

03

## Отражение света слоем гиперболического метаматериала в случае распространения в нем особых неоднородных волн

© Н.С. Петров<sup>1</sup>, С.Н. Курилкина<sup>2</sup>, А.Б. Зимин<sup>3</sup>, В.Н. Белый<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Институт повышения квалификации по новым направлениям развития техники, технологий и экономики  
Белорусского национального технического университета,  
220107 Минск, Беларусь

<sup>2</sup> Институт физики им. Б.И. Степанова НАН Беларуси,  
220072 Минск, Беларусь

<sup>3</sup> Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники,  
220013 Минск, Беларусь

e-mail: s.kurilkina@ifanbel.bas-net.by

Поступила в редакцию 26.10.2018 г.

В окончательной редакции 26.10.2018 г.

Принята к публикации 06.11.2018 г.

Приведено решение граничной задачи об отражении электромагнитных волн слоем гиперболического метаматериала в условиях полного отражения на границе с ним и отсутствии явления двупреломления. В этом случае в нем возможно распространение так называемых особых неоднородных электромагнитных волн. Получены аналитические выражения для векторных амплитуд отраженных и прошедших слой волн, а также для распространяющихся в нем особых неоднородных электромагнитных волн, позволяющие рассчитать энергетические характеристики отраженного и прошедшего излучения для случая оптически одноосного метаматериала.

DOI: 10.21883/OS.2019.03.47373.311-18

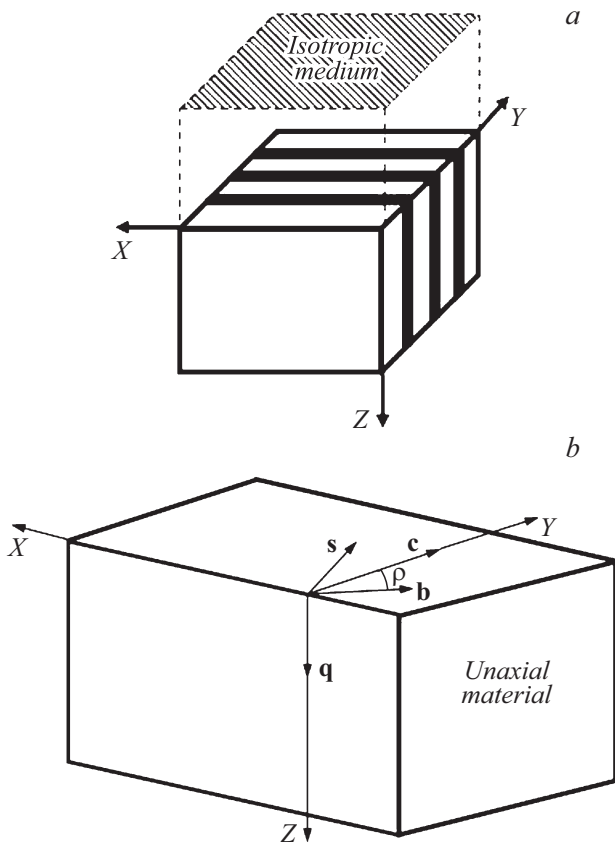
### Введение

В течение последнего десятилетия появилось большое число публикаций, посвященных исследованию метаматериалов, проявляющих электромагнитные свойства, не характерные для обычных изотропных и анизотропных сред [1,2]. Это обусловлено перспективами их использования для управления световыми пучками, в литографии, для получения изображений с субволновым разрешением [3,4]. Такие среды могут быть описаны усредненными (эффективными) проницаемостями (диэлектрической  $\epsilon$  и магнитной  $\mu$ ), отличающимися от таковых для образующих их материалов [5]. Эффективные проницаемости метаматериалов существенно зависят от геометрических размеров нановключений и их взаимного расположения. Таким образом, путем изменения данных параметров можно получать электромагнитный отклик среды и, следовательно, достигать эффективных значений  $\epsilon$  и  $\mu$ , невозможных для естественных анизотропных материалов.

Одним из видов метаматериалов являются гиперболические метаматериалы (ГММ), для которых предполагается  $\mu \approx 1$ , а описывающий их диагональный тензор диэлектрической проницаемости  $\epsilon = \text{diag}\{\epsilon_o, \epsilon_o, \epsilon_e\}$  имеет главные значения проницаемостей (поперечной  $\epsilon_o$  и продольной  $\epsilon_e$ ), различающиеся знаком [6]. Это обуславливает появление гиперболической (а не эл-

липтической, наблюдаемой у обычных диэлектриков) дисперсии.

