

09 Голографические интерферограммы вибрирующего тонкого дискового резонатора из пьезокерамики при асимметричном нагружении точечной массой

© В.А. Титов

Волгоградский государственный университет,
400062 Волгоград, Россия
e-mail: dvn1977@list.ru

(Поступило в Редакцию 18 марта 2018 г. В окончательной редакции 12 октября 2018 г.)

Приведены результаты визуализации деформаций основания свободного пьезокерамического резонатора в форме тонкого диска, полученные методом голографической интерферометрии, при интенсивном электрическом возбуждении на частотах антирезонанса радиальных мод. Передвижение нагружающей точечной массы по радиальной координате позволило уточнить идентификацию парциальных мод, их общее количество и энергетическое взаимодействие между ними. Четыре топологически совместимые радиальные моды составили единую моду, на которую при определенных в опыте граничных условиях накладывалась картина пучностей моды Лэмба и незримо присутствовала поршневая мода.

DOI: 10.21883/JTF.2019.04.47320.116-18

Введение

В твердых телах ограниченного размера возникают сложные типы упругих волн, являющиеся комбинацией продольных и поперечных волн. В настоящей работе рассмотрен тонкий диск из пьезоактивного материала со свободными границами, нормальные волны в котором распространяются благодаря электрическому возбуждению на определенных частотах.

В эксперименте применялось кратковременное интенсивное электрическое возбуждение дискового резонатора переменным полем, в амплитуде достигавшим одной трети от поляризующего поля. При такой интенсивности возбуждения неизбежно проявляются нелинейные эффекты в пьезоматериале. Интересен анализ тех устойчивых форм, в которые самоорганизуются элементарные продольные и поперечные упругие волны в диске на частоте антирезонанса. Визуализация посредством получения голографических интерферограмм (метод ГИ, HI-technique) [1] обнаружила ансамбль связанных мод, составивших единую моду. Будет ли в составе ансамбля представлено полное число колебательных степеней свободы тонкого диска в свободном состоянии? Качественному анализу способствовал примененный метод варьирования граничных условий при установке точечной массы на разных радиальных координатах. В частности, таким способом предположительно можно достигнуть селективного нагружения одной радиальной моды и обнаружить ее энергетическое взаимодействие с другими.

Простая физическая модель была применена для достижения селективного нагружения одной из двух взаимодействующих мод в [2]. Сдвиговая мода в тонкой пьезопластине сосуществовала с изгибными модами Лэмба. Последние отчетливо визуализировались мето-

дом ГИ [3]. Вибрирующая пьезопластина погружалась в маловязкую жидкость (дистиллированная вода, спирт) и изгибы оказывались нагруженными, а сдвиговая ТТ-мода практически не нагружалась. В жидкостях распространяются только продольные волны, а поперечные быстро затухают вблизи источника. В результате моды Лэмба не регистрировались на амплитудно-частотной характеристике (АЧХ) [4] и при визуализации ГИ.

В настоящей работе продолжено исследование единой моды тонкого диска, начатое в [5], с целью получения ответов на вопросы:

- 1) Каково общее количество парциальных мод в составе единой моды, все ли обнаруживаются методом ГИ?
- 2) Возможно ли сосуществование в тонком диске, наряду с топологическими совместимыми радиальными, еще каких-то мод?
- 3) Каковы условия на свободных границах тонкого диска, при которых активизируется изгибная мода?
- 4) Как перераспределяется энергия электрического возбуждения между нагруженной и ненагруженной радиальными модами?

