Tech. Phys. 2018. Vol. 63. N 6. P. 817–823.]
- [8] Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. 592 с.
- [9] Пульнев С.А., Николаев В.И., Малыгин Г.А., Кузьмин С.Л., Шнейзман В.В., Никаноров С.П. // ЖТФ. 2006. Т. 76. Вып. 8. С. 42–45. [Pulnev S.A., Nikolaev V.I., Malygin G.A., Kuzmin S.L., Shpeizman V.V., Nikanorov S.P. // Tech. Phys. 2006. Vol. 51. N 8. P. 1004–1007.]
- [10] Naresh C., Bose C., Rao P. // Mater. Sci. Engineer. 2016. Vol. 149. P. 012054.