Ряд важных практических применений метаматериалов (в частности, в сенсорике, ближнепольной микроскопии, в системах получения изображений) обусловлен особенностями формируемых в них электромагнитных волн. Среди них особое место занимают неоднородные волны, у которых плоскости равных фаз и равных амплитуд не параллельны между собой. Такие волны возникают, например, в прозрачных средах при полном отражении света, а также при наклонном падении излучения в поглощающих (усиливающих) материалах. В монографии [7] показана возможность существования неоднородных волн особого вида, удовлетворяющих уравнениям Максвелла, векторная амплитуда которых изменяется с глубиной проникновения волны в кристалл не по экспоненциальному, а более сложному закону. Такие особые неоднородные волны возникают, в частности, при полном отражении в оптически одноосном прозрачном кристалле при отсутствии в нем явления двулучепреломления [8]. В работе [9] показана возможность распространения подобных неоднородных волн особого типа на границе гиперболического метаматериала. В настоящей работе рассмотрен более реальный случай, а именно отражение света анизотропным слоем метаматериала.



**Рис. 1.** Схема рассматриваемой структуры (а) и ее представление в приближении эффективной среды (b).  $\mathbf{c}$  — единичный вектор вдоль оптической оси,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{q}$ ,  $\mathbf{s}$  — тройка единичных векторов, где  $\mathbf{q}$  — вектор, ортогональный границе раздела,  $(\mathbf{c}, \mathbf{q})$  — главная плоскость анизотропной среды,  $(\mathbf{b}, \mathbf{q})$  — плоскость падения световой волны, повернутая относительно главной плоскости на угол  $\rho$ .

### Особенности отражения света слоем гиперболического метаматериала в случае распространения в нем неоднородных волн особого типа

Пусть изотропная среда с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_1$  граничит со слоем гиперболического метаматериала, характеризуемого тензором диэлектрической проницаемости  $\varepsilon = \text{diag}\{\varepsilon_o, \varepsilon_o, \varepsilon_e\} = \varepsilon_o + \delta \mathbf{c} \cdot \mathbf{c}$ , где  $\delta = \varepsilon_e - \varepsilon_o$ ,  $\mathbf{c}$  — единичный вектор вдоль оптической оси (точка между векторами обозначает их диадное произведение). В дальнейшем будем использовать систему координат, ось  $z$  которой направлена внутрь анизотропной среды, а ее начало совпадает с входной гранью слоя (рис. 1).

Пусть на границу раздела изотропного диэлектрика и слоя ГММ падает однородная линейно поляризованная электромагнитная волна в условиях полного отражения при отсутствии в анизотропной среде явления двупреломления.

При решении поставленной задачи будем исходить из уравнений Максвелла

$$\text{rot } \mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0, \quad \text{rot } \mathbf{H} - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = 0, \quad (1)$$

где  $\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$  ( $\mu = 1$ ), т.е. будем считать среды немагнитными.

Представим векторы напряженности электрического поля падающей из изотропного диэлектрика ( $\mathbf{E}_1$ ) и отраженной ( $\mathbf{E}'_1$ ) анизотропным слоем плоских волн, гармонически зависящих от времени ( $\sim e^{-i\omega t}$ ), в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1 &= (A_1 \mathbf{s} + B_1 [\mathbf{n}_1 \mathbf{s}]) \exp(i\varphi_1), \\ \mathbf{E}'_1 &= (A'_1 \mathbf{s} + B'_1 [\mathbf{n}'_1 \mathbf{s}]) \exp(i\varphi'_1). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $A_1(B_1)$  и  $A'_1(B'_1)$  — амплитуды волн с векторами поляризации, ориентированными соответственно перпендикулярно и параллельно плоскости падения,  $\varphi_1 = k \mathbf{m}_1 \mathbf{r}$ ,  $\varphi'_1 = k \mathbf{m}'_1 \mathbf{r}$  ( $\mathbf{r}$  — радиус-вектор),  $k$  — волновое число в вакууме  $\mathbf{m}_1$  и  $\mathbf{m}'_1$  — так называемые векторы рефракции этих волн [2], которые можно представить в виде

$$\mathbf{m}_1 = n_1 \mathbf{n}_1 = \xi \mathbf{b} + \eta_1 \mathbf{q}, \quad \mathbf{m}'_1 = n_1 \mathbf{n}'_1 = \xi \mathbf{b} - \eta_1 \mathbf{q}, \quad (3)$$

причем для них имеют место соотношения

$$\mathbf{m}_1^2 = (\mathbf{m}'_1)^2 = n_1^2 = \varepsilon_1 = \xi^2 + \eta_1^2, \quad (3a)$$