Эксперимент

Исследуемой колебательной системой был тонкий диск из пьезокерамики ЦТС (PZT) диаметром 20 mm и толщиной $d = 1$ mm со сплошными электродами на основаниях, нанесенными посредством вжигания серебра. Свежеизготовленный по промышленной технологии диск имел поляризацию вдоль оси симметрии, т. е. создавалась преимущественная ориентация в доменной структуре кристаллитов в заданном направлении. Дисковый резонатор не подвергался состариванию. Он был избран из серии изделий по АЧХ. Выбор сделан по активности

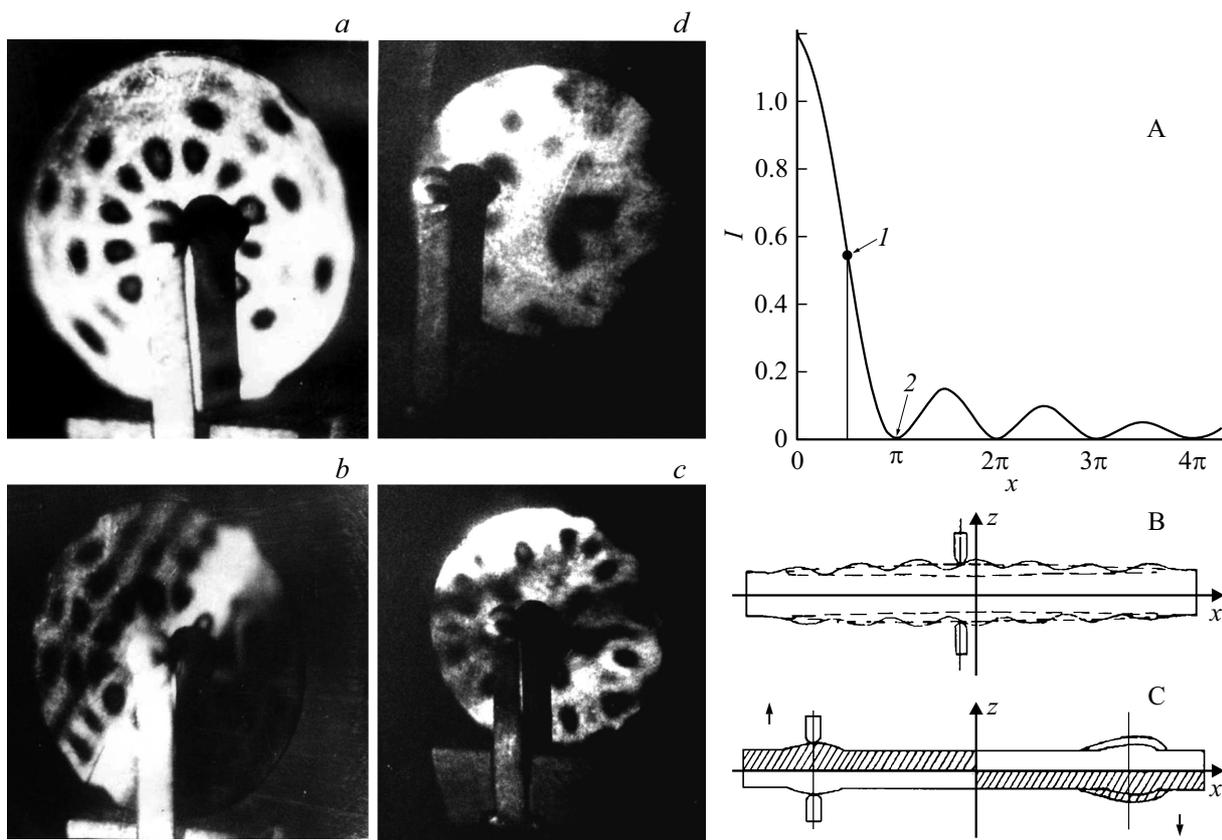


Рис. 1. Голографические интерферограммы тонкого пьезокерамического диска, резонирующего на частоте антирезонанса 290 kHz, при асимметричном нагружении точечной массой 0.5 g, перемещаемой по радиальной координате r . Радиус основания — R ; a — точечная масса в центре $r = 0$; b — координата груза $r_1 = 0.1R$; c — координата груза $r_2 = 0.2R$; d — селективное нагружение одной из радиальных мод-партнеров $r_3 = 0.65R$. Вставка А: распределение интенсивности $I(x)$ [1] на восстановленном изображении объекта, который движется при экспонировании по гармоническому закону. Вставка В: деформация основания диска при сосуществовании моды Лэмба s_0 и поршневой моды, не регистрируемой методом ГИ. Вставка С: вид сбоку тонкого диска; показана срединная плоскость и схема, иллюстрирующая сохранение импульса при асимметричном нагружении, а также взаимодействие мод-партнеров.