где  $n_1 = \sqrt{\varepsilon_1}$  — показатель преломления изотропной среды, из которой падает излучение,  $\mathbf{n}_1$  и  $\mathbf{n}'_1$  — единичные векторы в направлении распространения фазы волны,  $\xi = n_1 \sin \alpha$ ,  $\eta_1 = n_1 \cos \alpha$ ,  $\alpha$  — угол, изменяющийся в интервале  $\alpha_0 \leq \alpha \leq \pi/2$  ( $\varepsilon_0 \leq \xi^2 \leq \varepsilon_1$ ),  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{q}$  и  $\mathbf{s}$  — тройка взаимно перпендикулярных ортов ( $\mathbf{b}$  — вдоль границы раздела сред,  $\mathbf{q}$  — нормаль к границе анизотропной среды, направленная вглубь нее,  $\mathbf{s}$  — нормаль к плоскости падения ( $\mathbf{s} = [\mathbf{b}\mathbf{q}]$ ) (рис. 1, b)).

Векторы напряженности магнитного поля  $\mathbf{H}$  также определяются из уравнений (1), откуда для случая плоских волн следует  $\mathbf{H} = [\mathbf{m}\mathbf{E}]$ . Тогда

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_1 &= (A_1 [\mathbf{m}_1 \mathbf{s}] - n_1 B_1 \mathbf{s}) \exp(i\varphi_1), \\ \mathbf{H}'_1 &= (A'_1 [\mathbf{m}'_1 \mathbf{s}] - n_1 B'_1 \mathbf{s}) \exp(i\varphi'_1). \end{aligned} \quad (4)$$

Для распространяющихся в анизотропном слое особых неоднородных волн воспользуемся соответствующими выражениями для векторов напряженности электрического и магнитного полей волны, приведенными в [9]:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(ik\mathbf{m}_0 \mathbf{r}), \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}_0 \exp(ik\mathbf{m}_0 \mathbf{r}), \quad (5)$$

где  $\mathbf{m}_0 = \xi \mathbf{b} + i\gamma \mathbf{q}$ ,  $\gamma = \sqrt{\xi^2 - \mathbf{m}_0^2}$ , ( $\mathbf{m}_0^2 = \varepsilon_0$ ). Здесь в наших обозначениях

$$\mathbf{E}_0 = C_1 \mathbf{N} + C_2 (\mathbf{d} + \delta \xi' \mathbf{N}),$$

$$\mathbf{H}_0 = \frac{1}{ik} \text{rot} \mathbf{E}_0 = C_1 [\mathbf{m}_0 \mathbf{N}] + C_2 (\mathbf{d}' + \delta \xi' [\mathbf{m}_0 \mathbf{N}]), \quad (6a)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{N} &= [\mathbf{m}_0 \mathbf{c}], \quad \mathbf{d} = \delta \mathbf{q} - 2\xi [\mathbf{m}_0 \mathbf{s}], \\ \mathbf{d}' &= [\mathbf{m}_0 \mathbf{d}] - \delta \gamma \mathbf{c}, \quad \mathbf{c} = (\sqrt{\varepsilon_0} \mathbf{b} + \gamma \mathbf{s}) / \xi, \\ \delta &= \varepsilon_e - \varepsilon_0, \quad \xi' = k \mathbf{q} \mathbf{r} = kz. \end{aligned} \quad (6b)$$

Аналогично для отраженных от второй (выходной) границы анизотропного слоя особых волн имеем

$$\mathbf{E}' = \mathbf{E}'_0 \exp(ik \mathbf{m}'_0 \mathbf{r}), \quad \mathbf{H}' = \mathbf{H}_0 \exp(ik \mathbf{m}'_0 \mathbf{r}), \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{E}'_0 &= C'_1 \mathbf{N}_1 + C'_2 (-\mathbf{d}_1 + \delta \xi' \mathbf{N}_1), \\ \mathbf{H}'_0 &= C'_1 [\mathbf{m}'_0 \mathbf{N}_1] + C'_2 (-\mathbf{d}'_1 + \delta \xi' [\mathbf{m}'_0 \mathbf{N}_1]). \end{aligned} \quad (8a)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \mathbf{N}_1 &= [\mathbf{m}'_0 \mathbf{c}], \quad \mathbf{d}_1 = \delta \mathbf{q} - 2\xi [\mathbf{m}'_0 \mathbf{s}], \quad \mathbf{d}'_1 = [\mathbf{m}'_0 \mathbf{d}_1] + \delta \gamma \mathbf{c}, \\ \mathbf{m}'_0 &= \xi \mathbf{b} - i\gamma \mathbf{q}, \quad (\mathbf{m}'_0{}^2 = \varepsilon_0), \end{aligned} \quad (8b)$$

Векторы электрического и магнитного полей волны, прошедшей анизотропный слой, представим в виде, аналогичном выражениям для  $\mathbf{E}_1$  ( $\mathbf{E}'_1$ ) и  $\mathbf{H}_1$  ( $\mathbf{H}'_1$ ), а именно

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_2 &= (A_2 \mathbf{s} + B_2 [\mathbf{n}_2 \mathbf{s}]) \exp(ik \mathbf{m}_2 \mathbf{r}), \\ \mathbf{H}_2 &= (A_2 [\mathbf{m}_2 \mathbf{s}] - n_2 B_2 \mathbf{s}) \exp(ik \mathbf{m}_2 \mathbf{r}), \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\mathbf{m}_2 = \xi \mathbf{b} + \eta_2 \mathbf{q}$ ,  $\eta_2 = \sqrt{\mathbf{m}_2^2 - \xi^2}$ , ( $\mathbf{m}_2^2 = \varepsilon_2 = n_2^2$ ),  $n_2$  — показатель преломления изотропной среды, граничащей с анизотропным слоем с другой его стороны.

Используя стандартные граничные условия, можно получить соотношения для амплитуд всех указанных выше волн. В нашем случае граничные условия имеют вид [10]: для первой границы ( $\xi' = kz = 0$ )

$$[\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}'_1 - \mathbf{E} - \mathbf{E}', \mathbf{q}] = 0, \quad \mathbf{H}_1 + \mathbf{H}'_1 - \mathbf{H} - \mathbf{H}' = 0 \quad (10a)$$

и для второй границы ( $\xi' = kz = kh$ )

$$[\mathbf{E} + \mathbf{E}' - \mathbf{E}_2, \mathbf{q}] = 0, \quad \mathbf{H} + \mathbf{H}' - \mathbf{H}_2 = 0. \quad (10b)$$

Подставляя в эти векторные равенства выражения (2), (4)–(8) для соответствующих волн, после выполнения определенных вычислительных процедур, получим систему уравнений для нахождения восьми скалярных амплитуд  $A'_1$  ( $B'_1$ ),  $C_1$  ( $C'_1$ ),  $C_2$  ( $C'_2$ ),  $A_2$ ,  $B_2$ , т.е. систему с восемью неизвестными, а именно:

$$\begin{aligned} A_1 \mathbf{b} [\mathbf{m}_1 \mathbf{s}] + A'_1 \mathbf{b} [\mathbf{m}'_1 \mathbf{s}] - \mathbf{b} \mathbf{H}_0 - \mathbf{b} \mathbf{H}'_0 &= 0, \\ A_1 \mathbf{q} [\mathbf{m}_1 \mathbf{s}] + A'_1 \mathbf{q} [\mathbf{m}'_1 \mathbf{s}] - \mathbf{q} \mathbf{H}_0 - \mathbf{q} \mathbf{H}'_0 &= 0, \\ B_1 \mathbf{b} [\mathbf{n}_1 \mathbf{s}] + B'_1 \mathbf{b} [\mathbf{n}'_1 \mathbf{s}] - \mathbf{b} \mathbf{E}_0 - \mathbf{b} \mathbf{E}'_0 &= 0, \\ n_1 B_1 + n_1 B'_1 + \mathbf{s} \mathbf{H}_0 + \mathbf{s} \mathbf{H}'_0 &= 0, \\ A_2 \mathbf{b} [\mathbf{m}_2 \mathbf{s}] \exp(i\psi) - \mathbf{b} \mathbf{H}_0 \exp(-\vartheta) - \mathbf{b} \mathbf{H}'_0 \exp(\vartheta) &= 0, \\ A_2 \mathbf{q} [\mathbf{m}_2 \mathbf{s}] \exp(i\psi) - \mathbf{q} \mathbf{H}_0 \exp(-\vartheta) - \mathbf{q} \mathbf{H}'_0 \exp(\vartheta) &= 0, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\eta_1 B_2 \exp(i\psi) - n_1 \mathbf{b} \mathbf{E}_0 \exp(-\vartheta) - n_1 \mathbf{b} \mathbf{E}'_0 \exp(\vartheta) = 0,$$

$$n_2 B_2 \exp(i\psi) + \mathbf{s} \mathbf{H}_0 \exp(-\vartheta) + \mathbf{s} \mathbf{H}'_0 \exp(\vartheta) = 0.$$

Здесь  $\vartheta = \gamma \xi'$ ,  $\psi = \eta_1 \xi'$ , причем далее принято  $n_2 = n_1$ , ( $\eta_2 = \eta_1$ ), т.е. окружающие анизотропный слой изотропные среды одинаковы.