резонансных откликов на частотах 109 и 290 kHz. Электромеханическая система резонирует на этих частотах. Указанные частоты — это частоты вторых резонансов или антирезонансов f_a , на которых при визуализации методом ГИ регистрировались нормальные к плоскости основания смещения участков в пучностях мод. Установка частот при возбуждении резонатора уточнялась до единиц герц по нулю фазы. Во всей дискретной последовательности собственных частот названные выше резонансы были самыми активными.

Отличительной особенностью эксперимента стало применение режима большого сигнала при электрическом возбуждении. Интенсивное возбуждение обеспечивалось переменными полями с эффективными напряженностями 250 V/cm, чему соответствуют амплитудные значения $E_0 = 350$ V/cm. Это означает, что в пике возбуждающие поля достигали третьей части поляризуемого поля [6]. Они устанавливались на короткое время, необходимое для регистрации ГИ. Высокая интенсивность способствовала нелинейным проявлениям в

резонаторе из пьезокерамики цирконата титаната свинца (ЦТС). В резонаторе устанавливалось сложное упругое поле, в котором сосуществовали разрешенные с учетом компенсаций зарядов сплошным электродом, топологически совместимые на диске радиальные моды. И не только они, но и изгибная мода.

Пауэлл и Стетсон предложили метод анализа вибраций с усреднением во времени с использованием голографической схемы, позволяющей регистрировать комплексную амплитуду объектной световой волны [7]. Длительность экспозиции должна значительно превышать период колебаний площадок на поверхности объекта. Тогда на голограмме регистрируются световые волны, рассеянные от поверхности объекта, проходящей всю совокупность состояний при вибрации. При восстановлении эти волны интерферируют соответственно своей доле времени в общей экспозиции. Вклад в общую экспозицию поворотных состояний, иначе говоря — амплитудных отклонений, максимален. Можно говорить о двух экспозициях [1]. Интерференционная картина,