Раскрывая входящие в эти уравнения скалярные произведения соответствующих векторов с учетом соотношений (2), (6)–(9), систему уравнений (11) можно преобразовать к следующему виду:

$$\begin{aligned} \eta_1 \xi' / (n\gamma) (A_1 - A'_1) &= \gamma (C_1 + C'_1) - \delta (C_2 - C'_2), \\ \eta_1 \xi' / (n\gamma) A_2 \exp(i\psi) &= \gamma (C_{1\vartheta} + C'_{1\vartheta}) \\ &+ \delta (\vartheta - 1) C_{2\vartheta} + \delta (\vartheta + 1) C'_{2\vartheta}, \\ -\xi (A_1 + A'_1) &= in\gamma (C_1 - C'_1), \\ -\xi A_2 \exp(i\psi) &= in(\gamma (C_{1\vartheta} - C'_{1\vartheta}) + \delta \vartheta (C_{2\vartheta} - C'_{2\vartheta})), \\ -n_1 \xi / \varepsilon_0 (B_1 + B'_1) &= -\gamma (C_1 + C'_1) + (2\xi^2 + \delta) (C_2 - C'_2), \\ -n_1 \xi / \varepsilon_0 B_2 \exp(i\psi) &= -\gamma (C_1 + C'_{1\vartheta}) - \delta \vartheta (C_{2\vartheta} + C'_{2\vartheta}) \\ &+ (2\xi^2 + \delta) (C_{2\vartheta} - C'_{2\vartheta}), \\ \eta_1 / n_1 (B_1 + B'_1) &= i\gamma^2 / \xi (C_1 - C'_1) - 2i\gamma \xi (C_2 + C'_2), \\ \eta_1 / n_1 B_2 \exp(i\psi) &= i\gamma^2 / \xi (C_{1\vartheta} + C'_{1\vartheta}) \\ &- 2i\gamma \xi (C_{2\vartheta} + C'_{2\vartheta}) + i\gamma \delta \vartheta / \xi (C_{2\vartheta} - C'_{2\vartheta}). \end{aligned} \quad (12)$$

Здесь  $n = \sqrt{\varepsilon_0}$ ,  $C_{1\vartheta} = C_1 \exp(-\vartheta)$ ,  $C_{2\vartheta} = C_2 \exp(-\vartheta)$ ,  $C'_{1\vartheta} = C'_1 \exp(\vartheta)$ ,  $C'_{2\vartheta} = C'_2 \exp(\vartheta)$ .

Исключая в (12) амплитуды  $A'_1$ ,  $B'_1$ ,  $A_2$ ,  $B_2$ , получим систему четырех уравнений вида

$$\begin{aligned} 2\eta_1 \xi' / (n\gamma) A_1 + ip^* C_1 - ip C'_1 + \delta (C_2 - C'_2) &= 0, \\ 2n_1 \eta_1 \xi B_1 - \gamma u C_1 - \gamma u^* C'_1 + (\varepsilon_0 \eta_1 \delta + 2\xi^2 u) C_2 \\ &- (\varepsilon_0 \eta_1 \delta + 2\xi^2 u^*) C'_2 = 0, \\ p C_{1\vartheta} + i\delta (1 - ip\xi') C_{2\vartheta} - p^* C'_{1\vartheta} - i\delta (1 - ip^* \xi') C'_{2\vartheta} &= 0, \\ \gamma u^* C_{1\vartheta} + \gamma u C'_{1\vartheta} - [\varepsilon_0 \eta_1 \delta + (2\xi^2 - \delta \vartheta) u^*] C_{2\vartheta} \\ &+ [\varepsilon_0 \eta_1 \delta + (2\xi^2 + \delta \vartheta) u] C'_{2\vartheta} = 0, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $p = \eta_1 - i\gamma$ ,  $u = \varepsilon_0 \eta_1 + i\varepsilon_1 \gamma$ .

Таким образом, получена система четырех алгебраических уравнений относительно неизвестных  $C_1$  ( $C_2$ ),  $C'_1$  ( $C'_2$ ) (последние входят в соответствующие выражения (6), (8) для  $\mathbf{E}_0$  ( $\mathbf{E}'_0$ ) и  $\mathbf{H}_0$  ( $\mathbf{H}'_0$ )).

Заметим, что при  $z \rightarrow \infty$  ( $C'_1 = C'_2 = 0$ ) последние два уравнения выполняются тождественно, а из первых двух следуют выражения для  $C_1$  и  $C_2$ , совпадающие с соответствующими выражениями для случая отражения от границы раздела с полубесконечным гиперболическим метаматериалом. В этом случае нетрудно получить также выражения для амплитуд  $A'_1$  и  $B'_1$  отраженной волны, которые в конечном счете определяют соответствующие

амплитудные (и энергетические) коэффициенты отражения. Для них имеют место следующие соотношения:

$$A'_1 = 1/\Delta\{2\xi^2 pu + \delta(\varepsilon_0\eta_1^2 - \varepsilon_1\gamma^2)\}A_1 - 2\eta_1\gamma\sqrt{\varepsilon_o\varepsilon_1}\delta B_1\},$$

$$B'_1 = 1/\Delta\{2\xi^2 p^*u^* + \delta(\varepsilon_0\eta_1^2 - \varepsilon_1\gamma^2)\}B_1 + 2\eta_1\gamma\sqrt{\varepsilon_o\varepsilon_1}\delta A_1\},$$
(14)

где  $\Delta = \xi^2[2p^*u + \delta(\varepsilon_0 - \varepsilon_1)]$ .

Так как амплитуды отраженной волны являются комплексными величинами, то отраженная волна  $E'_1$  является эллиптически поляризованной ( $[E'_1 E'^*_1] \neq 0$ ). Нетрудно убедиться, что в этом случае энергетический коэффициент отражения  $R$ , определяемый как отношение  $|E'_1|^2/|E_1|^2$ , равен единице,

$$R = \frac{|E'_1|^2}{|E_1|^2} = \frac{|A'_1|^2 + |B'_1|^2}{|A_1|^2 + |B_1|^2} = 1,$$
(15)

что и доказывает наличие явления полного отражения.

Отметим, что, поскольку амплитуды отраженной волны содержат обе составляющие падающей волны, то общепринятое определение амплитудных коэффициентов отражения для изотропных сред  $r_s = |A'_1|/|A_1|$  и  $r_p = |B'_1|/|B_1|$  здесь, очевидно, неприемлемо вследствие невыполнимости условия равенства единице соответствующих энергетических коэффициентов, т.е.  $R_s = |r_s|^2 \neq 1$  и  $R_p = |r_p|^2 \neq 1$ , что не должно быть в случае полного отражения. Поэтому в данном случае амплитудные коэффициенты отражения можно корректно ввести (имея в виду соотношение (15)) следующим образом:  $r_s = |A'_1|/|E_1|$  и  $r_p = |B'_1|/|E_1|$ . При таком определении энергетический коэффициент отражения для случая полубесконечной анизотропной среды  $R = |r_s|^2 + |r_p|^2 = 1$ .

Для случая, когда углы падения  $\alpha$  близки к предельному углу полного отражения ( $\sin \alpha_0 = \sqrt{\varepsilon_0/\varepsilon_1}$ ), а толщина слоя удовлетворяет условию  $h/\lambda \leq 1$ , т.е. когда величины  $\xi' = kh$  и  $\vartheta = \gamma\xi'$  весьма малы, из (12) можно получить, что при изменении поляризации падающей волны энергетический коэффициент отражения изменяется от максимального значения  $R_{\max}$  до минимального  $R_{\min}$ , которые при  $\vartheta \ll 1$  пропорциональны  $\vartheta^2$  и удовлетворяют уравнениям

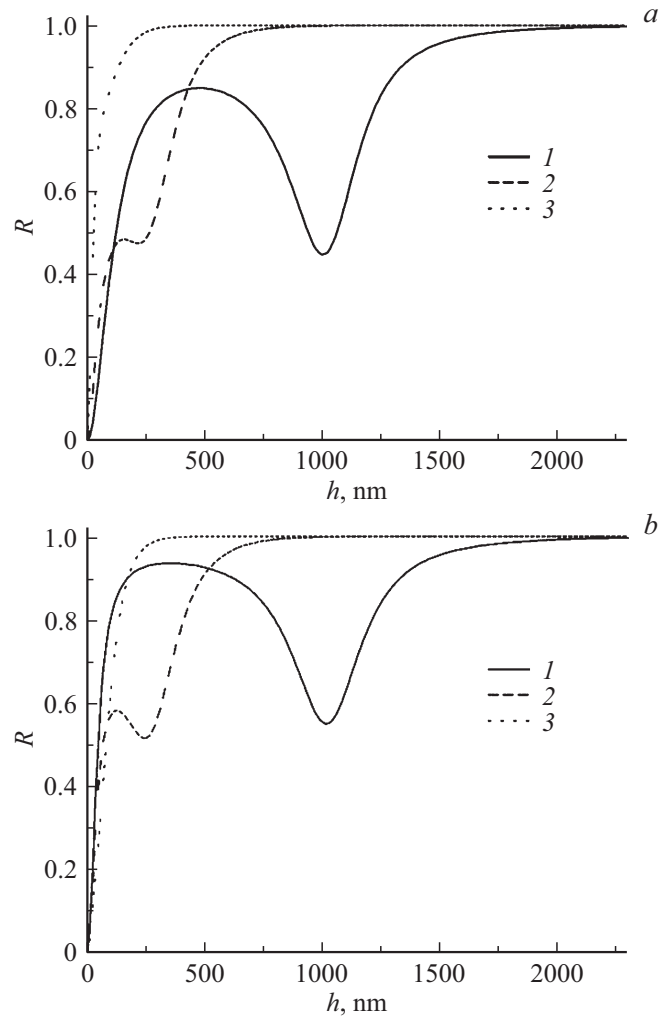
$$\Sigma = R_{\max} + R_{\min} = \vartheta^2((\nu + 1/\nu)^2 + (\mu + 1/\mu)^2 + 4\beta(\nu^2 - \mu^2) + 4\beta^2(\nu + \mu)^2)/4,$$