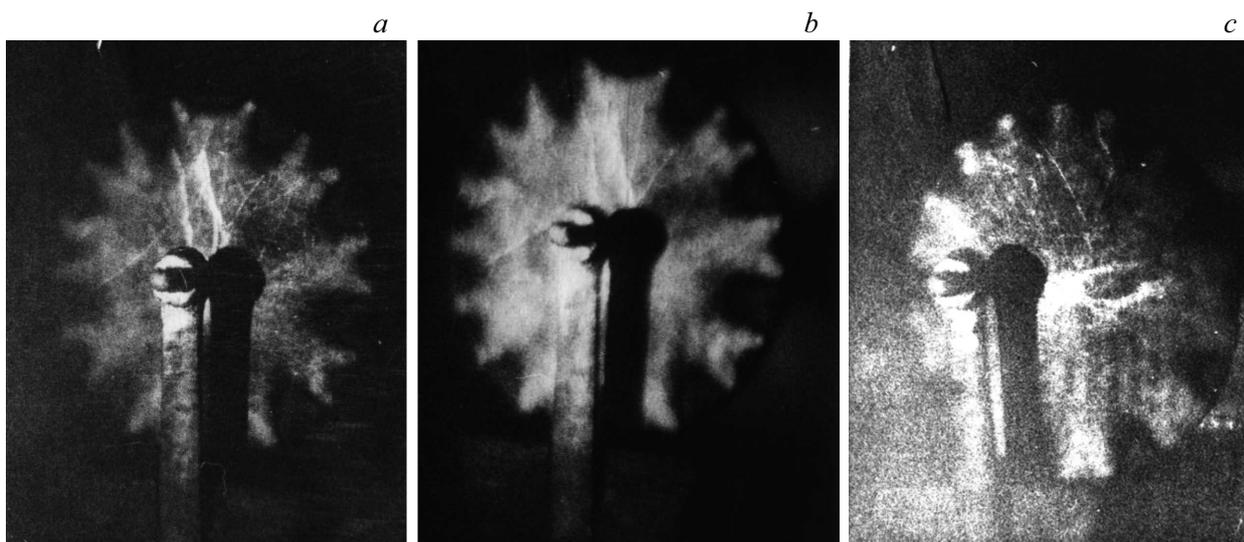


Рис. 2. Голографические интерферограммы тонкого диска, резонирующего на частоте 109 kHz (антрезонанс низкой радиальной моды) при различных положениях точечной нагружающей массы 0.5 g. Координаты груза: *a* — $r_1 = 0.1R$; *b* — $r_2 = 0.2R$; *c* — $r_3 = 0.65R$.

она же голографическая интерферограмма ГИ, дает представление об амплитудах вибраций различных точек объекта. Точки вибрирующей поверхности, для которых разность хода рассеянных световых волн в амплитудных положениях составляет нечетное число полувольт, дадут минимумы интенсивности, т. е. по ним будут проходить середины темных полос на ГИ.

На вставке А (рис. 1) приведен график распределения интенсивности света $I(x)$ на восстановленном изображении, где $x = 4\pi A/\lambda$, A — амплитуда колебаний поверхности, λ — длина волны лазера. Точка 2 на графике соответствует самым темным пятнам на всех ГИ (рис. 1 и 2). В работе использован He-Ne-лазер с $\lambda = 0.63 \mu\text{m}$, с длиной когерентности 15 см. Для достижения названной точки 2 пьезорезонатор возбуждался большим сигналом. Серебряные электроды предоставляли удовлетворительные условия для голографирования (неполированное серебряное зеркало). Регистрировались френелевские образы светового поля в тонких галогенидо-серебряных слоях промышленно изготовленных пластин.

Становится доступным прямое измерение числа и расположения пучностей и узловых площадок. На рис. 1 предствлены кольцевые структуры, появляющиеся при перемещении по радиальной координате, и пульсации пятен на каждом кольце при вращении по азимутальной координате. Черные пятна на ГИ соответствуют достижению упомянутой точки 2, и по ним было осуществлено прямое измерение амплитуд смещений в этих точках. Здесь $A_0 = \lambda/4$ — амплитуда, соответствующая $x = \pi$ (точка 2). Особо подчеркнем, что в опыте прямо была измерена величина $A_0 = 0.16 \mu\text{m}$.

Уместно отметить недостатки метода голографической интерферометрии, в частности, в примененной простой реализации с использованием $\lambda = 0.63 \mu\text{m}$:

- 1) поршневая мода не регистрируется вообще;
- 2) что же касается смещений точек поверхности, то за пределами чувствительности остаются точки с амплитудами $\lambda/12$;
- 3) имеющееся усреднение по времени и рассеяние от поворотных состояний (метод двух экспозиций) дает информативно обедненную картину в смысле потери фаз колебаний точек вибрирующей поверхности, а именно зарегистрировать противофазность мгновенных отклонений не представляется возможным.

На рис. 1 можно видеть визуализации, расположенные в верхнем ряду (рис. 1, *a, d*), на которых полосы мод Лэмба не регистрировались, и нижний ряд (рис. 1, *b, c*), на которых в полосах мод Лэмба смещения имели достаточные для регистрации методом ГИ значения.

На качестве полученных ГИ сказались оптические помехи при голографировании: тени от элементов конструкции зажима (токоведущих упругих полос с контактами) и блеск серебряных электродов под предметным лазерным пучком.

Применены две точечные нагружающие массы (по 0.5 g каждая) в виде серебряных контактов на концах двух пружинящих полос. Грузы максимально ускорялись при колебаниях в пучности, при этом сила инерции F_i нарастала по гармоническому закону. Влияние пружинящих полос считалось незначительным.

По амплитуде смещения в пучность моды $A_0 = 0.16 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ определены амплитуда скорости $V_0 = A_0 \cdot \omega$ и амплитуда ускорения $a_0 = A_0 \cdot \omega^2$, где $\omega = 2\pi f_a$. В итоге рассчитана амплитуда импульса груза $|p_0| = 1.5 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ и пиковое значение силы инерции $|F_{i0}| = 300 \text{ N}$. На площадке в 3 mm^2 месте контакта грузика и серебряного электрода давление в пике достигало высоких значений $p \approx 10^8 \text{ Pa}$.

В эксперименте создавалось асимметричное нагружение точечной массой 0.5 g, перемещаемой по радиальной координате r . На рис. 1 и 2 представлены наиболее характерные ГИ для позиций: $r_1 = 0.1R$; $r_2 = 0.2R$; $r_3 = 0.65R$, где R — радиус диска.

Обсуждение

В работе [5] не хватало инструментария для углубления детализации сосуществования топологически совместимых радиальных мод, изгибов и предполагаемой поршневой моды. Применение точечного асимметричного селективного нагружения парциальных радиальных мод восполнило этот недостаток лишь частично, поскольку представления о поршневой моде остались на уровне предположения, она упоминается в модельных представлениях по косвенным признакам. Уточнены отнесения, сделанные ранее для радиальных мод, и зарегистрированы ГИ моды Лэмба.

Далее будут рассмотрены два резонансных отклика на АЧХ. Они соответствуют единым модам: высокой с $f_{a2} = 290$ kHz и низкой с $f_{a1} = 10^9$ kHz. Начнем обсуждение с высокой. На рис. 1 представлены четыре ГИ. При центральном положении нагружающих масс $r = 0$ (рис. 1, *a*) обращают на себя внимание кольцевые структуры с плотным расположением горбов вдоль радиальной координаты, а также отсутствие потемнения в середине основания диска. Указанное позволяет на время отставить функцию Бесселя нулевого порядка ($m = 0$), как не подходящую для описания наблюдаемых кольцевых картин. Для четырех кольцевых структур введем нумерацию от центра к периферии — соответственно 1, 2, 3, 4. Причем четвертое кольцо локализуется на срезе диска.

Положение колец 1 и 3 соответствует положению горбов функции Бесселя первого порядка, $m = 1$, по радиальной координате, а колец 2 и 4 — горбам функции Бесселя второго порядка ($m = 2$). Далее эти две радиальные моды будут именоваться партнерскими. По азимутальной координате представляется размещение самосогласованных стоячих волн с индексами $n = 6$ и $n^* = 12$, которые определены по числу „пятен“ на кольце. Такие волны при интерференции дают азимутальные распределения с чередованием черных и серых пятен на интерферограмме. Вновь достигнутое, уточненное отнесение имеет результатом идентификацию теперь уже четырех радиальных мод, которым соотнесены следующие пары индексов m и n : $\{1; 6\}$, $\{1; 12\}$, $\{2; 6\}$, $\{2; 12\}$.

Посредством передвижения точечной массы по радиальной координате и установки в позицию $r_3 = 0.65R$ (см. рис. 1, *d*) удалось реализовать селективное нагружение одной из парциальных мод, а именно — моды, описываемой функцией Бесселя первого порядка ($m = 1$) на втором ее горбе (кольцо 3). Такое нагружение дало асимметричный отклик на кольце 2, соответствующем партнерской радиальной моде с $m = 2$. Уточним — ее

первому и второму горбам, поскольку есть еще изменения и в четвертом кольце. Мода с $m = 1$ ослабилась. Произошла перекачка потока энергии в ненагруженную партнерскую радиальную моду. Далее обратимся к вставке С на рис. 1, где приведена иллюстрация к наблюдаемому явлению взаимодействия радиальных партнерских мод, а именно сохранение импульса в замкнутой системе:

$0 = |\mathbf{p}_1| + |\mathbf{p}_2|$; $\mathbf{p}_1 = -\mathbf{p}_2$. Сообщение импульса \mathbf{p}_1 точечной массе горбом, соответствующим радиальному распределению с $m = 1$, вызвало антисимметричное нормальное смещение объема пьезоматериала, увеличенного по сравнению с прежним, соответственно — с большими массами и с захватом заметно увеличенных площадок на моде-партнере с $m = 2$. Образовался возросший $-\mathbf{p}^2$. В итоге в системе сохранился нулевой импульс.

Создание специальных граничных условий в виде нагружения точечной массой на координате r_1 привело к регистрации на ГИ моды Лэмба. До указанного нарушения ее амплитуды оставались за пределами чувствительности метода ГИ. Удивительно, что по „нелинейному механизму“ лэмбовская мода связана с радиальными. Резкая „раскачка“ моды Лэмба связывается с перераспределением энергетических потоков в ее пользу. Отчетливая регистрация положений пучностей на свободной поверхности пластины позволило произвести прямое измерение длины волны и рассчитать фазовую скорость объемных волн Лэмба в пьезокерамике цирконата титаната свинца: $c = 2 \cdot 10^3$ m/s. Численное значение согласуется со справочными данными. При $r_2 = 0.2R$ активность моды Лэмба снижается (см. рис. 1, *c*), но измерение длины волны дает прежний результат.

Известно, что при малых толщинах пластин d и выполнении условия $\frac{\omega \cdot d}{c_t} < 1$ в пластине возможно распространение волн Лэмба только нулевого порядка: симметричной — s_0 или антисимметричной — a_0 [8]. В указанном выше критерии $\omega = 2\pi f_{a2}$ — циклическая частота, c_t — фазовая скорость сдвиговых волн, d — толщина пластины. Расчет показал, что для рассматриваемого диска на частоте f_{a2} неравенство выполняется при $c = 2 \cdot 10^3$ m/s. Попутно заметим, что независимо от оконтуривания тонкой пластины, будь то прямоугольник или окружность в ней возникают лэмбовские моды.

Особенности граничных условий при r_1 и r_2 , приводящие к активизации моды Лэмба, предположительно объясняются наличием незарегистрированной на ГИ поршневой моды. Поскольку нормальные смещения большой площадки в срединной части круглого основания малы, они остаются за пределами чувствительности метода ГИ. Такая мода вдоль радиальной координаты описывается функцией Бесселя нулевого порядка $m = 0$.

Окончательно: четыре радиальные моды визуализированы, за пределами чувствительности метода визуализации осталась поршневая мода, определены условия резкой активизации моды Лэмба и получены ГИ для нее. В этом случае одновременно возникают все нормальные

колебания. Результирующая вибрация есть суперпозиция всех колебаний. Она не является гармонической. Действительно, интенсивный гармонический сигнал от генератора в пьезосреде из-за нелинейных эффектов создает негармоническое поле.

На рис. 2 показаны ГИ для низких радиальных мод, они получены при резонировании системы на частоте 109 kHz. На рис. 2, *a* осуществляется первое нагружение с координатой груза $r_1 = 0.1R$. Далее на рис. 2, *b* координата $r_2 = 0.2R$. Здесь наметившаяся тенденция усиливается и асимметричное нагружение отражается на одной из двух радиальных мод больше, чем на другой. Наконец, при $r_3 = 0.65R$ одна из двух мод заметно ослаблена, произошло перераспределение упругой энергии в пользу моды-партнера. Радиальное распределение обеих радиальных мод описывается функцией Бесселя первого порядка ($m = 1$), причем ее горб приходится на срез диска, а по азимуту одна мода имеет $n = 9$, назовем ее „старшей“, другая имеет индекс $n = 18$. (3D-реконструкция приводилась в [5]). Констатируем, что опыт по асимметричному нагружению точечной массой тонкого диска, вибрирующего на частоте 109 kHz, имеет своим результатом отчетливую идентификацию пары взаимодействующих мод $\{1; 9\}$ и $\{1; 18\}$. Если учитывать конкретный ход функции распределения по радиусу на восходящем участке перед первым горбом, то у старшей моды $\{1; 9\}$ он предположительно идет круче, потому нагружение при $r_2 = 0.2R$ привело к существенно более заметной асимметрии в нормальных смещениях на ее противоположной стороне.