$$\Pi = R_{\max}R_{\min} = \vartheta^4((\mu + 1/\mu)(\nu + 1/\nu) + 2\beta(\nu/\mu - \mu/\nu))^2/16,$$
(16)

где  $\mu = \gamma/\eta_1$ ,  $\nu = \varepsilon_0\eta_1/(\varepsilon_1\gamma)$ ,  $\beta = \delta/2\xi^2$ . Из (16) получаем, что

$$R_{\max}, R_{\min} = \Sigma/2 \pm \sqrt{\Sigma^2/4 - \Pi}.$$
(17)

В отсутствие анизотропии ( $\delta = \beta = 0$ ) величины  $R_{\max}$ ,  $R_{\min}$  равны энергетическим коэффициентам отражения для тонких слоев при поляризациях, перпендикулярной и параллельной плоскости падения,  $R_s = \vartheta^2(\mu + 1/\mu)^2/4$ ,  $R_p = \vartheta^2(\nu + 1/\nu)^2/4$ .



**Рис. 2.** Зависимость коэффициента отражения плоской электромагнитной волны от толщины слоя гиперболического метаматериала на основе слоисто-периодической металлодиэлектрической наноструктуры ПТО/Ag, расположенной между двумя полубесконечными стеклами BK7, при распространении в слое особой неоднородной волны. Угол падения света на структуру  $\alpha$  и угол между плоскостью падения и главной плоскостью ГММ  $\rho$  составляют соответственно  $51.55^\circ$  и  $4.58^\circ$  (1),  $53.63^\circ$  и  $14.2^\circ$  (2),  $63.77^\circ$  и  $29.51^\circ$  (3). Длина волны света  $360\text{ nm}$ , диэлектрическая проницаемость стекла  $\varepsilon_1 = 2.363$ . Предельный угол полного отражения  $\alpha_0 = 51.32^\circ$ .

### Результаты расчетов коэффициента отражения от слоя гиперболического метаматериала при распространении в нем особой неоднородной волны

Рассмотрим слой, образованный слоисто-периодической металлодиэлектрической структурой. В приближении эффективной среды, когда толщина каждого входящего в структуру слоя достаточно мала, т.е.  $|k_d d_d| \ll 1$ ,  $|k_m d_m| \ll 1$ , где  $k_d$ ,  $k_m$  — соответственно волновые числа диэлектрического и металлического слоев,

многослойная структура может рассматриваться как эффективная оптически одноосная среда. При этом тензор диэлектрической проницаемости ее имеет собственные значения, определяемые выражениями

$$\varepsilon_o = (1 - f)\varepsilon_d + f\varepsilon_m, \quad \varepsilon_e = \left[ \frac{1 - f}{\varepsilon_d} + \frac{f}{\varepsilon_m} \right]^{-1}. \quad (18)$$

Здесь  $f = d_m/(d_m + d_d)$  — фактор заполнения (объемная доля, занимаемая в структуре металлом),  $\varepsilon_d$ ,  $\varepsilon_m$  — соответственно проницаемости диэлектрического и металлического слоев. При этом величина  $\varepsilon_m$  описывается формулой Друде [11]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_m(\omega) &= \varepsilon_\infty - \omega_p^2/(\omega^2 + i\omega\Gamma) \\ &= \varepsilon_\infty - \omega_p^2/(\omega^2 + \Gamma^2) + i\omega_p^2\Gamma/[\omega(\omega^2 + \Gamma^2)], \end{aligned} \quad (19)$$

где  $\omega_p$  — плазменная частота,  $\varepsilon_\infty$  — постоянная, описывающая вклад межзонных переходов,  $\Gamma = V_F/l$  — постоянная затухания,  $V_F$  — скорость Ферми,  $l$  — среднее значение свободного пути электрона в объемном металле. Для серебра, например,  $\varepsilon_\infty = 5$ ,  $\omega_p = 14 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$ ,  $\Gamma = 32 \cdot 10^{12} \text{ s}^{-1}$ ,  $V_F = 1.4 \cdot 10^6 \text{ ms}^{-1}$  [1]. Расчет, согласно выражения (18) для слоисто-периодической среды ИТО/Ag ( $d_m = 20 \text{ nm}$ ,  $f = 0.3$ ) при длине падающей световой волны  $360 \text{ nm}$ , дает значения  $\varepsilon_o = 1.44$ ,  $\varepsilon_e = -6.32$ . Для граничащих со слоем изотропных сред (оптическое стекло BK7)  $\varepsilon_1 = n_1^2 = 2.36$ .

Нами выполнен расчет коэффициента отражения слоя путем численного решения уравнений (12). На рис. 2 представлена зависимость коэффициента отражения  $s$ - и  $p$ -поляризованной волны от толщины слоя. Как видно из рис. 2, при малых толщинах слоя ( $< 50 \text{ nm}$ ) коэффициент отражения от него невелик, что объясняется явлением „просачивания“ энергии. При увеличении толщины  $h$  коэффициент отражения возрастает до единицы, что соответствует случаю полного внутреннего отражения. Однако наличие в слое неоднородной волны особого типа приводит к изменению  $R$  и возникновению в зависимости  $R(h)$  минимума  $R_{\min}$ , проявляющегося при приближении угла падения к предельному  $\alpha_0$  (рис. 2).  $R_{\min}$  оказывается зависящим от состояния поляризации падающего света. Так, например, для угла падения света  $51.55^\circ$  ( $\alpha_0 = 51.32^\circ$ ) и угла между плоскостью падения и главной плоскостью металлодиэлектрической структуры  $4.58^\circ$  для случая  $h = 1 \mu\text{m}$   $R_{\min} = 0.45$  в случае  $s$ -поляризованных волн и  $R_{\min} = 0.55$  для  $p$ -поляризованных волн.

## Заключение

Таким образом, в настоящей работе исследованы особенности отражения света от слоя гиперболического метаматериала в условиях распространения в нем волны особого типа, амплитуда которой убывает внутри анизотропной среды при удалении от ее поверхности

по сложному неэкспоненциальному закону. Выполнены численные расчеты коэффициента отражения от слоя наноструктуры ИТО/Ag в условиях распространения в ней особых неоднородных волн. Показано, что формируемая в слое неоднородная волна, характеризуемая неэкспоненциальным уменьшением продольного энергетического потока, обуславливает появление минимума в зависимости коэффициента отражения от толщины слоя и, следовательно, возникновение явления „просачивания“ энергии при соответствующей толщине. При этом данный эффект оказывается зависящим от состояния поляризации падающего света: а именно для  $s$ -поляризованных волн падение коэффициента отражения более выражено. Отметим, что этот эффект наблюдается при достаточно больших толщинах слоя (в рассмотренном случае  $h/\lambda \sim 2.7$ ).

Полученные результаты имеют перспективы применения в микроскопии, а также при разработке новых методов зондирования приповерхностных дефектов различных материалов.

## Список литературы

- [1] *Cai W., Shalaev V.* Optical Metamaterials: Fundamentals and Applications. Springer, 2010. doi 10.1007/978-1-4419-1151-3
- [2] *Metamaterials Handbook 1: Theory and Phenomena of Metamaterials.* CRC Press, 2009.
- [3] *Pendry J.B.* // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 85. P. 3966. doi 10.1103/PhysRevLett.85.3966
- [4] *Fang N., Lee H., Sun C., Zhang X.* // Science. 2005. V. 308. P. 534. doi 10.1126/science.1108759
- [5] *Kidwai O., Zhukovsky S.V., Sipe J.E.* // Phys. Rev. 2012. V. A 85. P. 053842. doi 10.1103/PhysRevA.85.053842
- [6] *Shekhar P., Atkinson J., Jacob Z.* // Nano Convergence. 2014. V. 1. P. 14. doi 10.1186/s40580-014-0014-6.
- [7] *Федоров Ф.И.* Теория гиротропии. Минск, 1976.
- [8] *Федоров Ф.И., Петров Н.С.* // Опт. и спектр. 1963. Т. 14. В. 2. С. 256.
- [9] *Kurilkina S.N., Petrov N.S., Zimin A.B., Belyi V.N.* // J. Opt. 2017. V. 19. P. 125102. doi 10.1088/2040-8986/aa945c
- [10] *Федоров Ф.И.* Оптика анизотропных сред. Минск: АНБССР, 1958. 381 с.
- [11] *Kurilkina S.N., Binhussein M.A., Belyi V.N., Kazak N.S.* // J. Opt. 2016. V. 18. P. 085102. doi 10.1088/2040-8978/18/8/085102