Заключение

1. Применена методика асимметричного нагружения вибрирующего диска точечной массой, размещаемой на разных радиальных координатах. Установлена возможность селективного нагружения парциальных радиальных мод. Асимметричное нагружение одной моды приводит к противоположной асимметричности увеличенных смещений в пучности на кольцевой картине другой радиальной моды — партнерской. Противоположно лежащие участки пучности моды-партнера меняют свою конфигурацию и площадь. Модельные физические представления сводятся к сохранению импульса в замкнутой системе. Энергия электрического возбуждения перераспределяется — нагруженная мода ослабляется, а партнерская радиальная мода подпитывается энергией.

2. Рассчитана сила инерции и давление в точке установки нагрузки.

3. Уточнен состав ансамбля нормальных колебаний, свойственных изученной системе со сложным упругим полем. При электрическом возбуждении на высокой частоте 290 kHz система резонирует и в ней сосуществуют четыре радиальные моды с индексами $\{1; 6\}$, $\{1; 12\}$, $\{2; 6\}$, $\{2; 12\}$. Предполагается существование пятой, практически поршневой моды. Зарегистрирована

мода Лэмба нулевого порядка. Определены граничные условия для ее активизации. В состав нормальных колебаний, свойственных тонкому диску, следует внести моду Лэмба. Итого — шесть мод.

4. Исследованная электромеханическая система активно резонирует и на более низкой частоте 109 kHz. В этом случае сосуществуют две радиальные моды с индексами $\{1; 9\}$ и $\{1; 18\}$. Их пучности локализуются на срезе диска. И здесь допускается существование поршневой моды.

5. По голографической интерферограмме моды Лэмба произведено прямое измерение длины волны и рассчитана фазовая скорость объемных волн такого типа. Величина согласуется со справочными данными для керамического материала цирконата титаната свинца.

Список литературы

- [1] *Островский Ю.И., Бутусов М.М., Островская Г.В.* Голографическая интерферометрия. М.: Наука, 1977. 299 с.
- [2] А.с. № 951169 (СССР). *Лучанинов А.Г., Титов В.А., Шипкова И.Ю.* Опубл. в бюлл. Открытия. Изобретения. Пром. образцы. Товарные знаки. 1982. № 30.
- [3] *Титов В.А.* // ЖТФ. 2010. Т. 80. Вып. 6. С. 64–67. [*Титов В.А.* // Tech. Phys. 2010. Vol. 55. N 6. P. 818–821.]
- [4] Физическая акустика / Под. ред. У. Мезона, Р. Терстона. М.: Наука, 1973. 403 с.
- [5] *Титов В.А., Дмитриев С.М.* // ЖТФ. 2011. Т. 81. Вып. 9. С. 89–92. [*Титов В.А., Дмитриев С.М.* // Tech. Phys. 2011. Vol. 56. N 9. P. 1310–1313.]
- [6] *Яффе Б., Кук У., Яффе Г.* Пьезоэлектрическая керамика / Под ред. Л.А. Шувалова М.: Мир, 1974. 288 с.
- [7] *Powell R.L., Stetson K.A.* // JOSA. 1996. Vol. 55. P. 1593; *Stetson K.A., Powell R.L.* *ibid.* P. 1694.
- [8] *Викторов И.А.* Физические основы применения ультразвуковых волн Рэля и Лэмба в технике. М.: Наука, 1966. 300 с.